Manhattan Editores

pre SAN MARCOS

CICLO ORDINARIO

ARITMÉTICA

MANUAL DE PRACTICAS Y EJERCICIOS

Ejercicios : 2020-I , 2019-II , 2019-I , 2018-II

INDICE

Semana 01
Teoría 005
Ejercicios
2020-1 008
2019-2 018
2019-1 026
2018-2 036
Semana 02
Teoría 048
Ejercicios
2020-1 050
2019-2 061
2019-1 069
2018-2 077
Semana 03
Teoría 087
Ejercicios
2020-1 091
2019-2 101
2019-1 112
2018-2 124
Semana 04
Teoría 137
Ejercicios
2020-1 140
2019-2 148
2019-1 156
2018-2 164
Semana 05
Teoría 174
Ejercicios
2020-1 179
2019-2 189
2019-1 197
2018-2 206
Semana 06
Teoría 215
Ejercicios
2020-1 218
2019-2 226
2019-1 235
2018-2 242
Semana 07
Teoría 250
Ejercicios
2020-1 253
2019-2 261
2019-1 269
2018-2 277
Semana 08
Teoría 285
Ejercicios
2020-1 288
2019-2 297
2019-1 305
2018-2 314
Semana 09
Teoría 325
Ejercicios
2020-1 330
2019-2 337
2019-1 346
2018-2 353
Semana 10
Teoría 363
Ejercicios
2020-1 367
2019-2 376
2019-1 384
2018-2 393

INDICE

Semana 11
Teoría 403
Ejercicios
2020-1 405
2019-2 413
2019-1 421
2018-2 426
Semana 12
Teoría 434
Ejercicios
2020-1 439
2019-2 449
2019-1 458
2018-2 467
Semana 13
Teoría 478
Ejercicios
2020-1 482
2019-2 489
2019-1 496
2018-2 503
Semana 14
Teoría 511
Ejercicios
2020-1 513
2019-2 521
2019-1 528
2018-2 536
Semana 15
Teoría 544
Ejercicios
2020-1 547
2019-2 556
2019-1 563
2018-2 572
Semana 16
Teoría 581
Ejercicios
2020-1 586
2019-2 598
2019-1 608
2018-2 617
Semana 17
Teoría 626
Ejercicios
2020-1 631
2019-2 638
2019-1 644
2018-2 651
Semana 18
Teoría 658
Ejercicios
2020-1 662
2019-2 673
2019-1 683
2018-2 693

CAJA PNHO BOOK

ARITMÉTICA

SEM	CONTENIDO
1.	Lógica Proposicional: Proposiciones simples. Conectivos lógicos (Tablas de verdad). Proposiciones compuestas. Tautologías y contradicciones. Cuantificadores.
2.	Conjuntos: Determinación de conjuntos. Conjuntos especiales. Relación de pertenencia. Cardinalidad. Relación de inclusión. Conjunto potencia.
3.	Operaciones con conjuntos: unión, intersección, diferencia, diferencia simétrica, complemento. Producto Cartesiano. Diagramas de Venn y Carroll.
4.	Sistema de números naturales (N): operaciones elementales. Sistemas de numeración. Base de un sistema de numeración. Cambios de base. Complemento aritmético.
5.	Sistema de números enteros (Z): operaciones elementales. Relación de orden. Algoritmo de la división de Euclides. División por defecto y por exceso. Divisibilidad. Restos potenciales.
6.	Teorema fundamental de la aritmética: número primo y número compuesto. Cantidad de divisores. Suma de divisores. Producto de divisores.
7.	Números primos entre sí. La Función de Euler. Máximo Común Divisor. Algoritmo de Euclides. Mínimo Común Múltiplo.
8.	Sistema de Números Racionales (Q): operaciones elementales, relación de orden. Fracción ordinaria (clases).
9.	Representación decimal de una fracción: Generatriz - Transformación de fracciones. Formas de reconocer el decimal que se origina de una fracción irreducible. Números irracionales. Representación de un número decimal en otra base. Cambio de base. Propiedades fundamentales.
10.	Razones (aritméticas y geométricas). Serie de razones iguales. Serie de razones iguales y continuas. Proporciones (Continuas y Discretas). Propiedades fundamentales.
11.	Porcentajes: Variación porcentual. Reglas comerciales. Descuentos y aumentos sucesivos.
12.	Magnitudes proporcionales (directa e inversa). Reparto proporcional. Regla de tres simple. Regla de tres compuesta.
13.	Regla de interés simple. Regla de descuento comercial.
14.	Regla de mezcla. Regla de aleación.
15.	Sumatorias y series. Sucesiones: Progresiones aritméticas y geométricas. Sucesiones cuadráticas y de orden superior.
16.	Presentación tabular de una variable cuantitativa discreta con recorrido pequeño. Medidas de tendencia central: Medidas de posición: media aritmética, media geométrica, media armónica, moda, mediana. Medidas de dispersión absoluta: varianza, desviación estándar. Medida de dispersión relativa: coeficiente de variación.
17.	Análisis combinatorio: Factorial de un número natural. Variaciones. Permutaciones. Combinaciones.
18.	Cálculo de probabilidades: Fenómeno aleatorio, espacio muestral, noción de probabilidad, asignación de probabilidades en espacios muestrales finitos equiprobables, probabilidad condicional, regla de la multiplicación, teorema de la probabilidad total, teorema de Bayes.

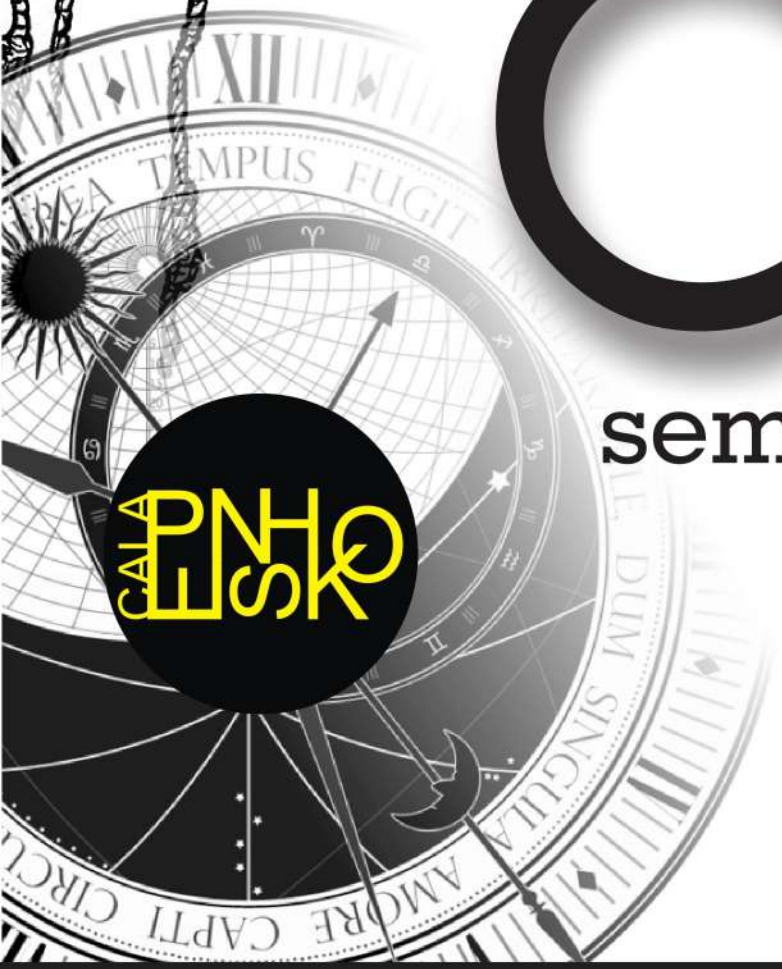
ARITMÉTICA

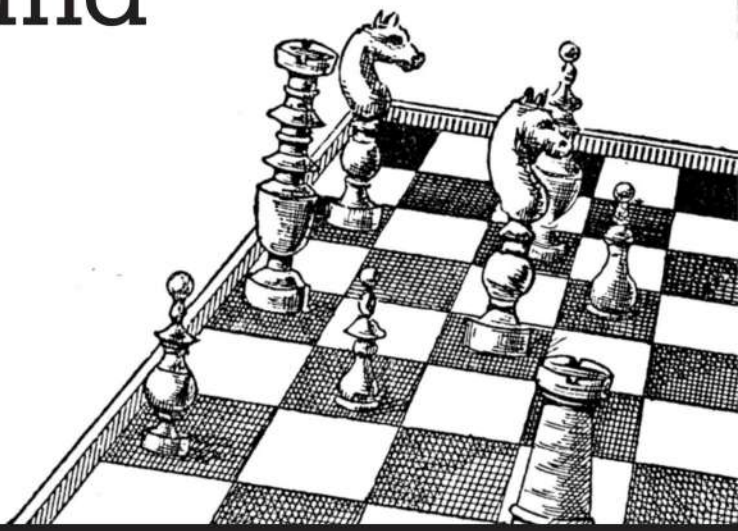
MANUAL DE PRACTICAS Y EJERCICIOS

01

semana

CALA PNHO SKO





pre SAN MARCOS

Manhattan Editores

Aritmética

LÓGICA PROPOSICIONAL

En lógica proposicional utilizaremos dos valores asociados llamados valores de verdad, que son verdadero (V) y falso (F).

Los enunciados o expresiones del lenguaje se pueden clasificar en: proposiciones lógicas, proposiciones abiertas y frases.

Proposición lógica. - Son enunciados que pueden ser calificados como verdaderos o como falsos, pero no ambos a la vez.

Ejemplos

- $1 < 2$ Proposición lógica
- $x+8 > 5$ No es proposición lógica
- Buenos días No es proposición lógica

En general, las proposiciones lógicas se representan preferentemente por las últimas letras del alfabeto, tales como: p, q, r, ...x, y, z.

En lógica proposicional se definen ciertas operaciones denominadas conectivos lógicos. Los principales conectivos lógicos son: negación($\sim$), conjunción($\wedge$), disyunción débil($\vee$), disyunción fuerte(Δ), condicional($\rightarrow$) y bicondicional($\leftrightarrow$).

Para cada uno de ellos existe su respectiva tabla de verdad.

Proposiciones simples y compuestas.-

Una proposición lógica es simple o atómica si no contiene conectivos lógicos, ni el adverbio de negación.

Una proposición lógica es compuesta o molecular si contiene al menos un conectivo lógico o el adverbio de negación.

Observación.

- Toda proposición lógica compuesta que es siempre verdadera para cualquier combinación de los valores veritativos de sus componentes, se llama Tautología (T).

- Toda proposición lógica compuesta que es siempre falsa para cualquier combinación de los valores veritativos de sus componentes, se llama Contradicción ($\perp$).

- Si una proposición lógica no es una tautología ni una contradicción es una Contingencia (C).

TABLAS DE VALORES DE VERDAD

1) Negación. Se denota mediante el símbolo "~" y se lee "no es cierto que…" o "es falso que…".

p	$\sim p$
V	F
F	V

2) Conjunción

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

3) Disyunción débil

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

4) Disyunción fuerte

p	q	$p \Delta q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

5) Condicional

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

6) Bicondicional

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

PRINCIPALES EQUIVALENCIAS E IMPLICANCIAS LÓGICAS (LEYES DEL ÁLGEBRA PROPOSICIONAL)

1) Involución o Doble Negación

$\sim(\sim p) \equiv p$

2) Idempotencia

a) $(p \vee p) \equiv p$
b) $(p \wedge p) \equiv p$

3) Conmutativa

a) $(p \vee q) \equiv (q \vee p)$
b) $(p \wedge q) \equiv (q \wedge p)$

4) Asociativa

a) $[(p \vee q) \vee r] \equiv [p \vee (q \vee r)]$
b) $[(p \wedge q) \wedge r] \equiv [p \wedge (q \wedge r)]$

5) Distributiva

a) $[(p \vee q) \wedge r] \equiv [(p \wedge r) \text{ v } (q \wedge r)]$
b) $[(p \wedge q) \vee r] \equiv [(p \vee r) \wedge (q \vee r)]$

6) Leyes de De Morgan

a) $\sim(p \vee q) \equiv (\sim p \wedge \sim q)$
b) $\sim(p \wedge q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$

7) Ley de la Identidad

a) $(p \wedge V) \equiv p$ b) $(p \wedge F) \equiv F$
c) $(p \vee V) \equiv V$ d) $(p \vee F) \equiv p$

8) Ley del Complemento

a) $(p \wedge \sim p) \equiv F$
b) $(p \vee \sim p) \equiv V$

9) Leyes de Absorción

a) $[p \vee (p \wedge q)] \equiv p$
b) $[p \wedge (p \vee q)] \equiv p$
c) $[p \vee (\sim p \wedge q)] \equiv (p \vee q)$
d) $[p \wedge (\sim p \text{ v } q)] \equiv (p \wedge q)$

10) Ley de La Condicional

a) $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$
b) $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

11) Ley de La Contrarrecíproca

$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$

12) Ley de La Bicondicional

a) $(p \leftrightarrow q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$
b) $(p \leftrightarrow q) \equiv [(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)]$
c) $(p \leftrightarrow q) \equiv [(\sim p \wedge \sim q) \text{ v } (p \wedge q)]$
d) $(p \leftrightarrow q) \equiv [\sim(p \vee q) \text{ v } (p \wedge q)]$

13) Ley de la Disyunción Fuerte

a) $p \Delta q \equiv \sim(p \leftrightarrow q) \equiv (\sim p \leftrightarrow q)$
b) $p \Delta q \equiv (p \vee q) \wedge \sim(p \wedge q)$
c) $p \Delta V \equiv \sim p$

Aritmética

EJERCICIOS

1. El enunciado "No aprendo química puesto que aprendo elementos químicos, ya que aprendo química o elementos químicos", es equivalente a:

A) No es verdad que, aprendo elementos químicos y química.
B) Aprendo química y elementos químicos.
C) Aprendo química o elementos químicos.
D) No es cierto que aprendo elementos químicos pero no química.

Solución:

p: aprendo química

q: aprendo elementos químicos

$[p \vee q] \rightarrow [q \rightarrow \sim p]$

$(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim q \vee \sim p$

$\sim q \vee \sim p$

$\sim (p \wedge q)$

Rpta.: A

2. Si la proposición: "Si Miguel, o es matemático o no es físico, entonces es físico o no es biólogo" es falsa, ¿cuál o cuáles de las siguientes proposiciones son falsas?

I) Miguel no es biólogo.
II) Miguel es físico.
III) Miguel es físico o matemático.
IV) Miguel es biólogo o físico.

A) I, II y III B) Solo I C) Solo II y III D) Solo I y II

Solución:

p: Miguel es matemático.
q: Miguel es físico.
r: Miguel es biólogo.
Simbolicamente:
$[(p \Delta \sim q) \rightarrow (q \vee \sim r)] \equiv F$
De donde $(p \Delta \sim q) \equiv V$, $(q \vee \sim r) \equiv F$. Por tanto, $p = F, q = F, r = V$
Finalmente, I) F II) F III) F IV) V

Rpta.: A

3. La proposición: "Si Teresa no hace su tarea entonces no irá al cine, pero Teresa irá al cine", es equivalente a:

I) Teresa no hace su tarea pero irá al cine.
II) Teresa hace su tarea pero no irá al cine.
III) Teresa hace su tarea pero irá al cine.

A) Solo III B) I y II C) I y III D) II y III

Solución:

p: "Teresa hace su tarea"

q: "Teresa irá al cine"

$(\sim p \rightarrow \sim q) \wedge q \equiv (p \vee \sim q) \wedge q \equiv p \wedge q$

I) $\sim p \wedge q$

II) $p \wedge \sim q$

III) $p \wedge q$

Rpta.: A

4. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son equivalentes?

I) "No es cierto que, Raquel estudia en su casa y que Luis estudia en la biblioteca"
II) "Luis no estudia en la biblioteca dado que Raquel estudia en su casa"
III) "O Raquel no estudia en su casa o Luis no estudia en la biblioteca".
IV) "Raquel no estudia en su casa y Luis no estudia en la biblioteca".
V) "Raquel no estudia en su casa ya que Luis estudia en la biblioteca".

A) I, II y IV B) I, II y V C) I, II y III D) I y III

Solución:

p: Raquel estudia en su casa

q: Luis estudia en la biblioteca

I) $\sim(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) \equiv \sim \mathbf{p} \vee \sim \mathbf{q}$

II) $\mathbf{p} \rightarrow \sim \mathbf{q} \equiv \sim \mathbf{p} \vee \sim \mathbf{q}$

III) $\sim \mathbf{p} \,\Delta \sim \mathbf{q}$

IV) $\sim \mathbf{p} \wedge \sim \mathbf{q}$

V) $\mathbf{q} \rightarrow \sim \mathbf{p} \equiv \sim \mathbf{q} \vee \sim \mathbf{p}$

Rpta.: B

5. Determine la cantidad de valores verdaderos (V), que aparecen en la matriz principal de la tabla de valores de verdad para la siguiente proposición: "Riegas el jardín o limpias el garaje, si y solo si, no es cierto que, limpias el garaje pero no riegas el jardín".

A) 2 B) 3 C) 4 D)1

Solución:

Sea p "Riegas el jardín"

q: "Limpias el garaje"

$(p \vee q) \leftrightarrow \sim (q \wedge \sim p)$

$\equiv (p \vee q) \leftrightarrow (p \vee \sim q)$

V	V	V
V	V	V
V	F	F
F	F	V

Por lo tanto: En la conclusión final, existen 2 valores verdaderos (V)

Rpta.: A

6. La proposición: "Jacinta realiza las compras del mercado porque no lava la ropa, sin embargo Jacinta no realiza las compras del mercado", es equivalente a:

I) "Jacinta no lava la ropa ni realiza las compras del mercado".
II) "Jacinta lava la ropa y realiza las compras del mercado".
III) "Jacinta lava la ropa pero no realiza las compras del mercado".

A) Solo I B) I y II C) Solo III D) II y III

Solución:
p: "Jacinta lava la ropa"
q: "Jacinta realiza las compras del mercado"
$(\sim p \rightarrow q) \wedge \sim q \equiv (p \vee q) \wedge \sim q \equiv p \wedge \sim q$
I) $\sim p \wedge \sim q$
II) $p \wedge q$
III) $p \wedge \sim q$
Solo III es equivalente.

Rpta.: C

7. Si la proposición: "María no va al cine ya que es menor de edad, pero va a la playa; o no es cierto que, María es menor de edad y va al cine" es falsa, ¿cuál o cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

I) María es menor de edad pero no va al cine.
II) María va a la playa porque no es menor de edad.
III) María o va al cine o es menor de edad.

A) I y III B) Solo II C) Solo III D) II y III

Solución:
p: María es menor de edad
q: María va al cine
r: María va a la playa
$[(p \rightarrow \sim q) \wedge r] \vee \sim (p \wedge q)$
$[(\sim p \vee \sim q) \wedge r] \vee (\sim p \vee \sim q) \equiv \sim p \vee \sim q \equiv F \quad (p \equiv V \quad ; q \equiv V)$
I) $p \wedge \sim q \equiv V \wedge F \equiv F$
II) $\sim p \rightarrow r \equiv F \rightarrow r \equiv V$
III) $q \Delta p \equiv V \Delta V \equiv F$

Rpta.: B

8. Si la proposición: "Rodrigo es médico no obstante Marcelo no es abogado, entonces o Marcelo es abogado o Juan no es ingeniero" es falsa, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones en el orden indicado.

I) Rodrigo es médico o Marcelo es abogado.
II) Rodrigo es médico entonces Juan es ingeniero.
III) Juan es ingeniero entonces Marcelo es abogado.
IV) No es cierto que, Rodrigo es médico además Marcelo es abogado.

A) VFVF B) VFFF C) VVVF D) VVFV

Solución:

Sea p: Rodrigo es médico.
r : Marcelo es abogado.
q: Juan es ingeniero.

Como $(p \wedge \sim r) \rightarrow (r \Delta \sim q) \equiv F$ se tiene que $(p \wedge \sim r) \equiv V$ y $(r \Delta \sim q) \equiv F$

De donde obtenemos; $p \equiv V$, $r \equiv F$ y $q \equiv V$.

I) V, II) V, III) F, IV) V.

Rpta.: D

9. El dueño de una tienda de celulares desea colocar en la puerta de su establecimiento uno de los siguientes letreros:

I) Un celular barato, no es bueno
II) Un celular bueno, no es barato
III) Un celular es bueno o no es barato
IV) Es falso que, un celular es bueno y barato a la vez

Luego, se da cuenta que hay algunos letreros equivalentes, ¿cuáles son?

A) Solo II y III B) I, II y IV C) I, II y III D) Solo I y IV

Solución:

Sean p= Un celular es bueno, q= Un celular es barato.

I) $q \rightarrow \sim p \equiv \sim q \vee \sim p$
II) $p \rightarrow \sim q \equiv \sim p \vee \sim q$
III) $p \vee \sim q \equiv p \vee \sim q$
IV) $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

Podemos concluir que I)≡ II) ≡ IV).

Rpta.: B

10. La proposición "Es falso que las clases se suspenden o el CEPUSM se cierra, debido a que se inician las vacaciones. Nos han dicho falsamente que, las clases no se suspenden ni el CEPUSM cierra", es equivalente a:

I) No se inician las vacaciones, y el CEPUSM se cierra o las clases se suspenden.
II) Se suspenden las clases y se inician las vacaciones
III) Se inician las vacaciones y el CEPUSM se cierra
IV) El CEPUSM se cierra.

A) II y III B) Solo I C) Solo IV D) II y IV

Solución:

Sean p= Las clases se suspenden, q= el CEPUSM se cierra
r= se inician las vacaciones.

$$[r \rightarrow \sim (p \vee q)] \wedge \sim (\sim p \wedge \sim q)$$
$$\equiv [\sim r \vee \sim (p \vee q)] \wedge (p \vee q)$$
$$\equiv \sim r \wedge (p \vee q)$$

Por tanto es equivalente a i).

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La proposición "Ángela alcanza vacante por el CEPUSM y no se matricula en la UNMSM, ya que Ángela se irá de viaje", es equivalente a:

   - Ángela no estudiará durante todo el ciclo si alcanza vacante por **el CEPUSM**.
   - Si Ángela alcanza vacante por el CEPUSM se irá de viaje y sino estudiará durante todo el ciclo.
   - Ángela no se irá de viaje si no alcanza vacante por el CEPUSM.
   - Ángela no irá de viaje dado que, se matricula a la UNMSM porque **alcanza vacante por el CEPUSM**.

   A) Solo IV B) I y IV C) Solo III D) IV y II

   Solución:

   De las siguientes proposiciones atómicas:

   - p: Ángela se irá de viaje.
   - q: Ángela se matricula en la UNMSM.
   - r: Ángela estudiará todo el ciclo.
   - s: Ángela alcanza vacante por el CEPUSM.

   Se tiene que la representación simbólica de "Ángela alcanza vacante por el CEPUSM y no se matricula en la UNMSM, ya que Ángela se irá de viaje", es:

   $$p \to (s \wedge \sim q) \equiv (s \wedge \sim q) \vee \sim p$$

   Luego

   $s \to \sim r \equiv \sim s \vee \sim r$

   $(s \to p) \wedge (\sim s \to r) \equiv (\sim s \vee p) \wedge (s \vee r)$

   $\sim s \to \sim p \equiv s \vee \sim p$

   $(s \to q) \to \sim p \equiv \sim (\sim s \vee q) \vee \sim p \equiv (s \wedge \sim q) \vee \sim p$

   Rpta: A

2. De las siguientes proposiciones

   p : Edgar postula a la universidad.
   q : Edgar postula a la policía.
   t : Edgar es un buen comerciante.

   Determine la expresión simbólica del siguiente enunciado: "Si Edgar decide no postular a la Universidad, entonces es un buen comerciante, pero, si Edgar no es un buen comerciante, entonces decide postular a la policía".

   A) $(\sim p \to t) \vee (\sim t \to \sim q)$ B) $(\sim p \to t) \wedge (\sim t \to q)$
   C) $(\sim p \to \sim t) \wedge (q \to t)$ D) $(\sim p \to \sim t) \wedge (\sim t \to \sim q)$

Solución:

p: Edgar postula a la Universidad
q: Edgar postula a la policía
t: Edgar es un buen comerciante.

Si Edgar decide no postular a la universidad, entonces sería un buen comerciante:

$$\sim p \rightarrow t$$

Si Edgar no es un buen comerciante, entonces postulará a la policía:

$$\sim t \rightarrow q$$

Simbólicamente:
$(\sim p \rightarrow t) \wedge (\sim t \rightarrow q)$.

Rpta.: B

3. La proposición: "No aprenderé aritmética puesto que aprenderé álgebra, ya que aprenderé aritmética o álgebra", es equivalente a:

A) No es verdad que, aprenderé aritmética y álgebra.
B) Aprenderé aritmética y álgebra.
C) Aprenderé aritmética o álgebra.
D) No es cierto que, aprenderé álgebra pero no aritmética.

Solución:

p: aprenderé aritmética

q: aprenderé algebra

$[p \vee q] \rightarrow [q \rightarrow \sim p]$

$(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim q \vee \sim p$

$\sim q \vee \sim p$

$\sim (p \wedge q)$

Rpta.: A

4. Dada las siguientes proposiciones

p: Jorge irá al cine.
q: Carlos irá al teatro.
r: Ramón irá al estadio.

I) Jorge irá al cine y, Jorge irá al cine o no es cierto que Ramón irá al estadio; pero no es verdad que Carlos irá al estadio.
II) Jorge irá al cine y; no es verdad que Carlos irá al teatro, pero no es cierto que, Carlos irá al teatro y Ramón irá al estadio.
III) Jorge irá al cine, además no es verdad que Carlos irá al teatro; o, Jorge irá al cine, Ramón no irá al estadio y Carlos no irá al teatro.

¿Cuál (es) es (son) equivalente(s) a la proposición: "No es verdad que, si Jorge irá al cine entonces Carlos irá al teatro; pero si Carlos irá al teatro implica que Ramón no irá al estadio".

A) Solo I B) Solo II C) Solo III D) I; II y III

Solución:

$$\sim(\mathbf{p}\rightarrow\mathbf{q})\wedge(\mathbf{q}\rightarrow\sim\mathbf{r})\equiv(\mathbf{p}\wedge\sim\mathbf{q})\wedge(\sim\mathbf{q}\vee\sim\mathbf{r})\equiv(\mathbf{p}\wedge\sim\mathbf{q})$$

I) $[p\wedge(p\vee\sim r)]\wedge\sim q\equiv\mathbf{p}\wedge\sim\mathbf{q}$

II) $p\wedge[\sim q\wedge\sim(q\wedge r)]\equiv\mathbf{p}\wedge\sim\mathbf{q}$

III) $(p\wedge\sim q)\vee[(p\wedge\sim r)\wedge\sim q]\equiv\sim\mathbf{q}\wedge\lfloor\mathbf{p}\vee(\mathbf{p}\wedge\sim\mathbf{r})\rfloor\equiv\mathbf{p}\wedge\sim\mathbf{q}$

Rpta.: D

5. De las siguientes proposiciones, ¿cuáles son equivalentes entre sí?

I) Es necesario que Gabriel no vaya al cine para que termine su tarea.
II) No es cierto que, Gabriel termine su tarea y vaya al cine.
III) No es cierto que, Gabriel termine su tarea o vaya al cine.
IV) Es suficiente que Gabriel vaya al cine para que no termine su tarea.
V) Gabriel no termina su tarea, pero va al cine.

Determine, las proposiciones que son equivalentes entre sí.

A) I, II y IV B) I, II y V C) I, II y III D) I y II

Solución:

Sean: p: Gabriel va al cine

q: Gabriel termina su tarea

I) $\mathbf{q}\rightarrow\sim\mathbf{p}\equiv\sim\mathbf{q}\vee\sim\mathbf{p}$

II) $\sim(\mathbf{p}\wedge\mathbf{q})\equiv\sim\mathbf{p}\vee\sim\mathbf{q}$

III) $\sim(\mathbf{p}\vee\mathbf{q})\equiv\sim\mathbf{p}\wedge\sim\mathbf{q}$

IV) $\mathbf{p}\rightarrow\sim\mathbf{q}\equiv\sim\mathbf{p}\vee\sim\mathbf{q}$

V) $\sim\mathbf{q}\wedge\mathbf{p}$

Rpta.: A

6. Si las siguientes proposiciones son verdaderas:

L: No es cierto que, o Juan se fue de paseo o se fue al cine; si y solo si Juan no se fue de paseo o se fue a la playa.
N: No es verdad que, Juan se fue al cine entonces no se fue de paseo.

y considerando p: Juan se fue de paseo, q: Juan se fue al cine, t: Juan se fue a la playa, determine el valor de verdad de p, q y t en el orden indicado.

A) VVF B) VFV C) VFF D) VVV

Solución:

$q \to \sim p$

$\underbrace{\underbrace{V} \quad V}_{F}$

F

$(p \Delta q) \leftrightarrow \underbrace{(\sim p \vee t)}$

$\underbrace{\underbrace{VV} \quad F \underbrace{\quad V \quad}}_{F}$

$F \leftrightarrow V$

$p \equiv V \quad q \equiv V \quad t \equiv V$

Luego:

Rpta: D

7. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es equivalente a: "Para poder ver la final de la Copa Libertadores debo de comprar una entrada o contratar servicio de cable"?

A) Si compro una entrada y contrato servicio de cable, podré ver la final de la Copa Libertadores.
B) Si puedo ver la final de la Libertadores, contraté el servicio de cable o compré una entrada.
C) Si no puedo ver la final de la Libertadores, entonces no contraté cable ni compré entrada.
D) Si no compro entrada ni contrato cable, no podré ver la final de la Libertadores.

Solución:

p: ver la final de la Libertadores, q: compro una entrada, r: contrato servicio de cable

Premisa: $(\mathbf{q} \vee \mathbf{r}) \to \mathbf{p} \equiv \sim(\mathbf{q} \vee \mathbf{r}) \vee \mathbf{p}$

A) $(q \wedge r) \to p \equiv \sim(q \wedge r) \vee p$

B) $p \to (r \vee q) \equiv \sim p \vee (r \vee q)$

C) $\sim p \to (\sim r \wedge \sim q) \equiv (q \vee r) \to p$

D) $(\sim q \wedge \sim r) \to \sim p \equiv (q \vee r) \vee \sim p$

Rpta.: C

8. La proposición: "Si José es ingeniero entonces no juega fútbol, pero no es ingeniero", es equivalente a:

I) José no juega fútbol.
II) José es ingeniero o no juega fútbol.
III) Es falso que José sea ingeniero.

A) Solo I B) I y II C) I y III D) Solo III

Solución:

p: "José es ingeniero" I) $\sim q$ II) $p \vee \sim q$ III) $\sim p$

q: "José juega fútbol"

$(p \to \sim q) \wedge \sim p \equiv (\sim p \vee \sim q) \wedge \sim p \equiv \sim p$

Rpta.: D

9. La proposición: “Si Sandra es bailarina entonces no es buena abogada, pero no es bailarina”, es equivalente a:

I) Sandra no es bailarina, pero es una buena abogada.
II) Sandra es bailarina o no es buena abogada.
III) Es falso que Sandra sea bailarina.

A) Solo I B) I y II C) I y III D) Solo III

Solución:

p: “Sandra es bailarina”

q: “Sandra es buena abogada”

I) $\sim p \wedge q$
II) $p \vee \sim q$
III) $\sim p$
$(p \rightarrow \sim q) \wedge \sim p$
$(\sim p \vee \sim q) \wedge \sim p$
$\sim p$

Rpta.: D

10. De las siguientes proposiciones lógicas:

I) O, o Pedro se va al trabajo o se va a la universidad, o, Pedro se va al trabajo si y solo si se va a la universidad.
II) No es cierto que, Pedro se va a la universidad implica que no va al trabajo; o no va al trabajo.
III) O Pedro no va al trabajo o se va a la universidad; si y solo si no va a la universidad.

¿Cuál(es) son contingencias?

A) Solo II B) II y III C) I y III D) Solo III

Solución:

p: Pedro se va al trabajo.
q: Pedro se va a la universidad.

I) $(p \Delta q) \Delta (p \leftrightarrow q) \equiv t \Delta \sim t \equiv V$ (Tautología)
II) $\sim (q \rightarrow \sim p) \vee \sim p \equiv (q \wedge p) \vee \sim p \equiv \sim p \vee q$ (Contingencia)
III) $(\sim p \Delta q) \leftrightarrow \sim p$ (Contingencia)
V F F
F V F
F F V
V VV
Por lo tanto: (II) y (III) son contingencias.

Rpta.: B

3. En la maratón femenina Brigid Kosei alcanzó un récord en el 2003, registró una velocidad de 18 km/h. Exprese esta velocidad en unidades básicas del S.I.

A) $5{,}0 \times 10^2$ **B) $5{,}0 \times 10^0$** C) $1{,}8 \times 10^3$ D) $1{,}8 \times 10^0$

Solución:

Velocidad = 18 km/h

$$18\frac{km}{h}x\frac{1h}{3600s}x\frac{10^3m}{1km} = 5{,}0x10^0\frac{m}{s}$$

Rpta.: B

4. Saturno presenta una gran cantidad de satélites, siendo Titán y Encélado los más resaltantes, el primero por su geografía muy similar a la de la Tierra con una temperatura promedio de – 195 ºC y el segundo por las erupciones de hielo hacia el espacio con una temperatura media de 73 K. Exprese, respectivamente, dichas temperaturas en ºF.

A) – 351 y – 328 **B) – 319 y – 328** C) – 351 y – 360 D) – 319 y – 360

Solución:

Titán : T = – 195 ºC

$$°F = \frac{9°C}{5} + 32 = \frac{9(-195)}{5} + 32 = -319°F$$

Encélado: T = 73 K

ºC = 73 – 273 = – 200

$$°F = \frac{9°C}{5} + 32 = \frac{9(-200)}{5} + 32 = -328°F$$

Rpta.: B

5. Al analizar mediante ensayos químicos una muestra de un mineral se determinó que contiene plomo, aluminio y oro. Si luego de su separación se obtuvo 1 g de cada metal, indique el orden creciente de sus volúmenes.

Dato: $\rho_{Pb} = 1{,}13 \times 10^4$ kg/ m^3 $\rho_{Au} = 1{,}93 \times 10^4$ g/ dm^3 $\rho_{A\ell} = 2{,}7$ g/ cm^3

A) Pb < Aℓ < Au B) Aℓ < Pb < Au C) Au < Aℓ < Pb **D) Au < Pb < Aℓ**

Solución:

Masa = 1 g

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{m_{constante}}{\rho_{variable}}$$

$\Rightarrow$ El metal que presenta mayor densidad presenta menor volumen.

Aritmética

EJERCICIOS

1. Dados los siguientes enunciados:

   i. ¡Cuidado te roben mi dinero!
   ii. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab - b^2, \forall a,b \in \mathbb{R}$
   iii. ¿Cuántas veces postulaste?
   iv. 4 y 9 son números primos entre sí.
   v. $x + 6 = 4$

   ¿cuántos son proposiciones lógicas?

   A) 1 B) 4 C) 3 D) 2

   Solución:
   i. No ii. Si iii. No iv. Si v. No

   Rpta.: D

2. Si la proposición $[(p \Delta q) \wedge (t \vee (p \Delta q) \vee r)] \rightarrow (p \leftrightarrow q)$ es falsa, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones en el orden indicado.

   i. $(p \wedge q) \rightarrow r$
   ii. $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \vee q)$
   iii. $[(p \wedge r) \vee p] \wedge q$

   A) VFF B) VFV C) VVV D) VVF

   Solución:
   i. $F \rightarrow r \equiv V$
   ii. $(\ldots) \rightarrow V \equiv V$
   iii. $p \wedge q \equiv F$
   En el orden indicado VVF.

   Rpta.: D

3. La proposición, $[[(p \wedge \sim q) \vee p \vee (r \wedge \sim r) \wedge p] \Delta [(q \wedge q) \vee (q \wedge (p \leftrightarrow p))]$, es equivalente a

   A) $p \wedge q$ B) $p \leftrightarrow q$ C) $p \rightarrow \sim q$ D) $p \Delta q$

   Solución:

$$\left[\left[(p \wedge \sim q) \vee p \vee (r \wedge \sim r)\right] \wedge p\right] \Delta \left[(q \wedge q) \vee \left(q \wedge (p \leftrightarrow p)\right)\right]$$

$$\left[\left[p \vee F\right] \wedge p\right] \Delta \left[q \vee \left(q \wedge V\right)\right]$$

$$p \Delta q$$

   Rpta.: D

4. Si el valor de verdad de la proposición $[(p\wedge \sim s)\rightarrow(p\wedge \sim q)]\ \Delta\ (r\vee s)$ es verdadera; además r y s tienen diferentes valores de verdad, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones en el orden indicado.

   i. $(p\ \Delta\ F)\wedge p$
   ii. $\sim[s\wedge(\sim q\wedge\sim p)]$
   iii. $[(r\rightarrow q)\vee\sim(q\wedge t)]$

   A) VFF B) VFV C) VVV D) VVF

   <u>Solución</u>:

   $[(p\wedge\sim s)\rightarrow(p\wedge\sim q)]\ \Delta\ (r\vee s)\equiv V$

   F Δ V

   $v(p)\equiv V$; $v(q)\equiv V$; $v(r)\equiv V$; $v(s)\equiv F$

   i) $(p\ \Delta\ F)\wedge p\equiv p\wedge p\equiv p\equiv V$

   ii) $\sim[s\wedge(\sim q\wedge\sim p)]\equiv\sim[F\wedge(...)]\equiv\sim F\equiv V$

   iii) $[(r\rightarrow q)\vee\sim(q\wedge t)]\equiv[(r\rightarrow V)\vee\sim(...)]\equiv V$

   Rpta.: C

5. La proposición "Si estudias entonces aprenderás. Sin embargo, no estudias", es equivalente a:

   A) Estudias o aprenderás. B) Si estudias, no aprenderás.
   C) No estudias. D) Aprenderás dado que estudias.

   <u>Solución</u>:

   Sea p: estudias
   q: aprenderás

   La expresión simbólica es: $(p\rightarrow q)\wedge\sim p$

   Luego, $(p\rightarrow q)\wedge\sim p\equiv(\sim p\vee q)\wedge\sim p\equiv\sim p$

   Rpta.: C

6. Dada la proposición: "Si me despierto tarde, no llego a clases. Pero no llego a clases y no me despierto tarde". Esta proposición es equivalente a

   A) me despierto tarde y no llego a clases.
   B) no me despierto tarde.
   C) llego a clases o no me despierto tarde.
   D) no es cierto que, me despierto tarde o llego a clases.

   <u>Solución</u>:

   Sea p: me despierto tarde
   q: llego a clases

   Luego se tiene la expresión simbólica del enunciado

   $$(p\rightarrow\sim q)\wedge\sim q\wedge\sim p$$

simplificando se tiene:

$(p \to \sim q) \wedge \sim q \wedge \sim p$

$\equiv (\sim p \vee \sim q) \wedge \sim q \wedge \sim p$

$\equiv \sim q \wedge \sim p$

$\equiv \sim p \wedge \sim q$

$\equiv \sim (p \vee q)$

No es cierto que, me despierto tarde o llego a clases.

Rpta.: D

7. La proposición equivalente a "No es un buen trabajador, pero sus acciones son excelentes", es

A) no es cierto que, sea un buen trabajador o sus acciones no sean excelentes.
B) no es cierto que, sea un buen trabajador o sus acciones sean excelentes.
C) no es cierto que, no sea un buen trabajador o sus acciones no sean excelentes.
D) no es cierto que, sea buen trabajador y sus acciones no sean excelentes.

<u>Solución</u>:

p: es buen trabajador
q: sus acciones son excelentes
Formalizando $\sim p \wedge q \equiv \sim(p \vee \sim q)$
No es cierto que, sea un buen trabajador o sus acciones no sean excelentes.

Rpta.: A

8. La proposición: "Si trabajo entonces tendré dinero. Además, no tendré dinero dado que trabajo", es equivalente a

A) tendré dinero.
B) no trabajo.
C) no trabajo y tendré dinero.
D) no tendré dinero.

<u>Solución</u>:

p: trabajo
q: tendré dinero
se tiene que

$$(p \to q) \wedge (p \to \sim q) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$$
$$\equiv \sim p \vee (q \wedge \sim q)$$
$$\equiv \sim p \vee F \equiv \sim p$$

$\therefore$ No trabajo.

Rpta.: B

9. Dados los siguientes enunciados:

$$p(x): (x^2 = 49) \wedge (x < 0)\ ;\ \ q(x): (x - 3 = 5) \wedge (x + 4 < 0)\ ;\ \ r(x): x - 2 > 7;$$

Halle el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

i. $\lfloor (p(2) \wedge p(1)) \rightarrow (r(8) \wedge q(1)) \rfloor$

ii. $\lfloor (q(2) \vee p(6)) \leftrightarrow (p(2) \Delta q(5)) \rfloor$

iii. $\lfloor (q(1) \wedge p(7)) \rightarrow (r(8) \wedge q(b)) \rfloor$

A) FVV B) VVV C) VVF D) FVF

<u>Solución</u>:

i. $\lfloor (p(2) \wedge p(1)) \rightarrow (r(8) \wedge q(1)) \rfloor \equiv V$

F

ii. $\lfloor (q(2) \vee p(6)) \leftrightarrow (p(2) \Delta q(5)) \rfloor \equiv V$

F F

iii. $\lfloor (q(a) \wedge p(7)) \rightarrow (r(8) \wedge q(b)) \rfloor \equiv V$

F

Rpta.: B

10. Si la proposición "Si es viernes, iré a bailar y al cine; pero no es cierto que, iré al cine o no iré a bailar. Puesto que no iré al cine ni iré a bailar" es falsa, entonces es verdad que

A) no iré a bailar e iré al cine. B) iré a bailar.
C) iré al cine. D) no iré a bailar ni al cine.

<u>Solución</u>:

p: es viernes
q: iré a bailar
r: iré al cine
$(\sim q \wedge \sim r) \rightarrow [[p \rightarrow (q \wedge r)] \wedge \sim (r \vee \sim q)]$
Simplificando y usando la condición, tenemos: $r \vee q \equiv F$
$r \equiv F$ y $q \equiv F$
$\therefore$ Es verdad que, no iré a bailar ni al cine.

Rpta.: D

<u>EJERCICIOS PROPUESTOS</u>

1. De los siguientes enunciados:
   i. Y si no ingreso, ¿qué pasa?
   ii. ¡Arriba Perú!
   iii. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$
   iv. Arequipa es la capital del Perú.
   v. César Vallejo y Tirso de Molina son actores peruanos.

   ¿cuántos son proposiciones lógicas?

   A) Cuatro B) Tres C) Dos D) Cinco

Solución:
Dos: iv y v

Rpta.: C

2. Simplifique la proposición $[(p \to q) \wedge (q \to r) \wedge p] \to (q \wedge r)$.

A) $\sim p \vee p$ B) $r \vee p$ C) $\sim p$ D) $\sim q$

Solución:

$[(p \to q) \wedge (q \to r) \wedge p] \to (q \wedge r)$
$[(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee r) \wedge p] \to (q \wedge r)$
$[(\sim p \vee q) \wedge p \wedge (\sim q \vee r)] \to (q \wedge r)$
$[q \wedge p \wedge (\sim q \vee r)] \to (q \wedge r)$
$[p \wedge q \wedge (\sim q \vee r)] \to (q \wedge r)$
$[p \wedge q \wedge r] \to (q \wedge r)$
$\sim[p \wedge q \wedge r] \vee (q \wedge r)$
$\sim p \vee \sim(q \wedge r) \vee (q \wedge r) \equiv V$

Rpta.: A

3. Si la proposición $(p \wedge \sim q) \to (r \vee \sim s)$ es falsa, determine el valor de verdad de q, p, r, s; en ese orden.

A) FVFV B) VFVV C) VVFF D) FVFF

Solución:
$(p \wedge \sim q) \to (r \vee \sim s) \equiv F$
$V \quad \to \quad F$
$v(p) \equiv V$; $v(q) \equiv F$; $v(r) \equiv F$; $v(s) \equiv V$

Rpta.: A

4. Si $p \uparrow q \equiv \sim p \wedge (p \vee \sim q)$, entonces el equivalente a $(\sim p \leftrightarrow \sim q)$, es

i. $(p \uparrow \sim q) \uparrow (\sim p \uparrow q)$
ii. $(\sim p \uparrow \sim q) \uparrow (p \uparrow \sim q)$
iii. $(\sim p \uparrow \sim q) \uparrow (p \uparrow q)$
iv. $(p \uparrow q) \uparrow (p \uparrow q)$

A) Solo i B) Solo ii C) Solo iii D) Solo iv

Solución:

$p \uparrow q \equiv \sim p \wedge (p \vee \sim q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

$$\begin{aligned}\sim p \leftrightarrow \sim q &\equiv (\sim p \to \sim q) \wedge (\sim q \to \sim p)\\ &\equiv (p \vee \sim q) \wedge (q \vee \sim p)\\ &\equiv \sim(\sim p \wedge q) \wedge \sim(\sim q \wedge p)\\ &\equiv \sim(p \uparrow \sim q) \wedge \sim(q \uparrow \sim p)\\ &\equiv (p \uparrow \sim q) \uparrow (q \uparrow \sim p)\\ &\equiv (p \uparrow \sim q) \uparrow (\sim p \uparrow q)\end{aligned}$$

Rpta.: A

5. Sabiendo que el valor de verdad de la proposición p es verdadero, halle el valor de verdad de las siguientes proposiciones en ese orden.

i. $[(p \,\Delta \sim p) \vee (r \to (\sim q \wedge p))] \to (p \vee q \vee r)$

ii. $(q \,\Delta\, q) \leftrightarrow ((p \vee q) \wedge \sim p))$

iii. $\left[(\sim p \to q) \vee \left(r \to (\sim q \wedge p)\right)\right] \to (\sim p \wedge q \wedge r)$

A) VVV B) VVF C) VFF D) VFV

Solución:

i. $[(p \,\Delta \sim p) \vee (r \to (\sim q \wedge p))] \to (p \vee q \vee r)$

$[\ldots] \to V \equiv V$

ii. $(q \,\Delta\, q) \leftrightarrow ((p \vee q) \wedge \sim p))$

$F \leftrightarrow F \equiv V$

iii. $\left[(\sim p \to q) \vee \left(r \to (\sim q \wedge p)\right)\right] \to (\sim p \wedge q \wedge r)$

$\lfloor V \vee (\ldots) \rfloor \to F \equiv F$

Rpta.: B

6. Sean las proposiciones:

p : Las matemáticas son difíciles.
q : A los alumnos les gustan las matemáticas.
r : Los cursos de letras son fáciles.

Halle la expresión simbólica del enunciado: “Las matemáticas son difíciles o no les gusta a los alumnos, si los cursos de letras son fáciles entonces las matemáticas no son difíciles. En consecuencia, los cursos de letras no son fáciles puesto que a los alumnos les gusta las matemáticas”.

A) $[(p \vee \sim q) \wedge (r \to \sim p)] \to (q \to \sim r)$ B) $[p \to (\sim q \vee r)] \to (q \to \sim r)$

C) $[(p \vee \sim q) \to r] \to \sim(r \vee q)$ D) $[(q \to \sim r) \vee (\sim q \vee r)] \to p$

Solución:

$$\left[(p \vee \sim q) \wedge (r \rightarrow \sim p)\right] \rightarrow (q \rightarrow \sim r)$$

Rpta.: A

7. Anita miente a su amiga Betty diciéndole: No es cierto que, Carol no vende papas, pero sí camotes, ya que, o vende papas o no vende yucas.
De los tubérculos mencionados, ¿qué tubérculo(s) vende Carol?

A) Solo camotes
B) Solo papas
C) Solo yucas
D) Solo yucas y papas

Solución:
p: Carol vende papas.
q: Carol vende camotes
r: Carol vende yucas.

$$\left[(p \,\Delta \sim r) \rightarrow \sim(\sim p \wedge q)\right] \equiv F$$

$$\left[(p \,\Delta \sim r) \rightarrow (p \vee \sim q)\right] \equiv F$$

$$V \quad \rightarrow \quad F$$

$$v(p) \equiv F\,; \quad v(q) \equiv V\,; \quad v(r) \equiv F$$

Rpta.: A

8. De las siguientes proposiciones

i. Si todos los mamíferos tienen 4 patas, entonces algunos mamíferos nadan.
ii. Si todos los mamíferos tienen 4 patas, entonces la Tierra está más lejos del Sol que Marte.
iii. Si cae granizo, entonces 5 es número primo.

es verdad que

A) las tres proposiciones son verdaderas.
B) solo ii) y iii) son verdaderas.
C) solo i) es verdadera.
D) solo i) y iii) son verdaderas.

Solución:
i. Si todos los mamíferos tienen 4 patas; entonces, algunos mamíferos nadan.
$F \rightarrow V \equiv V$
ii. Si todos los mamíferos tienen 4 patas; entonces, la Tierra está más lejos del Sol que Marte.
$F \rightarrow F \equiv V$
iii. Si hoy cae granizo; entonces, 5 es número primo.
$p \rightarrow V \equiv V$

Rpta.: A

9. En un concurso de matemática se propuso el siguiente problema:

Si $p \nabla q \equiv \sim(p \vee q)$, simplifique en términos de ∇, la siguiente proposición: $[(\sim p \nabla \sim q) \nabla \sim(q \nabla r)] \nabla r$

Si un estudiante resolvió correctamente dicho problema, indique su respuesta.

A) $\sim r \nabla r$ B) $\sim q \nabla r$ C) $p \nabla q$ D) $p \nabla r$

Solución:

$p \nabla q \equiv \sim p \wedge \sim q$

Luego: $[(\sim p \nabla \sim q) \nabla \sim(q \nabla r)] \nabla r$

$[(\sim\sim p \wedge \sim\sim q) \nabla \sim(\sim q \wedge \sim r)] \nabla r$

$[(p \wedge q) \nabla (q \vee r)] \nabla r$

$[\sim(p \wedge q) \wedge \sim(q \vee r)] \nabla r$

$\sim[\sim(p \wedge q) \wedge \sim(q \vee r)] \wedge \sim r$

$[(p \wedge q) \vee (q \vee r)] \wedge \sim r$

$[(p \wedge q) \vee q \vee r] \wedge \sim r$

$[q \vee r] \wedge \sim r$

$q \wedge \sim r \equiv \sim q \nabla r$

Rpta.: B

10. María le dice a Delia: "Juan no hace sus tareas o, irá a la fiesta si y solo si hace sus tareas; o irá a la fiesta".
Si Delia le responde con una proposición equivalente a la de María, esta puede ser

A) Juan hace sus tareas.
B) Juan no ira a la fiesta.
C) Juan irá a la fiesta.
D) Si Juan hace sus tareas entonces irá a la fiesta.

Solución:

p: "Juan hace sus tareas"
q: "Juan irá a la fiesta"

$[\sim p \vee (q \leftrightarrow p)] \vee q$

$(q \leftrightarrow p) \vee \sim p \vee q$

$[(q \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q)] \vee (p \rightarrow q)$

$(p \rightarrow q)$

Si Juan hace sus tareas entonces irá a la fiesta.

Rpta.: D

Aritmética

EJERCICIOS

1. ¿Cuál o cuáles de los siguientes enunciados son proposiciones lógicas?

I. $x+5<3$

II. $\sqrt[3]{8}-6+3^{2^{4^0}} \leq 7^2-4^{\frac{1}{2}}+5$

III. En el plano, si dos rectas son perpendiculares a una misma recta, entonces esas dos rectas son paralelas.

IV. La temperatura en la superficie del planeta Venus es 800ºF.

V. ¡Ojalá todas las mañanas fuesen tan soleadas como la de hoy!

A) Solo II B) Solo III C) Solo II y III
D) Solo III y IV E) II, III y IV

Solución:

I) No
II) Si
III) Si
IV) Si
V) No

Rpta.: E

2. Si la proposición compuesta $\lfloor (\sim p \vee q) \rightarrow (q \leftrightarrow r) \rfloor \vee (q \wedge s)$ es falsa, siendo "p" una proposición verdadera, determine el valor de verdad de q, r y s, en ese orden.

A) VFF B) VFV C) FFF D) FVV E) FVF

Solución:

$$\lfloor (\sim p \vee q) \rightarrow (q \leftrightarrow r) \rfloor \vee (q \wedge s) \equiv F$$

$$\begin{array}{cccccc} & V & & F & & F \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ F & V & V & F & V & F \end{array}$$

Luego: VFF

Rpta.: A

3. Si la proposición compuesta $\begin{array}{l}[\sim (r \rightarrow q) \\ [\sim (r \rightarrow q) \leftrightarrow (p \Delta q)] \rightarrow [(p \vee q) \leftrightarrow (p \wedge q)]\end{array}$ es falsa, determine el valor de verdad de p, r y q, en ese orden.

A) FVF B) FVV C) VVF D) FFV E) VFF

Solución:

$$\underbrace{\underbrace{[\sim (\underbrace{r \rightarrow q}_{F})}_{V} \leftrightarrow (p \Delta q)]}_{V} \rightarrow \underbrace{[\underbrace{(p \vee q)}_{V} \leftrightarrow \underbrace{(p \wedge q)}_{F}]}_{F} \equiv F$$

$$p \text{ y } q : \text{toman diferente valor de verdad}$$

$$\text{Luego}: r \equiv V;\ q \equiv F;\ p \equiv V \qquad \therefore \quad p, r \text{ y } q : VVF$$

Rpta.: C

4. La proposición: «Ercí dice la verdad y Robin no está en Ayacucho, entonces Robin está en la fiesta», es equivalente a:

A) Si Robin no está en la fiesta, entonces Ercí no dice la verdad y Robin no está en Ayacucho.
B) Si Robin no está en Ayacucho, entonces Robin está en la fiesta o Ercí dice la verdad.
C) Si Robin no está en Ayacucho, entonces Robin no está en la fiesta y Ercí no dice la verdad.
D) Es falso que Ercí diga la verdad, además Robin no está en Ayacucho, pero sí en la fiesta.
E) Si Robin no está en Ayacucho, entonces es falso que Ercí diga la verdad y Robin no está en la fiesta.

Solución:

p: Ercí dice la verdad.
q: Robin está en Ayacucho
r: Robin está en la fiesta

La proposición: $(p\wedge\sim q)\rightarrow r\equiv\sim p\vee q\vee r$

A) $\sim r\rightarrow(\sim p\wedge\sim q)\equiv r\vee(\sim p\wedge\sim q)$
B) $\sim q\rightarrow(r\vee p)\equiv q\vee r\vee p$
C) $\sim q\rightarrow(\sim r\wedge\sim p)\equiv q\vee(\sim r\wedge\sim p)$
D) $\sim p\wedge(\sim q\wedge r)$
E) $\sim q\rightarrow\sim(p\wedge\sim r)\equiv q\vee\sim p\vee r$

Rpta.: E

5. Para comunicaciones secretas en una operación militar se utiliza el siguiente código:

$$p*q\equiv\sim q\vee\sim p$$

¿Cómo se podría representar $p\Delta q$ en términos de "$*$" y "$\sim$"?

A) $(p*\sim q)*(q*\sim p)$
B) $(p*q)*(\sim p*\sim q)$
C) $(\sim p*q)*(p*q)$
D) $(p*q)*(p*\sim q)$
E) $\sim(p*q)*(\sim p*q)$

Solución:

$p*q\equiv\sim p\vee\sim q\equiv\sim(p\wedge q)$

$p\Delta q\equiv\sim[(\sim p\vee q)\wedge(\sim q\vee p)]$

$\equiv\sim[(p*\sim q)\wedge(q*\sim p)]$

$\equiv(p*\sim q)*(q*\sim p)$

Rpta.: A

6. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones, en el orden indicado.

I. $p\wedge q\equiv\sim[q\rightarrow\sim p]$
II. $[\sim p\wedge r]\rightarrow q\equiv(p\vee q)\vee\sim r$
III. $p\rightarrow\sim q\equiv\sim(p\vee q)$

A) VFF B) VVV C) VVF D) FVF E) VFV

Solución:

I. $\sim[q\rightarrow\sim p]\equiv\sim[\sim q\vee\sim p]\equiv q\wedge p\equiv p\wedge q$ … (V)
II. $[\sim p\wedge r]\rightarrow q\equiv\sim(\sim p\wedge r)\vee q\equiv(p\vee\sim r)\vee q\equiv(p\vee q)\vee\sim r$ … (V)
III. $p\rightarrow\sim q\equiv\sim p\vee\sim q\equiv\sim(p\wedge q)$ … (F)

Rpta.: C

7. Siendo p, q y r proposiciones lógicas donde:

p: «Todo número cuadrado perfecto es par»
q: «Solo existen dos números naturales primos consecutivos»

Clasifique los siguientes esquemas moleculares, como Tautología (T), Contradicción ($\perp$) o Contingencia (C), en el orden indicado.

I) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (q \vee p)$
II) $[p \rightarrow (q \Delta r)] \wedge r$
III) $[(r \rightarrow q) \Delta r] \wedge r$

A) T T C B) $\perp$ C $\perp$ C) T C $\perp$ D) C C $\perp$ E) $\perp$ TC

Solución:

$\boldsymbol{p \equiv F}$; $\boldsymbol{q \equiv V}$
Luego:

I) $\boldsymbol{(p \leftrightarrow q) \rightarrow (q \vee p) \equiv V \rightarrow V \equiv V}$: (T)
II) $\boldsymbol{[p \rightarrow (q \Delta r)] \wedge r \equiv V \wedge r \equiv r}$: (C)
III) $\boldsymbol{[(r \rightarrow q) \Delta r] \wedge r \equiv \sim r \wedge r \equiv F}$: ($\perp$)

Rpta.: C

8. ¿Cuál o cuáles de las siguientes proposiciones, son equivalentes a: «María estudiará durante el verano, ya que no aprobó Matemática ni Física, entonces no se va de viaje»?

I. Si María aprueba Matemática, entonces se va de viaje, además, si no aprueba Matemática, entonces estudiará durante el verano.
II. Si María no aprueba Matemática y no aprueba Física, entonces no se va de viaje.
III. María no aprueba Matemática ni Física, ya que se va de viaje. Además María no se va de viaje o no estudiará durante el verano.

A) Solo III B) Solo II C) Solo I D) Solo I y II E) Solo II y III

Solución:

Sea:

p: María aprueba Matemática
q: María aprueba Física
r: María estudiará durante el verano
s: María se va de viaje

Luego el enunciado queda representado como:

$$\lfloor (\sim p \wedge \sim q) \rightarrow r \rfloor \rightarrow \sim s \equiv [(\sim p \wedge \sim q) \wedge \sim r] \vee \sim s\theta$$

Entonces:

I. $(p \rightarrow s) \wedge (\sim p \rightarrow r) \equiv (\sim p \vee s) \wedge (p \vee r)$

II. $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow \sim s \equiv (p \vee q) \vee \sim s$

III. $\lfloor s \rightarrow (\sim p \wedge \sim q) \rfloor \wedge (\sim s \vee \sim r) \equiv \sim s \vee \lfloor (\sim p \wedge \sim q) \wedge \sim r \rfloor$

Por lo tanto: Solo III es equivalente.

Rpta.: A

9. La proposición «Si no es el caso que, Mario sea un comerciante y un próspero industrial, entonces no es ingeniero o es un comerciante» es equivalente a:

I) Mario es ingeniero pero no es comerciante.
II) Mario es un próspero industrial o es un ingeniero.
III) Mario es un comerciante o no es ingeniero.

A) Solo I B) Solo I y III C) Solo III D) Solo II E) Solo II y III

<u>Solución</u>:

p: Mario es un comerciante.
q: Mario es un próspero industrial.
r: Mario es un ingeniero.

$$\sim (p \wedge q) \rightarrow (\sim r \vee p) \equiv (p \wedge q) \vee (\sim r \vee p) \equiv [(p \wedge q) \vee p] \vee \sim r \equiv p \vee \sim r$$

Por lo tanto: Mario es un comerciante o no es ingeniero (Solo III)

Rpta.: C

10. Dadas las proposiciones
p: «Carmen prepara el almuerzo»
q: «Carmen limpia la casa»
La proposición equivalente a $\{\sim[(p \rightarrow q) \rightarrow \sim(q \rightarrow p)] \wedge (p \vee q)\}$ es: «Carmen…

A) prepara el almuerzo pero no limpia la casa»
B) prepara el almuerzo o limpia la casa»
C) no prepara el almuerzo»
D) no limpia la casa»
E) prepara el almuerzo y limpia la casa»

Solución:

$$\{\sim [(p \to q) \to \sim(q \to p)] \wedge (p \vee q)\} \equiv \sim [(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)] \wedge (p \vee q)$$

$$\equiv [(\sim p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)] \wedge (p \vee q) \equiv (\sim p \vee q) \wedge [p \vee (\sim q \vee q)]$$

$$\equiv (\sim p \vee q) \wedge p \equiv q \wedge p = p \wedge q$$

Carmen prepara el almuerzo y limpia la casa.

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. ¿Cuál o cuáles de los siguientes enunciados son proposiciones lógicas?

I. La lógica cuántica fue propuesto originalmente por Garrett Birkhoff y John von Neumann en 1936. Se fundamenta en la idea que el retículo de proyecciones ortogonales en un espacio de Hilbert es la estructura que corresponde en la mecánica cuántica al reticulado de proposiciones en la física clásica.

II. x^2 es un número cuadrado perfecto.

III. Entre dos números naturales cualesquiera, siempre existe otro número natural.

IV. Como el campus universitario ha sido declarada zona libre del humo de cigarrillos, Luchito debe fumar cigarrillos fuera de las instalaciones de la universidad.

A) I y III B) I y II C) Solo II D) Solo III E) I y IV

Solución:

I. Es un enunciado aseverativo por lo tanto es proposición lógica.
II. x puede ser cualquier tipo de numero por lo tanto no es proposición lógica.
III. Es un enunciado aseverativo por lo tanto es proposición lógica
IV. No proposición lógica, por ser mandato.

Rpta.: A

2. Pedro le dice a su amigo Jaime: «Si apruebas el primer o segundo examen, entonces aprobaras el curso de Matemática; o bien, no vas a clases por consiguiente, no apruebas el primer examen». Si pedro siempre le miente, indique el enunciado verdadero.

A) Jaime aprueba el curso de Matemática.
B) Jaime va a clases.
C) Jaime aprueba el curso de Matemática y el primer examen.
D) Jaime aprueba el segundo examen y va a clases.
E) Jaime aprueba el primer examen o va a clases.

Solución:

p: Jaime aprueba el primer examen.
q: Jaime aprueba el segundo examen.
r: Jaime aprueba el curso de Matemática.
s: Jaime va a clases.

$[(p \vee q) \rightarrow r] \vee [\sim s \rightarrow \sim p] \equiv F$
De donde se tiene:
$p \equiv V$; $s \equiv F$; $r \equiv F$ y $q \equiv V$ o $q \equiv F$
Por consiguiente

Rpta.: E

3. Si la proposición $(p \vee q) \rightarrow [(s \Delta r) \Delta (r \Delta s)]$ es verdadera, ¿cuál o cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos?

I) $p \wedge (s \Delta r)$
II) $q \rightarrow (r \Delta s)$
III) s es necesariamente falsa

A) VFV B) FFV C) VVF D) FVF E) FFF

Solución:

$(p \vee q) \rightarrow [(s \Delta r) \Delta (r \Delta s)] \equiv V$
De donde se tiene:
$p \equiv F$; $q \equiv F$
I) $p \wedge (s \Delta r)$; (F)
II) $q \rightarrow (r \Delta s)$ (V)
III) s es necesariamente falsa; (F)

Rpta.: D

4. De las siguientes proposiciones, halle cuáles son equivalentes:

I. Es necesario que María no vaya al cine para que termine su tarea.
II. No es cierto que María termina su tarea y va al cine.
III. María no termina su tarea y no va al cine.

A) I y II B) I y III C) II y III D) I,II,III E) Ninguna

Solución:

Simbolizando, las proposiciones simples son:

p: María va al cine
q: María termina su tarea

I. Es necesario que María no vaya al cine para que termine su tarea

$\sim p \leftarrow q$
$q \rightarrow \sim p$
$\sim q \vee \sim p \equiv \sim p \vee \sim q$

II. No es cierto que, María termine su tarea y va al cine.

$\sim (q \wedge p) \equiv \sim q \vee \sim p$
$\sim p \vee \sim q$

III. María no termina su tarea y no va al cine.

$\sim p \wedge \sim q$

Por lo tanto son equivalentes I y II

Rpta.: A

5. Jhon que nunca miente ha contestado a su amigo Pedro lo siguiente**:** «Amo a Anyeli o a Isabel, pero no a ambas. Además, si amase a Anyeli, amaría también a Isabel». Mencione por lo expuesto a quién ama Jhon.

A) Anyeli B) Isabel C) Ninguna D) Ambas E) Pedro

<u>Solución</u>:

p: Jhon ama a Anyeli
q: Jhon ama a Isabel

$$\underbrace{\left(\underset{F}{p} \underset{V}{\Delta\ q}\right)}_{V} \wedge \underbrace{\left(\underset{F}{p} \underset{V}{\rightarrow q}\right)}_{V} \equiv V$$

Por tanto el enunciado solo es verdadero si q es verdadero, entonces Jhon ama a Isabel

Rpta.: B

6. Dada la proposición: «Si Junnior es bailarín, entonces no es buen ingeniero, pero no es bailarín», es equivalente a:

I) Junnior no es bailarín, pero es buen ingeniero.
II) Junnior es bailarín o no es buen ingeniero.
III) Es falso que Junnior sea bailarín.

A) Solo I B) I y II C) I y III D) II y III E) Solo III

<u>Solución</u>:

p: «Junnior es bailarín»
q: «Junnior es buen ingeniero»

I) $\sim p \wedge q$
II) $p \vee \sim q$
III) $\sim p$

$(p \rightarrow \sim q) \wedge \sim p$
$(\sim p \vee \sim q) \wedge \sim p$
$\sim p$

Rpta.: E

7. Simplifique la siguiente proposición compuesta:

$$[(p \rightarrow \sim q) \rightarrow \sim p] \rightarrow q$$

A) $q \vee p$ B) $q \vee \sim p$ C) $\sim q \vee p$ D) $q \wedge p$ E) $q \wedge \sim p$

Solución:

$\sim[\sim(\sim p \vee \sim q) \vee \sim p] \vee q$ *Condicional*
$\sim[(p \wedge q) \vee \sim p] \vee q$ *Morgan*
$\sim[\sim p \vee q] \vee q$ *Absorción*
$(p \wedge \sim q) \vee q$ *Morgan*
$q \vee p$ *Absorción*

Rpta.: A

8. ¿Cuál o cuáles de las siguientes proposiciones es contingencia?

I) $(\sim p \leftrightarrow \sim q) \Delta q$
II) $q \vee (\sim p \rightarrow \sim q)$
III) $(p \Delta \sim q) \leftrightarrow p$

A) Solo III B) I y III C) II y III D) Solo II E) I, II y III.

Solución:

	(I)		(II)		(III)		
p q	$(\sim p \leftrightarrow \sim q)$	Δq	$q \vee$	$(\sim p \rightarrow \sim q)$	$(p \Delta \sim q)$	$\leftrightarrow$	p
V V	V	F	V	V	V	V	V
V F	F	F	V	V	F	F	V
F V	F	V	V	F	F	V	F
F F	V	V	V	V	V	F	F

Luego: I y III son contingencia.

Rpta.: B

9. Se define el operador lógico mediante la siguiente tabla

p	q	p@q
V	V	F
V	F	F
F	V	V
F	F	F

Simplifique la proposición compuesta ~q @ [p @ (~ p @ q)]

A) ~q v q B) ~p∧p C) p ∧ q D) p E) ~q

Solución:

p @ q ≡ ~ p ∧ q

~q @ [~ p ∧ (p ∧ q)]

~q @ F ≡ q ∧ F ≡ F

Rpta.: B

10. Si el valor de verdad de la siguiente proposición: «O Mark es estudioso y puntual, o es estudioso» es verdadero; entonces la afirmación verdadera es:

A) No es cierto que Mark sea estudioso.
B) Mark es puntual y estudioso.
C) Mark no es estudioso, pero es puntual.
D) Mark es puntual, puesto que es estudioso.
E) Si Mark es puntual y estudioso, entonces es docente de la UNMSM.

Solución:

p: Mark es estudioso q: Mark es puntual

La proposición: " O Mark es estudioso y puntual, o es estudioso" queda representada por $(p \wedge q) \Delta p$,luego como el valor de verdad de $(p \wedge q) \Delta p$ es verdadero entonces $p \equiv V$, $q \equiv F$

Finalmente

A) No es cierto que Mark sea estudioso. : $\sim p \equiv F$
B) Mark es puntual y estudioso. : $q \wedge p \equiv F$
C) Mark no es estudioso, pero es puntual. : $\sim p \wedge q \equiv F$
D) Mark es puntual, puesto que es estudioso. : $p \rightarrow q \equiv F$
E) Si Mark es puntual y estudioso, entonces es docente de la UNMSM. : $(q \wedge p) \rightarrow r \equiv V$

Rpta.: E

Aritmética

EJERCICIOS

1. Dados los siguientes enunciados:

I. Un número primo solo admite dos divisores positivos, el uno y el mismo número.
II. $x^2+1\geq 1$.
III. $\forall x\in R, \exists x\in R / x.x^{-1}=1$.
IV. En el año de 1983, el movimiento terrorista Sendero Luminoso asesinó a 69 campesinos en Lucanamarca, Ayacucho.
V. ¡Ojalá pueda aprobar el próximo examen de admisión de la UNMSM!

¿cuántos son proposiciones lógicas?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Solución:

I. Si es p.l.
II. No es p.l.
III. Si es p.l.
IV. Si es p.l.
V. No es p.l.

Rpta.: C

2. Si el valor de verdad de la proposición molecular $(p\wedge\sim q)\rightarrow\sim(r\wedge\sim s)$ es falso, determine el valor de verdad de: q, p, r y s; en ese orden respectivamente.

A) FVVF B) VFVV C) VVFF D) FVFF E) VVVF

Solución:

Como $[(p\wedge\sim q)\rightarrow\sim(r\wedge\sim s)]\equiv F$, se tiene:

$$(p\wedge\sim q)\equiv V, luego: p\equiv V, q\equiv F$$
$$\sim(r\wedge\sim s)\equiv\sim r\vee s\equiv F, luego: r\equiv V, s\equiv F$$

Luego: q, p, r, s≡FVVF

Rpta.: A

3. Dadas las proposiciones:

p: “Rosita hace su tarea”
q: “Rosita va al cine”

luego de simplificar la proposición: $[\, p \wedge (\, p \rightarrow q\,)\,] \vee [\, \sim p \wedge (\, \sim q \rightarrow p\,)\,]$, se obtiene que “Rosita…

A) no hace su tarea”

B) va al cine”

C) hace su tarea”

D) hace su tarea y no va al cine”

E) no hace su tarea y va al cine”

<u>Solución</u>:

$$
\begin{aligned}
[\, p \wedge (\, p \rightarrow q\,)\,] \vee [\, \sim p \wedge (\, \sim q \rightarrow p\,)\,] &\equiv [\, p \wedge (\sim p \vee q\,)\,] \vee [\, \sim p \wedge (\, q \vee p\,)\,] \\
&\equiv [\, p \wedge q\,] \vee [\, \sim p \wedge q\,] \\
&\equiv [\, p \vee \sim p\,] \wedge q \\
&\equiv V \wedge q \\
&\equiv q
\end{aligned}
$$

Por lo tanto: Rosita va al cine

Rpta.: B

4. Al elaborar la tabla de verdad de la proposición “soy ingeniero o matemático, pero no soy matemático; por tanto soy ingeniero”, ¿cuántos valores falsos se obtienen en su matriz principal?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

<u>Solución</u>:

p = soy ingeniero
q = soy matemático

$[(p \vee q) \wedge \sim q] \rightarrow p \equiv (p \wedge \sim q) \rightarrow p \equiv (\sim p \vee q) \vee p \equiv (\sim p \vee p) \vee q \equiv T \vee q \equiv T$

Rpta.: E

5. Clasifique cada proposición como Tautología (T), Contradicción (⊥) o Contingencia(C), según en el orden que se indica.

I) Si duermo entonces me relajo; puesto que me relajo.
II) O si tomo entonces no manejo, o si manejo entonces no tomo.
III) No es cierto que, estudio sí y solo sí trabajo; pero trabajo.

A) T, ⊥, C B) T, C, T C) T, C, ⊥ D) T, ⊥, T E) C, C, ⊥

Solución:

p q	(I) $p \to (q \to p)$	(II) $[p \to \sim q] \Delta [q \to \sim p]$	(III) $\sim (p \leftrightarrow q) \wedge q$
V V	V	F	F
V F	V	F	F
F V	V	F	V
F F	V	F	F

Rpta.: A

6. Dadas las proposiciones

p: Juan va de paseo.

q: Juan aprueba el curso de Matemática.

r: Juan aprueba el examen final.

determine la expresión simbólica equivalente del siguiente enunciado: "Juan va de paseo puesto que no aprueba el curso de Matemática; ya que no aprueba el examen final ".

A) $p \wedge q \wedge r$ B) $(\sim p \vee r) \to q$ C) $\sim p \vee (r \vee q)$

D) $(p \vee q) \to \sim r$ E) $\sim p \to (r \vee q)$

Solución:

Luego el enunciado queda representado como

$\sim r \to (\sim q \to p) \equiv r \vee (q \vee p) \equiv \sim p \to (r \vee q)$

Rpta.: E

7. La proposición equivalente a "Juan no asea su habitación o, va al cine si y solo si asea su habitación; o va al cine", es:

A) Juan asea su habitación
B) Juan no va al cine
C) Juan va al cine
D) Si Juan asea su habitación entonces va al cine
E) O Juan asea su habitación o va al cine

Solución:

Sea p: "Juan asea su habitación"

q: "Juan va al cine"

Luego el enunciado representado simbólicamente es

$$\begin{aligned}\lfloor \sim p \vee (q \leftrightarrow p) \rfloor \vee q &\equiv (q \leftrightarrow p) \vee \sim p \vee q \\ &\equiv \left[(q \to p) \wedge (p \to q)\right] \vee (p \to q) \\ &\equiv p \to q \\ &\equiv \text{Si Juan asea su habitación entonces va al cine}\end{aligned}$$

Rpta.: D

8. Si ambas proposiciones moleculares:

I) No estoy triste puesto que aprobé Matemática Básica; y no estoy triste. Por lo tanto, no aprobé Matemática Básica.
II) Aprobé Matemática Básica si y solo si no estoy triste.

tienen el mismo valor de verdad, entonces la afirmación verdadera es:

A) No es cierto que estoy triste.
B) Aprobé Matemática Básica y estoy triste.
C) No estoy triste o aprobé Matemática Básica.
D) O no estoy triste o no aprobé Matemática Básica.
E) No estoy triste ya que no aprobé Matemática Básica.

Solución:

Sean
p: Aprobé Matemática Básica
q: Estoy triste

Tenemos

De la proposición en I), tenemos:

$$\begin{aligned}\lfloor (p \to \sim q) \wedge \sim q \rfloor \to \sim p &\equiv \lfloor (p \to \sim q) \wedge \sim q \rfloor \to \sim p \\ &\equiv \left[(\sim p \vee q) \wedge \sim q\right] \to \sim p \\ &\equiv \sim q \to \sim p \\ &\equiv p \to q\end{aligned}$$

De la proposición en II), tenemos:

$p \leftrightarrow \sim q$

Luego para que las proposiciones en I) y II) tengan el mismo valor de verdad se debe cumplir que:

$$p \equiv F \; ; \; q \equiv V$$

A) $\sim q \equiv F$
B) $p \wedge q \equiv F$
C) $\sim q \vee p \equiv F$
D) $\sim q \,\Delta \sim p \equiv V$
E) $\sim p \to \sim q \equiv F$

Rpta.: D

9. Jorge le dice a Anita: "Si me caso contigo, te compraré un departamento y un automóvil; pero no es cierto que, te compraré el automóvil o no te compraré el departamento". Si todo lo que dijo Jorge es cierto, entonces es falsa la siguiente afirmación:

A) Jorge le comprará un departamento a Anita.
B) Jorge le comprará un automóvil o un departamento a Anita.
C) Si Jorge se casa con Anita entonces le comprará un automóvil.
D) Jorge le comprará el departamento y no se casa con Anita.
E) Jorge no le comprará el automóvil pero se casa con Anita.

Solución:

p: "Jorge se casa con Anita"
q: "Jorge le compra un departamento a Anita"
r: "Jorge le compra un automóvil a Anita"

$$\lfloor p \to (q \wedge r) \rfloor \wedge \sim (r \vee \sim q) \equiv V$$

De donde: $p \equiv F$; $q \equiv V$; $r \equiv F$

Luego:

A) $q \equiv V$
B) $r \vee q = F \vee V \equiv V$
C) $\sim p \vee r \equiv F \vee \sim F \equiv V$
D) $q \wedge \sim p \equiv V \wedge \sim F \equiv V$
E) $\sim r \wedge p \equiv F \wedge \sim F \equiv F$

Rpta.:E

10. De las siguientes proposiciones, son equivalentes:

I. Fue necesario que Jorge viajara en auto para que llegue temprano.
II. No es cierto que, Jorge llega temprano pero no viajó en auto.
III. Si Jorge llega temprano entonces viajó en auto.

A) Solo I y II B) Solo I y III C) Solo II y III
D) Todas E) Ninguna

Solución:

Simbolizando, las proposiciones simples con:

p: Jorge viajó en auto
q: Jorge llega temprano

I. $q \to p \equiv \sim q \vee p$

II. $\sim(q \wedge \sim p) \equiv \sim q \vee p$

III. $q \rightarrow p \equiv \sim q \vee p$

Por lo tanto son equivalentes I, II y III.

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Dados los siguientes enunciados:

I. Entre dos números racionales siempre es posible encontrar otro número racional.

II. $\exists \mathbf{a} \in \{1;2;3\}, \forall \mathbf{b} \in \mathbf{N} / \mathbf{a}+\mathbf{b} > 2$

III. $\forall \mathbf{a} \in \mathbf{Z}, \exists \mathbf{b} \in \mathbf{Z} / \mathbf{a}+\mathbf{b} = 0$

IV. ¿Cuál es tu nombre?

¿Cuántos son proposiciones lógicas?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0

Solución:

I. Si es p.l.
II. Si es p.l.
III. Si es p.l
IV. No es p.l.

Rpta.: C

2. Si el valor de verdad de la proposición $[\ (\sim p \leftrightarrow \sim r\ ) \rightarrow (\ r \vee \sim q\ )\ ]$ es falso, determine el valor de verdad de las proposiciones p, q y r en el orden indicado.

A) VVF B) FFV C) FVF D) VFV E) FVV

Solución:

$$[\ (\sim \underset{V}{p} \leftrightarrow \underbrace{\sim \underset{V}{r}}_{V}\ ) \rightarrow (\ \underset{F}{r} \vee \underbrace{\sim \underset{F}{q}}_{F}\ )\ ] \equiv F$$

Luego se tiene: $p \equiv F$; $q \equiv V$; $r \equiv F$

Rpta.: C

3. Si $p@q = \sim p \wedge \sim q$, simplifique, en términos de @, la siguiente proposición: $\{[\sim q \rightarrow \sim p] \rightarrow [\sim p \rightarrow \sim q]\} \wedge [\sim (p \wedge q)]$.

A) $q@q$ B) $p@q$ C) $\sim(p@q)$ D) $p@\sim q$ E) $q@\sim q$

Solución:

$\{[\sim q \rightarrow \sim p] \rightarrow [\sim p \rightarrow \sim q]\} \wedge [\sim(p \wedge q)]$

$\{[q \vee \sim p] \rightarrow [p \vee \sim q]\} \wedge [\sim(p \wedge q)]$

$\{\sim [q \vee \sim p] \vee [p \vee \sim q]\} \wedge [\sim(p \wedge q)]$

$\{[\sim q \wedge p] \vee [p \vee \sim q]\} \wedge [\sim p \vee \sim q]$

$(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$

$\sim q \vee (p \wedge \sim p) \equiv \sim q \vee F \equiv \sim q$

Por la condición: $\sim q \equiv \sim q \wedge \sim q \equiv q@q$

Rpta.: A

4. Cierto día, Germán plantea el siguiente problema a sus estudiantes: "Si el valor de verdad de la siguiente proposición compuesta $\{[(\sim p \vee q) \rightarrow (q \wedge p)] \leftrightarrow [(p \rightarrow r) \leftrightarrow (p \,\Delta \sim p)]\} \rightarrow [(r \vee q) \leftrightarrow (r \wedge q)]$ es falso, halle el valor de verdad de p, q y r, en ese orden"

Si Germán desea premiar al primer estudiante que responda correctamente con cierta cantidad de soles guiándose de la siguiente tabla, ¿cuántos soles recibirá el primer estudiante que resuelva correctamente dicho problema?

	es verdadero	es falso
Si el valor de **p**	recibe 1 sol	recibe 2 soles
Si el valor de **q**	recibe 3 soles	recibe 4 soles
Si el valor de **r**	recibe 5 soles	recibe 6 soles

A) 8 B) 10 C) 9 D) 11 E) 12

Solución:

$$\left\{\left[(\sim p \vee q) \rightarrow (q \wedge p)\right] \leftrightarrow \left[(p \rightarrow r) \leftrightarrow (p \,\Delta \sim p)\right]\right\} \rightarrow \left[(r \vee q) \leftrightarrow (r \wedge q)\right] \equiv F$$

$$(p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q) \qquad (p \rightarrow r) \leftrightarrow V \qquad q \neq r$$

$$p \wedge (\sim q \vee q)$$

$$p \wedge V$$

$$\underbrace{p \quad \leftrightarrow \quad (p \rightarrow r)}_{V} \rightarrow \underbrace{\qquad}_{F}$$

$$V(p) = V,\ V(q) = F \ \ y\ V(r) = V \quad \Rightarrow \quad 1+4+5=10$$

Rpta.: B

5. Halle la proposición equivalente a: "No es cierto que, si usted ve un gato negro entonces tendrá mala suerte"

A) Usted tendrá mala suerte si ve un gato negro.
B) Usted ve un gato negro y tendrá mala suerte.
C) Usted no tendrá mala suerte si ve un gato negro.
D) Usted ve un gato negro y no tendrá mala suerte.
E) Usted ve un gato negro si tendrá mala suerte.

Solución:
p: usted ve un gato negro
q: usted tendrá mala suerte

En símbolos la proposición: "No es cierto que, si usted ve un gato negro entonces tendrá mala suerte" es:

$$\sim (p \rightarrow q) = \sim (\sim p \vee q) = p \wedge \sim q$$

Luego la proposición equivalente es "Usted ve un gato negro y no tendrá mala suerte"

Rpta.: D

6. Considere las siguientes proposiciones lógicas:

p: La lógica es difícil.
q: A los alumnos les gusta mucho la lógica.
r: Las matemáticas son fáciles.

y determine la expresión simbólica del enunciado: "La lógica es difícil o no les gusta mucho a los alumnos, además si las matemáticas son fáciles entonces la lógica no es difícil. En consecuencia, las matemáticas no son fáciles ya que, a los alumnos les gusta mucho la lógica".

A) $[(p \vee \sim q) \wedge (r \rightarrow \sim p)] \rightarrow (q \rightarrow \sim r)$
B) $[p \rightarrow (\sim q \vee r)] \rightarrow (q \rightarrow \sim r)$
C) $[(p \vee \sim q) \rightarrow r] \rightarrow \sim (r \vee q)$
D) $[(q \rightarrow \sim r) \vee (\sim q \vee r)] \rightarrow p$
E) $[(p \vee \sim q) \wedge (\sim q \vee r)] \rightarrow \sim p$

Solución:

$$[(p \vee \sim q) \wedge (r \rightarrow \sim p)] \rightarrow (q \rightarrow \sim r)$$

Rpta.: A

7. Carlos acaba de revalidar su licencia de conducir A-I y le indica a Teresa lo siguiente: "Si el conductor no ha sido sancionado o lo ha sido con sanciones clasificadas como leves según el reglamento de tránsito, su licencia tendrá una vigencia de 10 años". ¿Cuál de las siguientes proposiciones expresa la negación de lo indicado por Carlos a Teresa?

A) Si el conductor es sancionado su licencia no tendrá una vigencia de 10 años.
B) Si el conductor ha sido sancionado entonces lo ha sido con sanciones clasificadas como leves según el reglamento de tránsito, además su licencia no tendrá una vigencia de 10 años.
C) Si la licencia del conductor no tiene una vigencia de 10 años, entonces el conductor no ha sido sancionado o lo ha sido con sanciones clasificadas como leves según el reglamento de tránsito.
D) Si el conductor ha sido sancionado, su licencia tendrá una vigencia de 10 años o ha sido levemente sancionado según el reglamento de tránsito.
E) El conductor no ha sido levemente sancionado y su licencia tendrá una vigencia de no más de 10 años.

Solución:

Simbolizando

p: El conductor ha sido sancionado

q: El conductor ha sido levemente sancionado según el reglamento de tránsito

r: La licencia del conductor tiene una vigencia de 10 años

Formalizando: $(\sim p \vee q) \rightarrow r \equiv \sim(\sim p \vee q) \vee r$

Negando: $\sim [\sim(\sim p \vee q) \vee r] \equiv (\sim p \vee q) \wedge \sim r$

$\equiv (p \rightarrow q) \wedge \sim r$

La negación en el lenguaje formal:

"Si el conductor ha sido sancionado entonces lo ha sido con sanciones clasificadas como leves según el reglamento de tránsito, además su licencia no tendrá una vigencia de 10 años".

Rpta.: B

8. La proposición equivalente a, "Si hoy hace calor entonces hoy me pondré polo; y que hoy no me ponga polo es condición suficiente para que hoy haga calor", es:

A) Hoy me pondré polo
B) Hoy no hace calor
C) Hoy hace calor
D) Hoy no hace calor y me pondré polo
E) Hoy no me pondré polo

Solución:

q: Hoy hace calor ; p: Hoy me pondré polo

$$(q \to p) \wedge (\sim p \to q) \equiv (\sim q \vee p) \wedge (p \vee q) \equiv p \vee (\sim q \wedge q) \equiv p \vee F \equiv p$$

Rpta.: A

9. Dadas las siguientes proposiciones:

p: Mateo es psicólogo
q: César es economista
r: César es administrador de empresas

La expresión simbólica de la siguiente proposición, "Si Mateo no es psicólogo entonces no es el caso que, César sea economista o administrador de empresas", es equivalente a:

A) $\sim p \to (q \vee r)$ B) $p \to \sim (q \vee r)$ C) $\sim p \wedge (q \vee r)$
D) $\sim p \to (\sim q \vee r)$ E) $\sim p \to (\sim q \wedge \sim r)$

Solución:

p: Mateo es psicólogo
q: César es economista
r: César es administrador de empresas

Formalizando:
$\sim p \to \sim (q \vee r)$
$\sim p \to (\sim q \wedge \sim r)$

Rpta.: E

10. Dada la proposición: "Si Roberto va a trabajar tarde entonces le pagarán menos, y si no va a trabajar tarde, le pagarán más. Por tanto, va a trabajar tarde o le pagarán más", se puede afirmar que tiene su mismo valor de verdad la siguiente proposición:

A) Si Roberto va a trabajar tarde entonces le pagarán menos.
B) Roberto va a trabajar tarde y no va a trabajar tarde.
C) Si Roberto va a trabajar tarde, le pagarán menos; o le pagarán más.
D) Si Roberto va a trabajar tarde, le pagarán más; y va a trabajar tarde.
E) Si Roberto va a trabajar tarde, le pagarán menos; o va a trabajar tarde.

Solución:

Sean las proposiciones simples:
p: Roberto va a trabajar tarde.
q: Le pagarán menos.
r: Le pagarán más.

Del enunciado se tiene:

$[(p \to q) \wedge (\sim p \to r)] \to [p \vee r] \equiv T$

De las alternativas se tiene

A) $p \to q$

B) $p \wedge \sim p$

C) $(p \to q) \vee r$

D) $(p \to r) \wedge p$

E) $(p \to q) \vee p \equiv T$

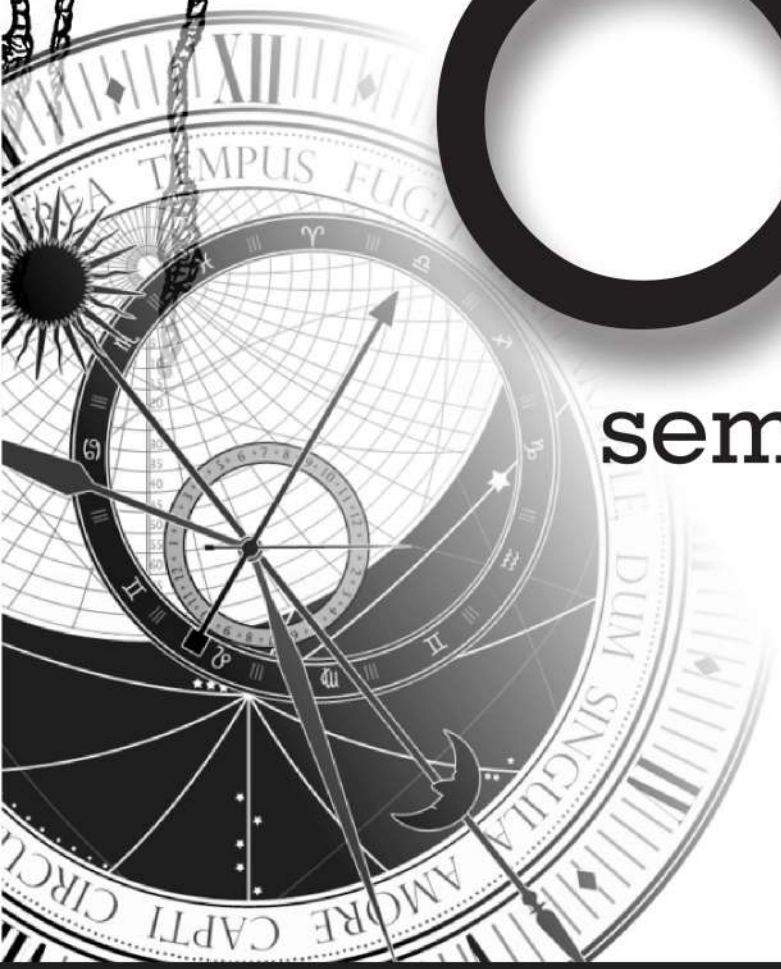
Rpta.: E

ARITMÉTICA

MANUAL DE PRACTICAS Y EJERCICIOS

02

semana



pre SAN MARCOS

Manhattan Editores

Aritmética

TEORÍA DE CONJUNTOS

La palabra conjunto es un término no definido, sin embargo, dicha palabra nos da la idea de una colección de objetos que tienen una característica común.

Nombre del conjunto M = {2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19}

Elementos del conjunto

DETERMINACIÓN DE CONJUNTOS	
Por Extensión: Cuando se da una lista que comprende a todos los elementos del conjunto.	**Por Comprensión**: Cuando se da una propiedad que caracteriza a todos los elementos del conjunto.
A = { a; e; i; o; u }	A = { x / x es una vocal }
B = { 0; 2; 4; 6; 8 }	B = { x / x es un número par menor que 10 }
C = { c; o; n; j; u; t; s }	C = { x / x es una letra de la palabra conjuntos }

Cardinal de un Conjunto

[card(M); n(M); #(M)]: Es el número de elementos diferentes de un conjunto M.

Ejemplo: Si A = { 0; 2; 4; 6; 8 } entonces #(A) = 5.

Clases de Conjuntos		
Conjunto Vacío (Φ): Es aquel conjunto que carece de elementos.	**Conjunto Unitario:** Es aquel conjunto que tiene cardinal igual a uno.	**Conjunto Universal (U):** Es aquel conjunto que sirve de referencia a otros conjuntos incluidos en el.

Relaciones entre Conjuntos

Relación de Pertenencia ($\in$): Elemento $\in$ Conjunto

Ejemplo:

Si $M = \{2 ; 3 ; 5 ; 7\}$, entonces $7 \in M$

Relación de Inclusión ($\subset$): Conjunto $\subset$ Conjunto

$$A \subset B \longleftrightarrow [\forall x \in A \rightarrow x \in B]$$

Ejemplo:

$$\{2 ; 7\} \subset \{2 ; 3 ; 5 ; 7\}$$

Conjuntos Iguales(=): Dos conjuntos son iguales, si tienen los mismos elementos.

Subconjunto Propio: Se dice que A es un subconjunto propio de B, si A está incluido en B, pero no es igual a B.

Conjunto Potencia de M: Es aquel conjunto formado por todos los subconjuntos del conjunto M. Se denota por P(M).

$\#[\mathbf{P}(M)] = \mathbf{2}^{\#(M)}$

$\#$ [subconjuntos propios (M)] $= 2^{\#(M)} - 1$

Ejemplo: Si $M = \{1; 2; 3\}$ $\rightarrow$ $\mathbf{P}(M) = \{\{1\}; \{2\}; \{3\}; \{1; 2\}; \{1; 3\}; \{2; 3\}; M; \Phi\}$

Vea que se cumple que: $\#[\mathbf{P}(M)] = 2^3 = 8$

Conjuntos Comparables

Dos conjuntos son comparables, cuando al menos uno de los conjuntos contiene al otro.

Si P y Q son conjuntos comparables entonces $P \subset Q$ ó $Q \subset P$.

Aritmética

EJERCICIOS

1. En el aula "A" de 30 alumnos de una institución educativa, se formó el grupo de estudio "Los Aritméticos", integrado por 3 varones y 3 mujeres. Indique el valor de verdad en cada caso.

   I. Si Ana es del grupo de estudio, entonces no pertenece al aula "A".
   II. Si María es del aula "A", entonces existe un varón como integrante del grupo.
   III. Si todas las mujeres forman parte del grupo, entonces existe una mujer en el grupo.
   IV. Si por lo menos un varón es parte del grupo, entonces existe una mujer en el grupo.
   V. Siempre se podrá formar una pareja mixta dentro del grupo.

   A) FVVVV B) FVFVV C) VFVFV D) VFFVV

   Solución:

   I) F II) V III) V IV) V V) V

   Rpta.: A

2. Jorge, estudiante del CEPREUNMSM (local central), crea un grupo de estudio en el WhatsApp con alumnos de otros locales para compartir información académica. Para ello publica un reto que debe ser resuelto correctamente como requisito para formar parte del grupo. Dado el conjunto $M=\{\phi;1;0;\{\phi\};\{\ \}\}$ y P(M) su conjunto potencia. Indique los valores de verdad de:

   I. $\phi\in M \ \wedge\ \{\phi\}\subset M$
   II. $M\subset P(M) \ \Delta\ \phi\subset P(M)$
   III. $\{0;1\}\in P(M) \ \rightarrow\ \{0;1\}\subset P(M)$

   Si Pedro es aceptado en dicho grupo, ¿cuál fue su respuesta?

   A) FVF B) VFF C) VVF D) FFV

   Solución:

   $M=\{\emptyset;1;0;\{\emptyset\}\}$

   I. $V\wedge V = V$
   II. $V\ \Delta\ V = F$
   III. $V\rightarrow F = F$

   Rpta.: B

3. Si la edad de la profesora Milagros y la de su hijo Raúl están representados por la cantidad de todos los subconjuntos posibles de los conjuntos $M=\left\{x\in\mathbb{N}/\ \frac{3x+5}{4}\in\mathbb{N}\wedge x<20\right\}$ y $R=\left\{\frac{x+1}{3}\in\mathbb{N}/\ \frac{x}{3}\in\mathbb{N}\right\}$. Determine la suma de dichas edades.

   A) 17 B) 20 C) 25 D) 33

Solución:

$$M=\left\{x\in\mathbb{N}\ /\ \frac{3x+5}{4}\in\mathbb{N}\wedge x<20\right\}=\{1;5;9;13;17\}$$

$$R=\left\{\frac{x+1}{3}\in\mathbb{N}\ /\ \frac{x}{3}\in\mathbb{N}\right\}\rightarrow\ \frac{x+3}{3}=\frac{x}{3}+\frac{1}{3}\notin\mathbb{N}$$

$$\rightarrow R=\phi$$

$$\#P(M)+\#P(R)=2^5+1=33$$

Rpta.:D

4. María tiene diferentes tipos de flores, Juana tiene un tipo más que María. Con respecto a la cantidad de maneras diferentes que María y Juana tienen para formar ramos de flores, podemos decir que:

A) Juana puede formar el doble de ramos de flores que María.
B) Juana puede formar el triple de ramos de flores que María.
C) Juana puede formar el doble más un ramo de flores que María.
D) Juana puede formar un ramo de flores más que María.

Solución:
n= número de flores que tiene María.
m= número de flores de Juana: m=n+1
Cant. ramos de flores que puede formar María: 2^n-1
Cant. ramos de flores que puede formar Juana: $2^m-1=2^{n+1}-1=2\left(2^n-1\right)+1$

Rpta.: C

5. De un grupo de amigos que asistió a una fiesta, se sabe que el número de mujeres excede en 3 al número de varones y la cantidad de parejas mixtas que se pueden formar es 18. Si las mujeres nunca van a los servicios higiénicos solas y siempre lo hacen entre ellas. ¿De cuántas maneras diferentes pueden ir las mujeres a los servicios higiénicos?

A) 57 B) 30 C) 14 D) 60

Solución:
Sean:
M: El conjunto de mujeres presentes en el grupo
H: El conjunto de hombres presentes en el grupo
X: El número de maneras diferentes que las mujeres pueden ir a los SSHH.
Por dato tenemos:
#(MxH) = # (M) $\times$# (H) = 18 …(I)
Además: # (M) = # (H) + 3 … (II)
De (I) y (II): # (M) = 6 ; # (H) = 3
Luego, $2^6-6-1=57$

Rpta.: A

6. Julio le comenta a Luis, que dados los conjuntos:
$M=\{x\in\mathbb{N}/\ (3x-1)\in[2,23]\}$, $L=\left\{\frac{2x+1}{3}\in\mathbb{N}/\ 0<x\leq 7\right\}$ y $T=\{x\ /\ x\in M\wedge\ x\notin L\}$, la suma de los elementos de T coincide con su edad, en años, ¿cuántos años tiene Julio?

A) 21 B) 25 C) 18 D) 27

Solución:

$M:\ 2\leq 3x-1\leq 23\ \rightarrow 1\leq x\leq 8\ \rightarrow\ M=\{1;2;3;4;5;6;7;8\}$

$L:\ 0<x\leq 7\ \rightarrow \frac{1}{3}<\frac{2x+1}{3}\leq 5\ \rightarrow\ L=\{1;2;3;4;5\}$

$T=M-L=\{6;7;8\}$

Edad Julio: 6+7+8=21 años.

Rpta.: A

7. Juana diariamente realiza moños para ello entrelaza cintas de diferentes colores. Si el día de ayer se le acabaron dos de las cintas y el día de hoy observa que el número total de moños que puede realizar disminuyó en 384, ¿cuántas cintas de diferentes colores tenía el día de ayer?

A) 9 B) 7 C) 8 D) 6

Solución:

$2^{n(A)}-1-\left(2^{n(A)-2}-1\right)=384$

$2^{n(A)-2}\left(2^2-1\right)=384\rightarrow n(A)-2=7\rightarrow n(A)=9$

Rpta.: A

8. Pese a la prohibición del uso de celulares en el aula a la hora de clase, algunos alumnos no cumplen con dicha norma. Juan, alumno de dicha aula registra el tiempo en minutos del uso de celulares por sus compañeros y construye el conjunto M cuyos elementos son los tiempos registrados, siendo $M=\{0;1;2;3;4;5\}$. ¿Cuántas de las siguientes proposiciones son verdaderas?

I. $\forall x,y\in M;\ x^2-y^2\leq 10$
II. $\forall x\in M,\ \exists y\in M;\ x^2+1<4y^2$
III. $\exists z\in M,\ \forall x,y\in M;\ x+y\leq 2z$
IV. $\forall x\in M,\ \exists y\in M;\ x^2>y^2$

A) 7 B) 2 C) 3 D) 6

Solución:

I) (F) II) (V) III) (V) IV) F

Total verdaderos: 2

Rpta.: B

9. Carlos tiene 5 amigos más que Pedro, además los amigos de Carlos no son amigos de Pedro. Si Carlos y Pedro deciden salir a pasear con un grupo de dos o más de sus amigos por separado, entonces el número de formas diferentes que puede salir a pasear Carlos excede al de Pedro en 243. ¿Cuántos amigos tiene Pedro?

A) 4 B) 5 C) 3 D) 6

Solución:

Amigos de Carlos = x+5

Amigos de Pedro = x

Por dato:

$$\left(2^{x+5}-[x+5]-1\right)-\left(2^{x}-x-1\right)=243$$

$$2^{x+5}-2^{x}=243+5=248 \rightarrow 2^{x}(31)=8(31) \rightarrow x=3$$

Rpta.: C

10. En la ceremonia de graduación de la Maestría de Matemática Pura de la UNMSM, se sirve a los graduados cocteles que contiene por lo menos tres tipos de piscos distintos. Si el barman dispone de 8 tipos de piscos diferentes, ¿cuántos graduados asistieron a dicha ceremonia, si cada uno tomó un coctel diferente?

A) 219 B) 215 C) 230 D) 180

Solución:

graduados = $2^{8}-\left(1+8+\dfrac{8\times 7}{2}\right)$ = 219

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. César desea asistir a una fiesta infantil con sus amigos, por ello le pide propina a su padre; este le propone el siguiente ejercicio. Si $L=\{\phi;4;6;\{4\};\{\ \}\}$ y P(L) es el conjunto potencia de L.

I. $n(P(L))=16 \quad \wedge \quad \{4\}\subset L$

II. $\{6;\phi\}\subset L \quad \leftrightarrow \quad \phi\subset P(L)$

III. $\{6;6\}\in P(L) \quad \Delta \quad \{4\}\notin L$

IV. $\{\{4\}\}\in P(L) \quad \rightarrow \quad \{\phi\}\subset P(L)$

V. $\{6\}\subset P(L) \quad \vee \quad \{4;\{4\}\}\subset P(L)$

Por cada valor verdadero correctamente hallado le entrega S/5 y por cada Falso correctamente hallado, S/3. Si César resolvió correctamente el ejercicio, ¿cuántos soles recibió?

A) 25 B) 21 C) 15 D) 23

Solución:

$L = \{\emptyset; 4; 6; \{4\}\}$ entonces

V ∧ V = V

V ↔ V = V

VΔ F = V

V → V = V

F ∨ F = F

César recibió: 4(5)+1(3) = 23 soles

Rpta.: D

2. En una reunión de amigos, se propone formar comisiones con por lo menos dos integrantes, para organizar la fiesta de fin de año. Si se pueden formar 26 comisiones diferentes, ¿cuántos amigos asistieron a la reunión?

A) 1 B) 2 C) 5 D) 10

Solución:

Amigos: n

$\#\text{comisiones} = 2^n - (1+n) = 26$

entonces $n = 5$

Rpta.: C

3. Jaime le comenta a Luis que el cardinal de un conjunto A excede en 2 al cardinal de un conjunto B, además el número de subconjuntos propios de A excede al número de subconjuntos propios de B en 768. Determine la cantidad de hermanos de Jaime, si dicha cantidad coincide con el cardinal del conjunto B.

A) 7 B) 5 C) 8 D) 6

Solución:

$n(A) - n(B) = 2 \rightarrow \left(2^{n(A)} - 1\right) - \left(2^{n(B)} - 1\right) = 768$

$\Rightarrow \quad n(B) = 8$

Rpta.: C

4. Nancy le comenta a Rocío que los siguientes conjuntos son binarios:

$M = \{a+b; a-b; 6; 16\}$ y $L = \left\{ \dfrac{a^2+b^2}{2}; \overline{cd}; c+d \right\}$ con $\{a;b\} \subset \mathbb{N}$

Determine la edad, en años del abuelo de Nancy, si la edad en años es equivalente al valor de $(a \times c + b \times d)$.

A) 92 B) 84 C) 90 D) 85

Solución:

$M: a+b=16,\ a-b=6 \rightarrow a=11,\ b=5 \rightarrow \dfrac{a^2+b^2}{2}=73$

$L=\left\{73;\overline{cd};c+d\right\} \rightarrow \overline{cd}=73,\ c=7,\ d=3$

Edad del abuelo: $a\times c+b\times d=11\times 7+5\times 3=92$ años.

Rpta.: A

5. María participa en un examen de selección para obtener una beca de estudios, para ello debe responder correctamente los enunciados dados. Si se tiene el conjunto $M=\left\{x\in\mathbb{N}/\ \sim\left[x\in\mathbb{Z}\rightarrow x^2+6\neq 5x\right]\right\}$, ¿cuál o cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos?

I. $\forall x\in M\ /\ x+5>6$

II. $\exists x\in M\ /\ x^2+1<5$

III. $\forall x\in M\ /\ \sqrt{x^3+1}\in\mathbb{Z}$

A) Solo I B) Solo I y II C) Solo II D) Solo I y III

Solución:

$M=\left\{x\in\mathbb{N}/\ \sim\left[\sim(x\in\mathbb{Z})\ \vee\ \left(x^2+6\neq 5x\right)\right]\right\}$

$M=\left\{x\in\mathbb{N}/\left[(x\in\mathbb{Z})\ \wedge\ \left(x^2+6=5x\right)\right]\right\}=\{2;3\}$

Luego,

I) V II) F III) F

Rpta.: A

6. Susana tiene cierta cantidad de frutas, todas diferentes, si para preparar jugo surtido que tenga por lo menos tres frutas, existen 219 maneras diferentes, ¿cuántas frutas tiene Susana?

A) 7 B) 9 C) 10 D) 8

Solución:

Frutas diferentes: n

$\underbrace{\#\text{ con dos o más frutas}}_{219}=2^n-\left(1+n+\dfrac{n(n-1)}{2}\right)$

$\Rightarrow\ n=8$

Rpta.: D

7. La cantidad de caramelos que tiene Anita coincide con la cantidad de subconjuntos binarios del conjunto M. Si $M=\left\{\left(x^3+1\right)\in\mathbb{Z}/\ 0<x<3\right\}$, ¿cuántos caramelos tiene Anita?

A) 315 B) 325 C) 320 D) 360

Solución:

$0 < x < 3 \rightarrow 1 < x^3 + 1 < 28$

$\#(M) = 26 \rightarrow \#\text{subconj bin} = \dfrac{26 \times 25}{2} = 325$

Anita tiene 325 caramelos.

Rpta.: B

8. En una ferretería hay cierta cantidad de pinturas de colores básicos diferentes, el vendedor ofrece a sus clientes 42 variedades de colores obtenidos al mezclar por lo menos tres colores básicos. ¿Cuántos colores básicos tiene la ferretería?

A) 6 B) 12 C) 8 D) 15

Solución:

Pinturas básicos: n

$\#\text{ variedades de colores} = 2^n - \left(1 + n + \dfrac{n(n-1)}{2}\right) = 42$

$\Rightarrow \ n = 6$

Rpta.: A

9. La cantidad de cintas de diferentes colores que tienen Juana y Luisa están en la relación de 3 a 4, y con ellas confeccionarán moños de uno o más colores. Si la suma de las cantidades de moños que pueden hacer María y Juana por separado es 318, ¿cuántas cintas más tiene Luisa que María?

A) 4 B) 1 C) 2 D) 3

Solución:

$n(P(L)) + n(P(J)) = 318$

$2^{n(L)} - 1 + 2^{n(J)} - 1 = 318$

$2^{4k} + 2^{3k} = 320 \rightarrow 2^{3k}\left(2^k + 1\right) = 64 \times 5$

$\Rightarrow k = 2,\ n(L) = 6,\ n(J) = 8$

$\Rightarrow \ n(L) - n(J) = 2$

Rpta.: C

10. Las cantidades de golosinas que tienen las amigas Alexia, Edith y María coinciden con los cardinales de los conjuntos $P(\phi)$, $P(P(\phi))$ y $P(P(P(\phi)))$ respectivamente. Si P es el conjunto potencia, ¿cuántas golosinas tienen entre las tres amigas?

A) 7 B) 2 C) 3 D) 6

Solución:

$\#P(\phi) + \#P(P(\phi)) + \#P(P(P(\phi))) = 1 + 2 + 4 = 7$

Rpta.: A

Solución:

I. **FALSO**: La formación de granizo se realiza por solidificación de gotas de agua, las cuales se van agrupando hasta formar el granizo.
II. **FALSO**: Para que la condensación (cambio de gas a líquido) ocurra, la sustancia debe experimentar un descenso de temperatura.
III. **VERDADERO**: Una bolilla de naftalina pasa al estado gaseoso por sublimación.

Rpta.: B

7. Continuamente ocurren cambios en la materia que nos rodea. Algunos hacen cambiar el aspecto, la forma, el estado, composición, entre otros. Al respecto, determine el tipo de cambio: Físico (F), Químico (Q) o Nuclear (N) que se menciona en los siguientes enunciados.

I. Corrosión de una lata de aluminio.
II. Pulverización de una tableta de aspirina.
III. Desintegración del Uranio (U).
IV. Explosión de la nitroglicerina.
V. Licuación del gas metano (CH_4).

A) FNNFQ B) QQNQF C) QFNQF D) QQNFQ

Solución:

Corrosión de una lata de aluminio	C. Químico
Pulverización de una tableta de aspirina	C. Físico
Desintegración del Uranio	C. Nuclear
Explosión de la nitroglicerina	C. Químico
Licuación del gas metano	C. Físico

Rpta.: C

8. La energía térmica (calor) se define como la energía transferida desde un punto más caliente a otro más frío como consecuencia de una diferencia de temperatura. Al respecto, determine la temperatura final, en °C, de un bloque de cobre de 200 g luego de perder 2340 J, si su temperatura inicial fue de 55 °C.

(Dato: $\mathrm{c.e.}_{Cu} = 390\frac{J}{kg°C}$)

A) 25 B) 85 C) 35 D) 65

Solución:

$$-\mathbf{Q} = \mathrm{c.e.} \times \mathrm{m} \times \Delta\mathrm{T}$$

$$-\mathbf{2340J} = 390\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\ °C}} \times 0{,}2\ \mathrm{kg} \times (\mathrm{T}_f - 55)°\mathrm{C}$$

$$\mathrm{T}_f = 25°\mathrm{C}$$

Rpta.: A

9. En un sistema aislado cuando se ponen en contacto dos objetos de diferente temperatura, ocurre una transferencia de calor hasta que ambos adquieran la misma temperatura. Entonces se dice que los objetos están en equilibrio térmico. Si se mezclan 400 g agua a 20°C con 600 g de agua a 80 °C. Determine la temperatura de equilibrio, en °C, de la mezcla.

A) 45 B)56 C)68 D) 60

Solución:

$$+\mathbf{Q}_{ganado} = -\mathbf{Q}_{perdido}$$

$$+\,\mathrm{c.e.}\ \times \mathrm{m} \times \Delta\mathrm{T} = -\,\mathrm{c.e.} \times \mathrm{m} \times \Delta\mathrm{T}$$

$$400 \times (\mathrm{T}_{eq} - 20) = -600 \times (\mathrm{T}_{eq} - 80)$$

$$4\mathrm{T}_{eq} - 80 = -6\mathrm{T}_{eq} + 480$$

$$\mathrm{T}_{eq} = 56\ °C$$

Rpta.:B

10. Con el surgimiento de la era nuclear en la década de 1940 los científicos descubrieron que la materia podía convertirse en energía. Al respecto, determine la masa, en unidades básicas del SI, del material radiactivo que se desintegra, si libera 9×10^{14} J.

(Dato: $c = 3 \times 10^8 m/s$; $1J = \frac{1\ kg \times m^2}{s^2}$)

A) 1×10^{-1} B) 1×10^{-2} C) 1×10^{1} D) 1×10^{2}

Solución:

$$E = m \times c^2$$

$$9 \times 10^{14} J = m \times (3 \times 10^8 m/s)^2$$

$$9 \times 10^{14} \frac{kg \times m^2}{s^2} = m \times 9 \times 10^{16} m^2/s^2$$

$$m = 1{,}0 \times 10^{-2} kg \equiv 0{,}01\ kg$$

Rpta.:B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La materia según su composición puede clasificarse como sustancias puras: elementos o compuestos y mezclas. Al respecto, clasifique los siguientes materiales como elemento (E), compuesto (C) o mezcla (M).

I. Gasolina.
II. Gas Helio.
III. Tinta de un bolígrafo.
IV. Concreto.
V. Sacarosa.

A) MMMMC B) CEMCM **C) MEMMC** D) MEMCM

Solución:

Gasolina	M. Homogénea
Gas Helio	Elemento
Tinta de un bolígrafo	M. Homogénea
Concreto	M. Heterogénea
Sacarosa	Compuesto

Rpta.: C

2. En el proceso de caracterizar una sustancia, un químico hace las siguientes observaciones y mediciones: la sustancia es un sólido blanco plateado, funde a 649 °C y hierve a 1105 °C, su densidad a 20 °C es 1,74 g/cm^3, al entrar en contacto con el aire forma un sólido blanco produciendo una intensa luz blanca. Al respecto, determine el número de propiedades físicas y químicas mencionadas.

A) 5 y 2 B) 6 y 1 C) 4 y 3 D) 7 y0

Solución:

Propiedades Físicas	Propiedades Químicas
Sólido	Arde en el aire
Blanco plateado	
Se funde a 649 °C	
Hierve a 1105 °C	En contacto con forma un sólido blanco
Densidad	

Rpta.: A

3. Durante una práctica de laboratorio, un estudiante realiza las siguientes acciones:

(a) Enciende un cerillo.
(b) Tritura un trozo de azufre.
(c) Combustión del azufre generando gases.
(d) los gases obtenidos en (c) se combina con agua para formar un ácido.
(e) Disuelve hidróxido de sodio (NaOH) en agua.

Determine el número de cambios químicos y físicos involucrados en las acciones realizadas respectivamente.

A) 5 y 0 B) 2 y 3 C) 4 y 1 **D) 3 y2**

Solución:

Cambio Físico	Cambio Químico
Tritura un trozo de azufre	Enciende un cerillo
Disuelve NaOH en agua	Combustión del azufre generando gases
	se combina con agua para formar un ácido

Rpta.: D

4. Cuando se introducen 50 g de metal a 75 °C en 100 g de agua a 15 °C, la temperatura del agua asciende a 18,3 °C. Calcule el calor específico del metal, en cal/g °C, considerando que no hay pérdida de calor hacia los alrededores.

(Dato: $Ce_{agua} = 1\frac{cal}{g°C}$)

A) $1{,}16 \times 10^{1}$ B) $2{,}91 \times 10^{-2}$ C) $5{,}82 \times 10^{-2}$ **D) $1{,}16 \times 10^{-1}$**

Solución:

$$+\mathbf{Q}_{ganado} = -\mathbf{Q}_{perdido}$$

$$+\,\mathrm{c.e.}\ \times \mathrm{m} \times \Delta\mathrm{T} = -\,\mathrm{c.e.}\ \times \mathrm{m} \times \Delta\mathrm{T}$$

$$1\frac{cal}{g°C} \times 100\ \mathrm{g}\ \times (18{,}3 - 15)°\mathrm{C} = -\mathrm{c.e.}\ \times\ 50\ \mathrm{g} \times (18{,}3 - 75)°C$$

$$1\frac{cal}{g°C} \times (-330) = -\mathrm{c.e.} \times (2835)$$

$$\mathrm{c.e.} = 0{,}116\ \frac{cal}{g°C} = 1{,}16 \times 10^{-1}\frac{cal}{g°C}$$

Rpta.: D

5. La bomba de hidrógeno está basada en un proceso de fusión nuclear, la primera fue probada el 1 de noviembre de 1952 y la energía que liberó equivale a 14000 t de TNT. Si en dicho proceso se desintegra 4 g de material radiactivo, determine la energía liberada en terajoule.

(Dato: $c = 3 \times 10^{8} m/s$; $1J = 1\frac{kg \times m^2}{s^2}$)

A) $3{,}6 \times 10^{1}$ **B) $3{,}6 \times 10^{2}$** C) $3{,}6 \times 10^{-2}$ D) $3{,}6 \times 10^{-1}$

Solución:

$$E = m \times c^2$$

$$E = 4\ g \times \frac{1\ kg}{1000\ g} \times (3 \times 10^{8} m/s)^2$$

$$E = 0{,}004\ kg \times 9 \times 10^{16} m^2/s^2$$

$$E = 3{,}6 \times 10^{14} J \rightarrow E = 3{,}6 \times 10^{14} J \times \frac{1TJ}{10^{12}J} = 360\ TJ \equiv 3{,}6\ \times 10^{2} TJ$$

Rpta.: B

Aritmética

EJERCICIOS

1. José completó correctamente el siguiente cuadro, con los símbolos "$\in$" o "$\notin$" en la Fila 1 y con los símbolos "$\subset$" o "$\not\subset$" en la Fila 2 y Fila 3 según corresponde:

		$\mathbb{N} \cup \mathbb{I}$	$\mathbb{Z}' - \mathbb{N}$	$\mathbb{Q} \cap \left\{\sqrt{5}; \pi\right\}$	$\mathbb{I}$	$\mathbb{R}'$
Fila 1	$\sqrt{5}$					
Fila 2	$\{\pi; 2\} - \mathbb{N}$					
Fila 3	$\mathbb{Z} \cap \left\{2^{-1}\right\}$					

Si por cada "$\subset$" recibió 2 puntos, por cada "$\in$" recibió 1 punto y por el resto de símbolos no recibió puntaje, ¿cuántos puntos obtuvo José?

A) 14 B) 15 C) 21 D) 18

Solución:

Fila 1		$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\notin$
Fila 2		$\subset$	$\subset$	$\not\subset$	$\subset$	$\not\subset$
Fila 3		$\subset$	$\subset$	$\subset$	$\subset$	$\subset$

8 veces aparece $\subset$, equivale a 16 puntos
2 veces aparece $\notin$, equivale a 2 puntos
Puntaje total: 16 + 2 = 18 puntos

Rpta.: D

2. Francisco tiene cierta cantidad de libros, todos diferentes. Si para escoger al menos 3 libros, existen 99 maneras diferentes, ¿cuántos libros tiene?

A) 8 B) 6 C) 5 D) 7

Solución:
Números de libros que tiene = n
Maneras de escoger 3 o más libros = Total – (#Maneras con 0; 1 o 2 libros)
= # sub conj – #sub conj (vacío + unitarios + binarios)
$99 = 2^n - 1 - n - [n(n-1)/2]$
Por lo tanto: n = 7

Rpta.: D

3. ¿Cuántos de los siguientes enunciados son falsos?

I. $6 \notin \{3;5;\{6\};7\}$

II. $\{4\} \subset \{2;\{4\}\}$

III. $\left\{2;\frac{16}{8};-\sqrt[3]{-8}\right\} \subset \{x / 3^{x-2}=1\}$

IV. $\left\{\frac{x-1}{2} / x \in \mathbb{Z} \wedge 3 \leq x < 6\right\} = \left\{\frac{x-1}{2} \in \mathbb{Z} / 3 \leq x < 6\right\}$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

Solución:

I. V II. F III. V IV. F

Rpta.: C

4. Sea M = {ϕ; {3}; {3,3};2;3} y P(M) el conjunto potencia de M, ¿cuántos de los siguientes enunciados son verdaderos?

I. $\phi \in P(M) \rightarrow \phi \subset P(M)$
II. $\phi \in P(P(M)) \leftrightarrow \{2:3\} \in M$
III. $\{3;3;3\} \in M \,\Delta\, \{3\} \in P(M)$
IV. $P(M) \in P(P(M)) \wedge \{2; \{3\}\} \subset M$
V. $\{2; \phi\} \notin P(M) \vee \{\{3\};3\} \subset P(M)$

A) 1 B) 3 C) 2 D) 5

Solución:

M = {ϕ; {3};{3,3};2;3}
P(M) = {ϕ; {3};{{3};3};{2; ϕ}…..}
P(P(M)) = {ϕ;……..;P(M)}
I. $V \rightarrow V \equiv V$
II. $V \leftrightarrow F \equiv F$
III. $V \,\Delta\, V \equiv F$
IV. $V \wedge V \equiv V$
V. $F \vee F \equiv F$

Rpta.: C

5. Rocío tiene 4 frutas más que Lourdes, todas las frutas que tienen ambas son distintas. Ellas prepararán por separado, con sus respectivas frutas, jugos que contengan por lo menos dos frutas, en iguales proporciones en gramos. Si el número de formas diferentes que puede preparar Rocío excede al de Lourdes en 476, ¿cuántas frutas tiene Lourdes?

A) 6 B) 3 C) 5 D) 7

Solución:

Sea: # frutas de Lourdes = n

$$\left(2^{n+4}-1-(n+4)\right)-\left(2^{n}-1-n\right)=476 \rightarrow 2^{n+4}-2^{n}=480$$

$$\rightarrow 2^{n}(16-1)=480$$

$$\therefore n = 5$$

Rpta.: C

6. Dado el conjunto unitario M = {4a – 1; 3b – 2; 7}, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones, en el orden indicado.

I. $a^2 + b^2 = 13$
II. $2a - 3 > 2$
III. $\#\{2a, b, a^2\}$ + #[Subconjuntos propios de M] = 4

A) VFF B) VVF C) FVF D) FFF

Solución:

M = { 4a – 1; 3b – 2; 7}

4a – 1 = 7; 3b – 2 = 7 → a = 2, b = 3, Luego: VFF

Rpta.: A

7. Dados los conjuntos $P=\left\{\frac{3x+1}{2}\in\mathbb{N}\,/\,0<x\leq 3\right\}$ y $T=\left\{\frac{3x+1}{2}\,/\,0<x\leq 3\wedge x\in\mathbb{N}\right\}$, ¿cuántos elementos de P no pertenecen a T?

A) 1 B) 0 C) 2 D) 3

Solución:

P= $\left\{\frac{3x+1}{2} \in \mathbb{N} / 0 < x \leq 3\right\}$ como $0 < x \leq 3$ entonces $\frac{1}{2} < \frac{3x+1}{2} \leq 5$

Luego P = {1; 2; 3; 4; 5}

T = $\left\{\frac{3x+1}{2} / 0 < x \leq 3 \wedge x \in \mathbb{N}\right\}$ como x = 1;2;3 entonces $\frac{3x+1}{2}$ = 2; $\frac{7}{2}$;5

Luego T = {2; $\frac{7}{2}$;5}

Los elementos que pertenece a P pero que no pertenece a T son: 1;3;4
Número de elementos son: 3

Rpta.: D

8. Dado el conjunto T = $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, ¿ cuál o cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos?

I.

II.

III. $\exists X \in P(T) / \text{card}(X) = 0$

A) Solo II y III B) Solo I y II C) Solo I D) Solo III

Solución:

I.

II. $\exists X \in P(T) / \{4,5,0\} \subset X$

III. $\forall x \in T$, si $x \in \{4\} \Rightarrow x = 5$ $X = \phi$

Rpta.: D

9. En un aula de clases hay (n + 1) alumnos y se observa que, al intentar formar un solo grupo de por lo menos un alumno, sin considerar a todos a la vez, se tienen (12n + 2) posibilidades diferentes. Si se desea formar un solo grupo de 2 alumnos, ¿cuántas posibilidades distintas se tienen?

F, pues $\{0,4,5\} \not\subset T$

A) 15 F, pues no cumple para $x = 4$ B) 10 C) 21 D) 24

Solución:

(M) = n + 1 $\rightarrow$ $2^{n+1} - 2 = 12n + 2$ $\rightarrow$ n = 5 $\rightarrow$ # (M) = 6

Subconjuntos binarios = 6(5)/2 = 15

Rpta.: A

$\mathbb{N} \cup \mathbb{I}$ $\mathbb{Z}' - \mathbb{N}$ $\mathbb{Q} \cap \left\{\sqrt{5}; \pi\right\}$ $\mathbb{I}$ $\mathbb{R}'$

10. Sean P y M son conjuntos comparables cuya diferencia de sus cardinales es 4. Si la suma entre el número de subconjuntos propios de P y el número de subconjuntos propios de M es 542, halle la cantidad de elementos del conjunto que incluye al otro.

A) 6 B) 7 C) 5 D) 9

Solución:

P y M son conjuntos comparables entonces se cumple que uno está incluido en el otro

Supongamos que $P \subset M$

Además #(P) = x y #(M) = x + 4

#subcon propios de (P) + #subcon propios de (M) = 542

$2^{\#P} - 1 + 2^{\#Q} - 1 = 542$

$2^{X} - 1 + 2^{x+4} - 1 = 542$

x = 5

x + 4 = 9

Por lo tanto: #(M) = 9

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Vladimir completó correctamente el siguiente cuadro, con los símbolos "$\in$" o "$\notin$"

$\left(3^{-1}\right)^2 + \sqrt{5}^0$					
$2 - \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{2}}$					
3,1416					

Si por cada "$\in$" recibe 15 soles; y por cada "$\notin$", solo 5 soles, ¿cuántos soles recibió Vladimir?

A) 90 B) 105 C) 85 D) 95

Solución:

10/9	$\left(3^{-1}\right)^2+\sqrt{5}^0$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
4/3	$2-\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2}}$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
3,1416	3,1416	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$

3 veces aparece $\in$, son 45 soles
12 Veces aparece $\notin$, son 60 soles
Por lo tanto: Recibió en total: 105 soles.

Rpta.: B

2. María tiene 6 perros y desea salir a pasear con un grupo de 3 o más de ellos. ¿Cuántas opciones diferentes tiene de escoger dicho grupo?

A) 42 B) 41 C) 56 D) 57

Solución:
días = total subconj – #días (lleva 0 perritos) – #días (lleva 1 perritos) – #días (lleva 2 perritos)
días = $2^6 - 1 - 6 - \dfrac{6.5}{2}$
días = 42 = 7.6
Tiene 42 opciones diferentes.

Rpta.: A

3. Francisco compra cierta cantidad de témperas, todos de color diferente. Si luego se da cuenta que puede conseguir 502 nuevos colores, mezclando solo las temperas que compró en grupos de 2, o más témperas y siempre en la misma proporción, ¿cuántas témperas compró?

A) 9 B) 11 C) 8 D) 7

Solución:
#de temperas que compró: x
#de colores = $2^x - 1 - x = 502$
Por lo tanto, x = 9

Rpta.: A

4. El conjunto M está formado por las edades de los 5 hijos de María. Si M = {x + y; 27; 8; 24; x^x} y María tuvo trillizos, halle el valor de y – x.

A) 21 B) 15 C) 24 D) 18

Solución:
Para que los tres hijos de maría nacieran el mismo día significa que las edades de los tres hijos son iguales además x e y son enteros positivos
$x^x = 27$ entonces $x = 3$
$x + y = 27$ entonces $y = 24$
$y - x = 21$

Rpta.: A

5. Dado el conjunto M = {{{1}}; {2}; {ϕ}; ϕ} y P(M) es el conjunto potencia de M, ¿cuántos de los siguientes enunciados son falsos?

I. $\phi \in P(M)$
II. $\{\{\phi\}\} \subset P(M)$
III. $\{\{1\}\} \notin M$
IV. $\{\{2\}\} \in P(M)$
V. $\phi \not\subset P(P(M)$
VI. $\{\phi; \{2\}\} \notin P(M)$

A) 2 B) 1 C) 3 D) 4

Solución:
I. $\phi \in P(M)$, es VERDADERO pues el conjunto Φ es subconjunto de cualquier conjunto, en particular del conjunto M.
II. $\{\{\phi\}\} \subset P(M)$, es VERDADERO pues $\{\phi\} \in P(M)$.
III. $\{\{1\}\} \notin M$, es FALSO, pues el objeto {{1}} aparece como elemento del conjunto M.
IV. $\{\{2\}\} \in P(M)$, es VERDADERO, pues $\{\{2\}\} \subset M$, debido a que $\{2\} \in M$.
V. $\phi \not\subset P(P(M)$, es FALSO, pues el conjunto vacío Φ es subconjunto de cualquier conjunto, en particular de P(P(M)).
VI. $\{\phi; \{2\}\} \notin P(M)$, es FALSO, pues $\{\phi; \{2\}\} \subset M$, debido a que los objetos ϕ; {2} son elementos del conjunto M.

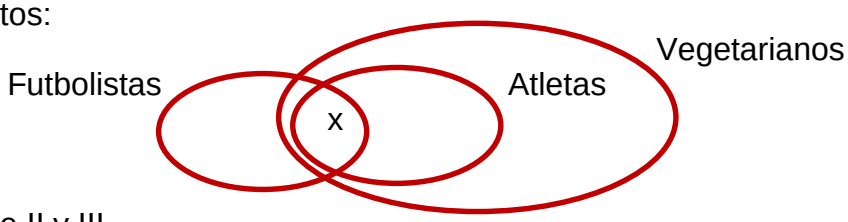
Rpta.: C

6. Si se sabe que algunos futbolistas son atletas y todos los atletas son vegetarianos, entonces se puede deducir que:

I. Todos los futbolistas son vegetarianos.
II. Si un futbolista no es vegetariano, no es atleta.
III. Algunos vegetarianos son futbolistas.

A) II y III B) Solo I C) Solo II D) I y III

Solución:
De los datos:



Se deduce II y III.

Rpta.: A

7. Dados los conjuntos A, B, C, D y E tal que $n(P(D)) + n(P(E)) = 40$, $n(E) < n(D)$, $B = \{X / X \subset A\}$, $n(P(B)) = 256$ y $C = \{X / X \subset D, X \neq D\}$. Halle el valor de $[n(D) + n(C) - n(E)] + [n(B) \times n(A)]$.

A) 48 B) 44 C) 29 D) 57

Solución:

$n(P(D)) + n(P(E)) = 40 = 2^5 + 2^3 \rightarrow n(D) = 5, \quad n(E) = 3$

C = P(D) – {D} …Como $n(D) = 5 \rightarrow n(C) = 2^5 - 1 = 31$

Luego $n(P(B)) = 256 \rightarrow n(B) = 8$

B = P(A)… Entonces $n(P(A)) = 8 \rightarrow n(A) = 3$

Así $\left[n(D) + n(C) - n(E)\right] + \left[n(B) \times n(A)\right] = 33 + 24 = 57$

Rpta.: D

8. Si con todas las personas asistentes a una reunión de delegados se tiene 6 posibilidades de escoger un solo comité de dos integrantes, ¿cuántas formas de escoger un solo comité de por lo menos 3 integrantes existen?

A) 3 B) 7 C) 9 D) 5

Solución:

Sea el número de delegados: n

$\#\text{Sub.Bin.} = \dfrac{(n-1)\times n}{2} = 6 \quad \therefore n = 4$

$2^4 - 1 - 4 - 6 = 5$

Rpta.: D

9. En un salón de clases un profesor tiene “m” maneras diferentes de formar un solo grupo de 3 estudiantes y tiene “n” maneras diferentes de formar un solo grupo de 2 estudiantes. Sí m excede a n en 350, ¿cuántos estudiantes tiene dicho profesor?

A) 16 B) 15 C) 11 D) 13

Solución:

alumnos: x

m – n = 350

$\dfrac{x(x-1)(x-2)}{6} - \dfrac{x(x-1)}{2} = 350$

Por lo tanto, x = 15

Rpta.: B

10. De un grupo de socios se debe elegir una comisión de dos de ellos para la evaluación de un nuevo proyecto. Si hay 276 opciones posibles de elegir dicha comisión y la cantidad de varones excede en 14 a la cantidad de mujeres, ¿cuántas mujeres hay en dicho grupo?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 5

Solución:

Sea A el conjunto de amigos → #(A) = n

N° subconj. binarios(A) = n(n – 1) / 2 = 276 → n = 24

mujeres = 5; # varones = 19

Por lo tanto, 5 mujeres

Rpta.: D

Aritmética

EJERCICIOS

1. Si **M** = { ϕ; {ϕ}; 0; { }; {{ }} } y P(**M**) es el conjunto potencia de **M**, ¿cuántos de los siguientes enunciados son falsos?

I) { } $\subset$ ϕ II) {ϕ} $\subset$ **M** III) { **M** } $\in$ P(**M**)
IV) {ϕ} $\in$ P(**M**) V) {ϕ} $\subset$ P(**M**) VI) n[P(**M**)] = 16
VII) {ϕ; 0} $\in$ P(**M**) VIII) {{{ }}} $\in$ P(**M**) IX) {{ϕ}} $\subset$ P(**M**)

A) 1 B) 4 C) 3 D) 2 E) 5

Solución:

M = {ϕ; {ϕ}; 0} → n(M) = 3 → n[P(M)]= 2^3=8

P(M) = { ϕ; {ϕ}; {{ϕ}} ; {0} ; {ϕ; 0}; … ; M }

I) V II) V III) F IV) V V) V VI) F VII) V VIII) V IX) V

Rpta.: D

2. Dados los conjuntos:

$U = \ x \in \mathbb{N} / 1 \leq x \leq 20$, $V = \ x \in U \ / \ x \ es \ primo$

$W = \ x \in U \ / \ x \ es \ primo \ impar$, $S = \ x \in U \ / \ x \ es \ par$

¿Cuántas de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

I) W es subconjunto propio de V.
II) S $\subset$ V.
III) n(W) = n(V) - 1.
IV) n(U) = n(V) + 12.
V) La cantidad de elemntos que no pertenecen a V ni a S es 2.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Solución:

I) V II) F III) V IV) V V) F : Hay 3 verdaderas.

Rpta.: C

3. Lucy cuenta con monedas de varios países, una de cada país. Ella observa que entregando dos monedas o más a su único hijo, lo puede hacer de 26 formas distintas. ¿Cuántas monedas tiene Lucy?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

Solución:

Formas = $26 = 2^n - (1+n) \Rightarrow n = 5$

Rpta.: C

4. Dados los conjuntos $S = \left\{ \left(\frac{2x-1}{3} \right) \in \mathbb{N} / -1 < x < 14 \right\}$, $T = \{ 2t \in \mathbb{Z} / \sim (t > -2 \rightarrow t \geq 4) \}$ y $M = \{ 5r / r \in S \wedge r \notin T \}$. Halle el número de subconjuntos propios, no nulos de M.

A) 6 B) 2 C) 14 D) 0 E) 30

Solución:

De los datos se tiene:

$$S = \left\{ \left(\frac{2x-1}{3} \right) \in \mathbb{N} / -1 < x < 14 \right\} = \{ 0,1,2,3,4,5,6,7,8 \}$$

$$T = \{ 2t \in \mathbb{Z} : \sim (t > -2 \rightarrow t \geq 4) \} = \{ 2t \in \mathbb{Z} : (t > -2 \ \wedge \ t < 4) \} = \{ -3,-2,...,6,7 \}$$

$$M = \{ 5r / r \in S \wedge r \notin T \} = \{ 5r / \ r = 8 \} = \{ 40 \}$$

$$\#(\text{subconjuntos propios no nulos de M}) = 2^1 - 2 = 0$$

Rpta.: D

5. Si $n(T) = 1023$, $T = \{ X / X \subset L; X \neq \varnothing \}$ y $S = \{ Y / Y \subset L \ ; Y \ no \ es \ unitario \}$, determine la suma de las cifras del cardinal de S.

A) 13 B) 12 C) 8 D) 3 E) 6

Solución:

$$n(T) = n\lfloor P(L) \rfloor - 1 = 1023 \quad \therefore \ n(L) = 10,$$

$$n(S) = n[P(L)] - n(\text{subconjuntos unitarios de L}) = 1014$$

$$\therefore \sum cifras(n(S)) = 1 + 0 + 1 + 4 = 6$$

Rpta.: E

6. Dados los conjuntos iguales $L = \ 7; x^2 + 1 \ \ y \ \ S = \ x + y; 10$, determine la mayor diferencia entre $x \ e \ y$.

A) 13 B) 7 C) 1 D) 8 E) 10

Solución:

Tenemos que:

$x^2+1=10 \Rightarrow x=\pm 3;\ como\ x+y=7$

$$\begin{cases} x=-3 \Rightarrow y=10 \\ x=3 \quad \Rightarrow y=4 \end{cases} \quad Luego:\ |y-x|_{máx}=13$$

Rpta.: A

7. Martín recolectó cierta cantidad de camote de distintas variedades. Luego de un proceso adecuado preparó 219 tipos de harina de camote, mezclando por lo menos tres variedades distintas de camote, todas en una misma cantidad. ¿Cuántas variedades de camote recolectó Martín?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

Solución:

Sea "n" la cantidad de variedades distintas de camote.

$$2^n-\left(1+n+\frac{n(n-1)}{2}\right)=219 \rightarrow n=8$$

Rpta.: B

8. Juan tiene en su corral solo gallinas y gallos. El número de gallinas es mayor que el número de gallos, además el número de subconjuntos formados con todas las gallinas sumado con el número de subconjuntos formados con todos los gallos es 144. Si la venta de estas aves se realizará por parejas (un gallo y una gallina), ¿de cuántas maneras diferentes puede vender Juan todas sus aves?

A) 24 B) 20 C) 28 D) 30 E) 35

Solución:

$$n[P(\text{G})]+n[P(\text{Ga})]=144$$

$$2^{n(\text{G})} + 2^{n(\text{Ga})} = 144$$

entonces $n(\text{Ga}) = 7, \quad n(\text{G}) = 4$

Número de parejas (G,Ga) que se pueden formar = #Formas de vender

$$\#\text{Formas de vender} = n(G\times Ga) = n(G)\times n(Ga) = 4\times 7 = 28$$

Rpta.: C

9. Se tienen dos grupos F y G de excursionistas a la selva peruana. Hay tres excursionistas que pertenecen a ambos grupos. Si F tiene el doble de integrantes que G, y 992 subconjuntos más que G, determinen el número total de excursionistas de ambos grupos.

A) 12 B) 15 C) 9 D) 10 E) 13

Solución:

$n[F]=2n[\mathrm{G}]$, $2^{n(\mathrm{F})}$ - $2^{n(\mathrm{G})}$ $= 992= 2^{n(\mathrm{G})}\left(2^{n(\mathrm{G})}-1\right)=2^5(2^5-1)$

entonces $n(\mathrm{G}) = 5$, $n(\mathrm{F}) = 10$.

Como tres excursionistas peretenecen a los 2 grupos

entonces hay un total de12 excursionistas.

Rpta.: A

10. Sea el conjunto $G=\left\{\frac{5x+3}{6}\in\mathbb{Z}/-8<x\leq 12\wedge x\in\mathbb{Z}\right\}$ y L el conjunto formado por todos los subconjuntos no nulos de G. Halle $n(L)$.

A) 15 B) 31 C) 3 D) 63 E) 7

Solución:

$G=\left\{\frac{5x+3}{6}\in\mathbb{Z}/-8<x\leq 12\wedge x\in\mathbb{Z}\right\}$

$-8<x\leq 12\wedge x\in\mathbb{Z}\rightarrow x=-7,-6,\cdots,10,11,12\rightarrow G=\{-2,3,8\}$

$L=P(G)-\{\phi\}\ \therefore\ n(L)=n[P(G)]-1=2^3-1=7$

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Sea el conjunto $L=\{x\in\mathbb{Z}:-2\leq x\leq 6\}$. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones en el orden indicado.

I. $\exists x\in L/\ 2^{(2019)^x}=2$

II. $\forall x\in L,\exists y\in L: x+y\geq 8$

III. $\{x\in\mathbb{Q}/\ x^2-x-6=0\}\subset L$

A) VFV B) VVV C) FVV D) VVF E) FVF

Solución:

I) V, II) F III) V

Rpta.: A

2. Los niños Daniel y Camila tienen témperas, todas de diferentes colores. Daniel tiene cuatro colores menos que Camila. Si ambos pintan por separado mezclando las témperas en la misma proporción y de las distintas formas posibles, la suma entre este número de formas de mezclar es 4330, ¿cuántos colores de témperas tienen entre los dos niños?

A) 19 B) 21 C) 15 D) 16 E) 20

Solución:

Una mezcla ocurre, cuando por lo menos se juntan 2 colores distintos.

n° témperas de Camila $= x+4$; n° témperas de Daniel $= x$

$4330 = 2^x - 1 + x + 2^{x+4} - 1 + (x+4) \Rightarrow 17\ 2^x - 2x = 4336 = 17\ 2^8 - 2(8) \therefore x = 8$

Luego entre los dos tienen 20 colores diferentes.

Rpta.: E

3. De un grupo de *runners* que desean participar en una maratón, se selecciona a los doce mejores para representarlos. De estos, se debe escoger por lo menos a cuatro para la competencia. ¿De cuántas formas diferentes puede ser representado el grupo en la competencia?

A) 3797 B) 3796 C) 3798 D) 3795 E) 3799

Solución:

$$\underset{\textit{formas diferentes}}{\text{Total}} = \underbrace{\text{Total de}}_{\text{subconjuntos}} - \left(\underbrace{n°\text{subconj}}_{\textit{vacíos}} + \underbrace{n°\text{subconj}}_{\textit{unitarios}} + \underbrace{n°\text{subconj}}_{\textit{binarios}} + \underbrace{n°\text{subconj}}_{\textit{ternarios}}\right)$$

$$x = 2^{12} - \left[1 + 12 + \frac{11.12}{2} + \frac{11.11.12}{6}\right] = 3797$$

Rpta.: A

4. Sean $F = 2a^2 - 1; 4a + 5$, $G = a + b; 4b + 1$ y $H = b^2 + 1; 7$; si $a > 0$, F es unitario, $G = H$, $M = a; b - a; 1; 2^a - b; 2b - 5$ y los valores de a y b son los mismos en los cuatro conjuntos; determine el valor de verdad de cada afirmación.

I. $n\ M = 5$

II. $3\ ;\ 4 \subset P\ M$

III. $\varnothing \in P\ M$

IV. $3; 1; 2 \subset M$

A) FVVF B) FVVV C) VFVF D) FVFF E) FFFF

Solución:

$F = \ 2a^2 - 1; 4a + 5$

Como F es unitario, luego

$2a^2 - 1 = 4a + 5 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3$

Luego $G = \ 3 + b; 4b + 1 \ = \ b^2 + 1; 7 \ = H \ \Rightarrow b = 4$

Así $M = \ a; b - a; 1; 2^a - b; 2b - 5 \ = \ 3; 1; 1; 4; 3 \ = \ 3; 1; 4$

Luego $I)F, \ II)V, \ III)F, \ IV)F$

Rpta.: D

5. El número de elementos del conjunto M es el doble del número de elementos de P; si M tiene 4032 subconjuntos no vacíos más que P y ambos comparten 4 elementos ¿cuántos elementos tiene el conjunto $T = \ x / x \in M \vee x \in P$?

A) 8 B) 10 C) 14 D) 7 E) 11

Solución:

Por dato:

$n \ M \ = 2n \ P$

$2^{n \ M} - 1 - \ 2^{n \ P} - 1 \ = 4032 \Rightarrow 2^{n \ M} - 2^{n \ P} \ = 4032 \Rightarrow 2^{2n \ P} - 2^{n \ P} \ = 4032$

$\Rightarrow 2^{n \ P} \ \ 2^{n \ P} - 1 \ = 4032 = 64 \times 63 \Rightarrow n \ P \ = 6 \wedge n \ M \ = 12,$

si ambos comparten 4 elementos luego $n \ T \ = 14$

Rpta.: C

6. En la última campaña escolar, Nelly invirtió su dinero comprando cuadernos (C), lapiceros (L) y mochilas (M), todos los artículos de marcas y colores diferentes. El número de artículos de cada tipo que compró Nelly son tres números pares consecutivos. Si la suma del número de subconjuntos no vacíos formados por artículos de un mismo tipo es 5373, determine la máxima cantidad de cuadernos que pudo comprar Nelly.

A) 12 B) 8 C) 16 D) 14 E) 10

Solución:

Sea: $n(C)_{máx} = 2a + 4, \ n(\mathrm{L}) = 2a + 2$ y $n(\mathrm{M}) = 2a$

Tenemos $n\left[P(C)\right] - 1 + n\left[P(\mathrm{L})\right] - 1 + n\left[P(\mathrm{M})\right] - 1 = 5373$

$2^{2a} + 2^{2a+2} + 2^{2a+4} = 2^{2a}(1 + 4 + 16) = 5376 \ \rightarrow 2^{2a} = 256 \ \therefore a = 4$

Luego la máxima cantidad de cuadernos que pudo comprar Nelly fue: 12

Rpta.: A

7. Si $J=\left\{\frac{x+4}{2}\in\mathbb{Z}^{+}\ /\ x>6\rightarrow x=12\right\}$, determine el número de subconjuntos no binarios de J.

A) 107 B) 5 C) 10 D) 22 E) 49

Solución:
De los datos se tiene:
$\left(x>6\rightarrow x=12\right)\equiv\left(x\leq 6\vee x=12\right)\ \Rightarrow J=\{1,2,3,4,5,8\}$
$\therefore n(J)=6\ \Rightarrow\ \#\text{Sub.conj.binarios (J)}=15\quad\therefore\ \#\text{Sub.conj.no binarios.}=2^{6}-15=49$

Rpta.: E

8. S y J son los conjuntos formados por las edades de los dos sobrinos de Sofía y por las edades de las tres hijas de José.
Si $S\times J=\{(2;\mathrm{m});(2q-1;\mathrm{p});(3n-20;14);\ (2;14);(7;12);\ (2;10)\}$, halle el valor de $(m+n+p+q)$

A) 36 B) 33 C) 38 D) 35 E) 37

Solución:
$$\left.\begin{array}{l}(2;14)\in S\times J\ \rightarrow 2\in S\wedge 14\in J\\(2;10)\in S\times J\ \rightarrow 2\in S\wedge 10\in J\\(7;12)\in S\times J\ \rightarrow 7\in S\wedge 12\in J\end{array}\right\}S=\{2,7\}\ \wedge\ J=\{12;14;10\}\rightarrow n(S\times J)=2\cdot 3=6$$
$\text{entonces: } n=9,\ m=12,\ p=10,\ q=4\ \ \therefore m+n+p+q=35$

Rpta.: D

9. Dado los conjuntos $J=\{j\in\mathbb{Z}\,/\,j^{2}+16=10j\}$, $K=\left\{3k-1/\ k\in\mathbb{Z}\ \wedge\ 3<\frac{k+12}{k}<13\right\}$ y $M=\{m\,/\,m\in K\wedge m\notin J\}$; halle el número de subconjuntos unitarios de M.

A) 3 B) 1 C) 2 D) 7 E) 4

Solución:
$J=\{2,8\}$
$K=\{3k-1/\,\mathrm{k}\in\mathbb{Z}\wedge 1<k<6\}=\{5,8,11,14\}$
$M=\{5,11,14\}\quad\rightarrow\#(\text{subconj.unitarios de M})=3$

Rpta.: A

10. Dado el conjunto $M=\{x\in\mathbb{Z}/-1\leq x<4\}$, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones en el orden indicado.

I. $\exists x\in M\,/\,x>-1\wedge x^2+1\neq 3$

II. $\forall x\in M,\ x>0\rightarrow x<3$

III. $\{x\in\mathbb{Q}/x^3-4x^2+3x=0\}\subset M$

A) VVV B) VFV C) FVV D) VVF E) FVF

<u>Solución</u>:

I) V, II) F y III) V

Rpta.: B

Aritmética

EJERCICIOS

1. Dado A = {2; {5}; {3;4}; 7; { {6} }; Φ}, considere las siguientes proposiciones:

I. $\{5\} \in A$ II. $\{3; 4\} \subset A$ III. $\{7\} \subset A \equiv 7 \in A$

IV. $\{6\} \notin A$ V. $\{2; 7; 3\} \not\subset A$ VI. $\{4; 5\} \subset A$

Si por cada proposición verdadera encontrada obtenemos 4 puntos, determine la máxima cantidad de puntos que se pueden obtener.

A) 16 B) 8 C) 24 D) 20 E) 12

Solución:
I. (V) porque $\{5\}$ sí es elemento de A
II. (F) porque ni 3 ni 4 son elementos de A
III. (V) porque el 7 sí es elemento de A
IV. (V) porque el que es elemento es $\{\{6\}\}$
V. (V) porque 3 no es elemento de A
VI. (F) porque $4 \notin A$ y $5 \notin A$

Como hay 4 valores V, entonces 4(4) = 16 de nota debe obtener.

Rpta.: A

2. Sean a y b números reales tales que M= {4a + 1; a + 2b – 2, 3a + 4} es unitario y S= {2a, b, a, b-a} ; determine el número de subconjuntos no unitarios de S.

A) 3 B) 2 C) 4 D) 5 E) 12

Solución:
4a + 1 = a + 2b – 2 = 3a + 4
a = 3; b = 6
Luego S= {6,6,3,3} = {3,6}, así n(S) = 2.
Por lo tanto: #subconjuntos no unitarios de S = $2^2 - 2 = 2$

Rpta.: B

3. Un grupo de alumnos del CEPREUNMSM se fue de excursión al parque nacional Huascarán y decidieron tener a dos de ellos como líderes. Si con todo el grupo se pueden formar 190 parejas de alumnos, además la cantidad de mujeres excede en 4 a la cantidad de hombres, ¿cuántas mujeres hay en el grupo?

A) 16 B) 12 C) 8 D) 11 E) 9

Solución:
Sea A el conjunto de alumnos → #(A) = n
N° subconj. binários(A) = n(n–1) / 2 = 190 → n = 20
Por lo tanto: # mujeres = 12; #hombres = 8

Rpta.: C

4. Luego de terminar sus clases matutinas, Karina, pasa por el restaurante: "A comer rico", donde siempre presentan buffet criollo con 5 diferentes platos de fondo. Si Karina decide almorzar allí, sirviéndose solo una vez, combinando los platos en la forma que quiera, pero siempre en partes iguales. ¿de cuántas formas diferentes puede servirse?

A) 15 B) 7 C) 31 D) 32 E) 63

Solución:

Números de platos de fondo = 5

Maneras de escoger plato de fondo (en buffet) =

Total – (sin plato de fondo) = # de Subconjuntos – 1 = $2^5 - 1$= 31

Rpta.: C

5. En una fiesta familiar participan solo mujeres y hombres, adultos. Si la suma de los cardinales de los conjuntos potencias de hombres y mujeres es 80. ¿Cuántas parejas mixtas de baile se pueden formar?

A) 20 B) 21 C) 24 D) 25 E) 26

Solución:
Sea n(A) número de mujeres
n(B) número de hombres
la suma de los cardinales de los conjuntos potencias de A y B son:

$$2^{n(A)} + 2^{n(B)} = 80$$

entonces n(A)=6 y n(B) = 4

luego el numero de parejas mixtas de baile son:

n(A) x n(B) = 6x4 = 24

Rpta.: C

6. En las secciones A y B de 1° de primaria, la sección B posee 3 alumnos más que la sección A. Con ellos se pueden formar grupos de 1, 2, 3 o más alumnos. Si el número de grupos que se pueden formar en una sección de ellos es mayor que la otra, en 1792, ¿cuántos grupos de al menos tres alumnos se pueden formar con la sección B de 1° de primaria?

A) 1981 B) 968 C) 219 D) 466 E) 1970

Solución:

	# alumnos
Sección A:	n
Sección B:	n+3

Tenemos

$$2^{n+3} - 1 - (2^n - 1) = 1792 \Rightarrow n = 8 \therefore \quad 2^{11} - \left(1 + 11 + \frac{11.10}{2}\right) = 1981$$

Rpta.: A

7. En una clase de aritmética se plantean los conjuntos

F= {(3 x+2) ∈ Z /−2≤ x<7}

G= {(3 x +2) / −2 ≤ x <7, x∈ Z}

entonces la proposición verdadera está en:

A) El conjunto F y G tienen los mismos elementos.
B) Todos los elementos de G son enteros positivos.
C) 23 es un elemento de F.
D) El cardinal de G es mayor al cardinal de F.
E) La suma de los elementos de F es 243.

Solución:

F= {(3 x+2) ∈ Z /−2≤ x <7}

−4 ≤3 x +2<23

F= {−4; −3; −2; −1, …;22}

G= {(3 x +2) /−2 ≤ x <7, x ∈ Z}

x: −2; −1; 0 ;1; 2; …;6

G= {−4; −1; 2 ;5, …;20}

∴ suma de elementos de F= $\frac{(5+22)}{2}18 = 243$

Rpta.: E

8. Si un conjunto F tiene 16 subconjuntos, un conjunto G tiene 8 subconjuntos y G ⊂ F , ¿cuántos subconjuntos tiene el conjunto formado por los elementos de F que no están en G ?

A) 4 B) 2 C) 1 D) 8 E) 16

Solución:

$2^{n(F)} = 16 = 2^4 \Rightarrow n(F) = 4$

$2^{n(G)} = 8 = 2^3 \Rightarrow n(G) = 3$

Luego tendrá: $2^1 = 2$

Rpta.: B

9. Si S = {3x + 1 ∈ $\mathbb{Z}^+$ / - 1 < 5x + 14 < 49} , calcule n[P(P(S))]

A) $2^{2^{2^2}}$ B) 2^{4^2} C) $2^{2^{21}}$ D) $2^{2^{18}}$ E) 2^{21}

Solución:

Tenemos -1 < 5x + 14 < 49 → - 15 < 5x < 35

→ - 3 < x < 7 → - 8 < 3x + 1 < 22

→ S = {1;2;3;…;21} → #(S) = 21

→ n(P(P(S))) = $2^{2^{21}}$

Rpta.: C

10. Dados los siguientes conjuntos:

$M = \{x^2 - 1 / \sim(x \epsilon \mathbb{Z}^+ \rightarrow x > 5)\}$
$F = \{x^2 - 1 / x \ \epsilon M \wedge 3 < x\}$
Calcular $n(P(F))$

A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 1

Solución:

$M: x^2 - 1$

$\square\ (x \in Z^+ \rightarrow x > 5) = x \in Z^+ \wedge x \leq 5$

$M = \{0,3;8;15;24\}$

$F: x^2 - 1$
$x \ \epsilon M \wedge \ 3 < x$
$x = 8; 15; 24$
$F = \{63,224; 575\}$
$n(F) = 3 \quad \rightarrow n(P(F)) = 2^3 = 8$

Rpta.:C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si A = {1, 2, {1}, {1,2}}, halle el valor de verdad de las siguientes proposiciones en el orden indicado:

I. $\{1\} \in$P(A) II. $\{2; \{1,2\}\} \subset$ P(A) III. $\{\{1\}\} \subset$ P[P(A)]

A) VVV B) VFV C) VFF D) FVV E) FFF

Solución:

I. V

II. F

III. F

Rpta.: C

2. Dados F= $\{a^3; 2b^4\}$, G= {4a; b-a; ab} y H= {2a; 4b}, se sabe que solo dos de ellos son unitarios, siendo a y b números enteros positivos que toman los mismos valores respectivos en los tres conjuntos. Determine el número de subconjuntos no vacíos de P(G).

A) 255 B) 7 C) 15 D) 63 E) 3

Solución:

Como no existen a y b enteros positivos tal que G sea unitario, entonces F y H son unitarios, luego $a^3 = 2b^4$; $2a = 4b \rightarrow a = 2b$

$a^3 = b^4 \rightarrow (2b)^3 = 2b^4 \rightarrow b = 4$; $a = 8$

Luego: G = {32; –4; 32} = {32; –4} entonces #G=2, así #P(G)=4.

Por lo tanto: # subconjuntos no vacíos de P(G)= $2^4 - 1 = 15$.

Rpta.:C

3. Dado dos conjuntos finitos F y G, tales que:

i) n(G)=2 n(F)
ii) El número de subconjuntos de G excede al número de subconjuntos propios y no nulos de F en 242.

Determine el número de subconjuntos binarios de G.

A) 36 B) 15 C) 45 D) 10 E) 28

Solución:

Sea $n(G) = 2x \longrightarrow n(F) = x$

$$\begin{pmatrix} \text{número de subconj.} \\ G \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \text{número de subconj.} \\ \text{propios y no nulos de } F \end{pmatrix} = 242$$

$$2^{2x} - (2^x - 2) = 242$$

$$2^x(2^x - 1) = 240$$

$$2^x(2^x - 1) = 2^4 \times 15 \longrightarrow x = 4$$

$$n(F) = 4 \rightarrow n(Subconj.Binarios\ de\ G) = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

Rpta.: E

4. Rosa tiene 2 caramelos menos que Patty. Si cada una forma todos los subconjuntos posibles con sus caramelos, la primera tendría 3072 subconjuntos menos que la segunda. ¿Cuántos caramelos tienen entre las dos?

A) 22 B) 26 C) 32 D) 36 E) 18

Solución:

$$n(R) = x \rightarrow \#\ subconjuntos\ de\ R = 2^x$$

$$n(P) = x + 2 \rightarrow \#\ subconjuntos\ de\ P = 2^{x+2}$$

Entonces

$$3072 = 2^{x+2} - 2^x = 2^x(2^2 - 1)$$

$$2^x = 1024 \rightarrow x = 10$$

Entonces

Total de caramelos: $n(R) + n(P) = 10 + 12 = 22$

Rpta.: A

5. En un instituto de idiomas, la maestra Juanita desea desarrollar su clase con al menos tres alumnos puesto que debe formar grupos de dos o tres alumnos. Si la diferencia entre el número de grupos de al menos dos estudiantes y el número de grupos de al menos tres estudiantes es 91. Halle la cantidad de parejas mixtas diferentes, sabiendo que hay igual número de varones y mujeres matriculados en ese curso.

A) 36 B) 49 C) 64 D) 94 E) 63

Solución:

- Sea el número de alumnos matriculados : x

de subconjuntos de al menos dos elementos $= 2^{x} - x - 1$

de subconjuntos de al menos tres elementos = $2x - x - \frac{x(x-1)}{2} - 1$

Se tiene la diferencia

$$2^{x} - x - 1 - 2^{x} + x + \frac{x(x-1)}{2} + 1 = 91$$

$\Rightarrow x(x-1) = 14 \times 13 \Rightarrow x = 14$

Entonces #(Varones) = #(Mujeres) = 7

$\therefore$ # (Parejas Mixtas) = 7x7 = 49

Rpta.: B

6. Héctor se comprometió con sus vecinos del condominio "El Valle Escondido" en llevar de paseo a los 7 canes que habitan en el condominio, pero cada mañana llevaría un grupo diferente de por lo menos 2 canes. ¿Cuántas mañanas transcurrirán hasta que Héctor cumpla lo prometido?

A) 127 B) 121 C) 128 D) 126 E) 120

Solución:

de canes = n = 7

subconj. Unitarios = 7

Grupos con 2 o más canes = # Total Grupos – (# Grupos con 0 o 1 canes)

= # total subconj – #subconj (vacío + unitarios)

= 2^{7} – [1 + 7] = 128 – 8 = 120

Rpta.: E

7. Dados los conjuntos F = {2x + 3/x $\in$ N; 2 $\leq$ x $\leq$ 6} y G = $\left\{\frac{3x-5}{2} \in N;\ 5 < x < 13\right\}$.
Determine el número de elementos comunes.

A) 5 B) 6 C) 1 D) 4 E) 3

Solución:

F= {2x + 3 / x $\in$ N; 2 $\leq$ x $\leq$ 6} , x = 2,3,4,5,6 $\therefore$ 2x + 3 = 7,9,11,13,15

F= {7,9,11,13,15}

G = $\left\{\frac{3x-5}{2} \in N\ ;\ 5 < x < 13\right\}$ $\rightarrow$ 5 < x < 13 $\rightarrow$ 15 < 3x < 39 $\rightarrow$ 10 < 3x – 5 < 34 $\rightarrow$
5 < $\frac{3x-5}{2} < 17$

G = {6,7,8,9,10, 11, 12, 13, 14, 15, 16}

Elementos comunes: {7,9,11,13,15}

Rpta.: A

8. Consideremos el conjunto universal $U=\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ en el que sus elementos están dispuestos en orden creciente en la forma $a_1=1; a_2=2; ...; a_{10}=10$. Un conjunto A de U se representa en la computadora por una cadena de 10 bits en el que el bit de lugar i es 1 si $a_i \in A$ y 0 si $a_i \notin A$ (un bit es un dígito binario 0 o 1). De este modo, si $A=\{1; 3; 5; 7; 9\}$ es el conjunto de los números impares de U, luego el conjunto A será representado por la cadena de bits 1010101010. Si un conjunto B de U se representa mediante la cadena 0101111000 ¿cuántos subconjuntos propios tiene B?

A) 63 B) 31 C) 15 D) 23 E) 7

Solución:

Recordando que; de la cadena de bits que representa al conjunto A de U se tiene 1 indica que el elemento correspondiente de U pertenece a A y 0 si este elemento no pertenece.
Así, notamos que la cadena de bits que representa al conjunto B este contiene cinco dígitos 1 y cinco dígitos 0, de lo que deducimos: n(B)=5
Por lo tanto
subconjuntos propios de B= $n[P(B)]-1=2^5-1=31$

Rpta.: B

9. Si $S = \{3x + 1 \in \mathbb{Z}^+ / -1 < x < 4\}$, calcule n(P(S))

A) 2^{12} B) 2^{13} C) 2^{10} D) 2^{14} E) 2^{16}

Solución:

Tenemos $-1 < x < 4 \rightarrow -3 < 3x < 12$

$\rightarrow -2 < 3x + 1 < 13$

$\rightarrow S = \{1;2;3;\ldots;12\} \rightarrow \#(S) = 12$

$\rightarrow \#((P(S)) = 2^{12}$

Rpta.: A

10. Sean los conjuntos:

$L = \{3m + n \ ; \ 5n + m + 2 \ ; \ 2m + 4n\}$,

$T = \{ x \in \mathbb{Z} / x = 3nk \wedge n - 1 \leq k \leq m + 1 \}$ y

$M = \{y \in \mathbb{Z} / y = (mk)/2 \ \wedge n \leq k \leq m - 1\}$

Si L es unitario y $k \in \mathbb{Z}$, además m y n toman los mismos valores en los 3 conjuntos, halle el valor de $[\#(L) + \#(T) + \#(M)]^{\#(M)}$

A) 64 B) 25 C) 7 D) 32 E) 8

Solución:

$3m+n=5n+m+2=2m+4$ de donde $n=1$, $m=3$

T: $x=3k$, $0 \leq k \leq 4$,luego $\#(T)=5$

M: $y=\frac{3k}{2}$,$1 \leq k \leq 2$, luego $\#(M)=1$.

De donde $[1+5+1]^1=7$

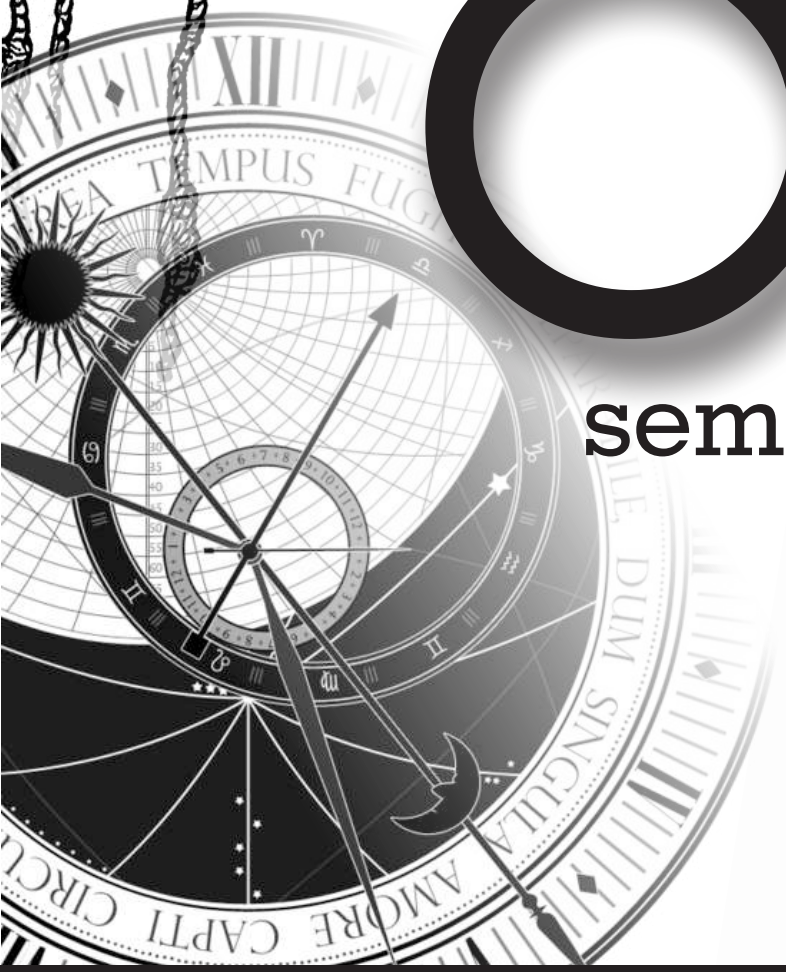
Rpta.:C

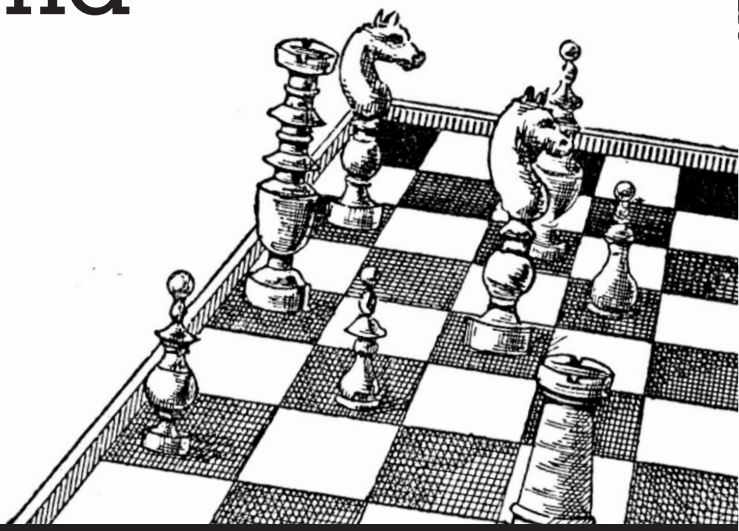
ARITMÉTICA

MANUAL DE PRACTICAS Y EJERCICIOS

03

semana

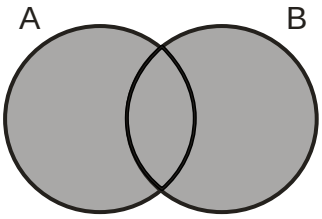
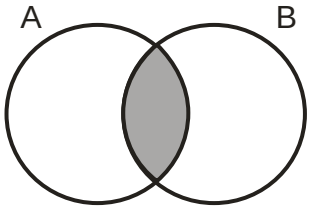
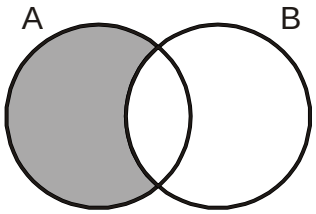


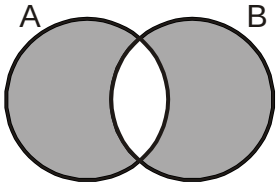
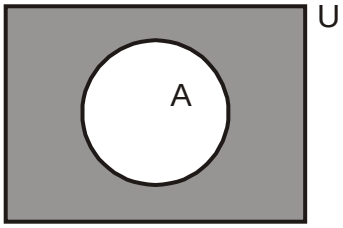


pre SAN MARCOS

Manhattan Editores

Aritmética

Operaciones con Conjuntos		
Unión de Conjuntos	Intersección de Conjuntos	Diferencia de Conjuntos
 $A \cup B = \{ x / x \in A \vee x \in B \}$	 $A \cap B = \{ x / x \in A \wedge x \in B \}$	 $A - B = \{ x / x \in A \wedge x \notin B \}$

Diferencia Simétrica de Conjuntos	Complemento de un Conjunto
 $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$	 $A^{I} = U - A$

LEYES DEL ÁLGEBRA DE CONJUNTOS		
Idempotencia	Conmutativa	Asociativa
$A \cup A = A$ $A \cap A = A$	$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
Distributiva	De Morgan	Del Complemento
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	$(A \cup B)^I = A^I \cap B^I$ $(A \cap B)^I = A^I \cup B^I$	$A \cup A^I = U$ $A \cap A^I = \Phi$ $(A^I)^I = A$
De la Unidad	Absorción	Otras
$A \cup U = U$ $A \cap U = A$ $A \cup \Phi = A$ $A \cap \Phi = \Phi$	$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$ $A \cup (A^I \cap B) = A \cup B$ $A \cap (A^I \cup B) = A \cap B$	$A - B = A \cap B^I$ $U^I = \Phi$ $\Phi^I = U$

<u>Observación</u> 1

Sean A, B y C conjuntos cualesquiera, entonces:

$$\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$$

$$\#(A \cup B \cup C) = \#(A) + \#(B) + \#(C) - \#(A \cap B) - \#(A \cap C) - \#(B \cap C) + \#(A \cap B \cap C)$$

<u>Producto Cartesiano</u>: $A \times B = \{ (a; b) / a \in A \wedge b \in B \}$

Ejemplo: Si $A = \{ 1; 2 \}$ y $B = \{ 3; 4; 5 \}$

Entonces: $A \times B = \{ (1; 3); (1; 4); (1; 5); (2; 3); (2; 4); (2; 5) \}$

y $B \times A = \{ (3; 1); (4; 1); (5; 1); (3; 2); (4; 2); (5; 2) \}$

<u>Observación</u> 2

$M \times M = M^2$ $\#(A \times B) = \#(A) \times \#(B)$

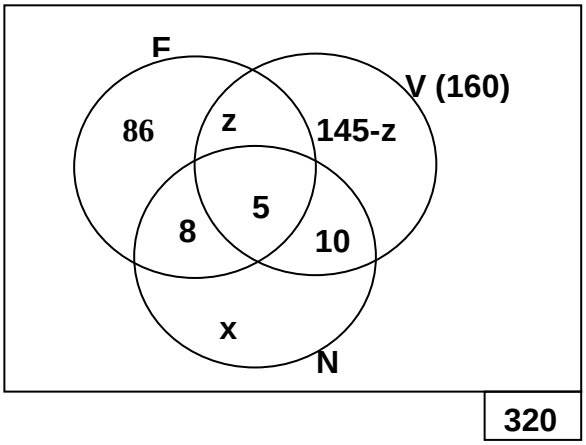
Diagrama de Venn Euler

Los diagramas de Venn reciben el nombre de su creador, John Venn, matemático y filósofo británico. Estudiante y más tarde profesor en el Caius College de la Universidad de Cambridge, desarrolló toda su producción intelectual entre esas cuatro paredes. Los diagramas de Venn se emplean hoy día para enseñar matemáticas elementales y para reducir la lógica y la Teoría de conjuntos al cálculo simbólico puro.

- De 320 deportistas que solamente practican fútbol, natación o vóley, se sabe que 13 practican fútbol y natación, 15 practican vóley y natación, 5 practican los tres deportes, 160 practican vóley, 86 solamente fútbol y 250 practican fútbol o natación. ¿Cuántos deportistas practican únicamente vóley?

Solución:

250 practican fútbol o natación, entonces:



$$86 + 8 + 5 + 10 + x + z = 250$$

$$x + z = 141$$

El total de deportistas es 320, entonces:

$160 + 86 + 8 + x = 320$

$x = 66$

Luego:

$66 + z = 141$

$z = 75$

$\therefore$ Solo practican vóley = $145 - z = 70$

Diagrama de Lewis Carroll

Un diagrama de Carroll es un diagrama rectangular utilizado mayormente para conjuntos disjuntos **(conjuntos que no tienen elemento en común)** cuya unión comprende la totalidad de los elementos. Son llamados así en alusión a Lewis Carroll, el seudónimo de Charles Lutwidge Dodgson, el famoso autor de *Alicia en el País de las Maravillas* quien era también matemático.

- En una aula de 70 personas, se sabe que
  - 25 mujeres tenían USB.
  - 35 hombres no tenían USB.

  Si el número de hombres que tenían USB es la cuarta parte del número de mujeres que no tenían USB, ¿cuántas personas no tenían USB?

Solución:

	Hombre	Mujer	
USB	x	25	x + 25
No USB	35	4x	35 + 4x
			70

$$x + 25 + 35 + 4x = 70$$
$$5x = 10, \quad \text{luego} \quad x = 2$$
$$\text{No tienen USB} = 35 + 4x$$

$\therefore$ No tenían USB 43 personas.

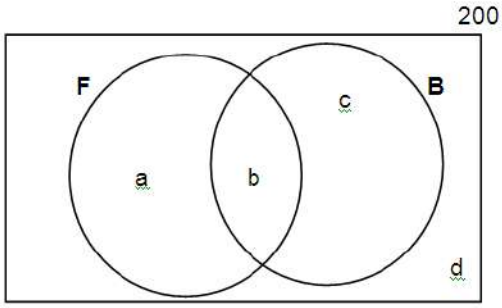
Aritmética

EJERCICIOS

1. En una reunión hay 200 personas adultas, se sabe que 90 no fuman y 60 no beben. ¿Cuántas personas hay que ni fuman ni beben o fuman y beben, sabiendo que hay 20 personas que solamente fuman?

A) 80 B) 180 C) 130 D) 120

Solución:



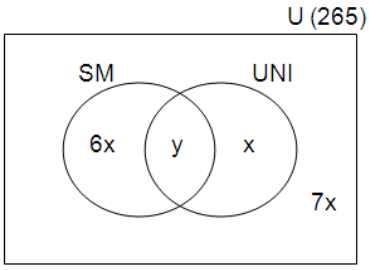
Dato: ~ F: c + d = 90
Dato: ~ B: a + d = 60
Restando ambas ecuaciones: c – a = 30
Dato: a = 20, entonces: c = 50
De la gráfica:
a + b + c + d = 200 entonces: 20 + b + 50 + d = 200
Entonces: b + d = 130

Rpta.: C

2. De 265 postulantes que rindieron el examen de admisión a la UNI y SM se sabe que: la cantidad de alumnos que ingresaron solo la UNI son la sexta parte de los que ingresaron solo a SM, la cantidad de alumnos que no ingresaron a SM son el óctuplo de los que ingresaron solo a la UNI. ¿Cuántos postulantes ingresaron a las dos universidades mencionadas, si fueron lo mínimo posible?

A) 11 B) 15 C) 9 D) 13

Solución:



Del gráfico: 6x + y + x + 7x = 265
14x + y = 265

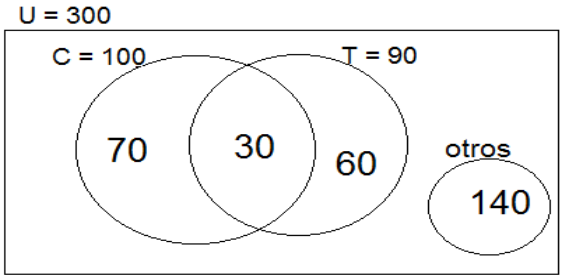
Para máx. x = 18 → mín. y = 13
Por lo tanto: 13 alumnos ingresaron a las dos universidades.

Rpta.: D

3. Se hizo una encuesta sobre los diversos espectáculos preferidos por los estudiantes y se determinó que: 30 prefieren el teatro y el cine, 90 prefieren el teatro, 100 el cine y 140 prefieren diversiones diferentes al teatro y al cine. ¿Cuántos estudiantes fueron encuestados?

A) 320 B) 300 C) 210 D) 360

Solución:



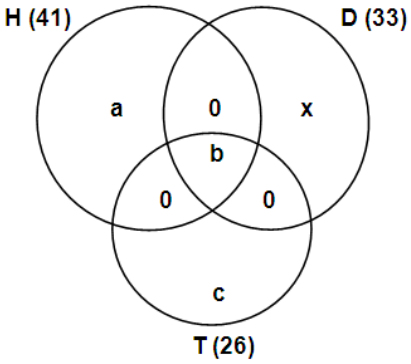
Luego, U = 300.

Rpta.: B

4. Pedro durante 60 días que estuvo de vacaciones, visita a sus tres mejores amigos, 41 días a Humberto, 33 días a Daniel y 26 días a Toribio. ¿Cuántos días sólo visitó a su amigo Daniel, si no hubo días en que se visitara a solo dos amigos?

A) 10 B) 14 C) 13 D) 21

Solución:



Total, de días = a + b + c + x = 60
x + b = 33, a + b = 41, b + c = 26
de donde b = 20, x = 13

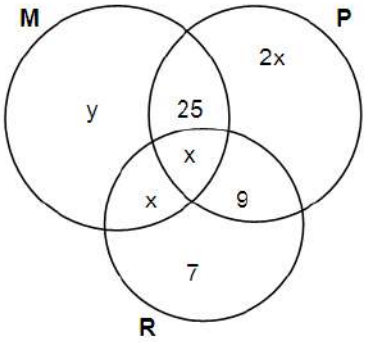
Rpta.: C

5. En una encuesta realizada a 155 personas para establecer preferencias de lectura de las revistas Mas, Paz y Rei; se obtienen los siguientes resultados:
   - Todas las personas leen alguna de las 3 revistas.
   - Todas, menos 50, leen Mas.
   - Hay 25 personas que leen Mas y Paz pero no Rei.
   - Hay 9 personas que leen Paz y Rei pero no Mas.
   - Siete es la cantidad de personas que leen solo la revista Rei.
   - La cantidad de los que leen Mas y Rei es el doble de la cantidad que leen las tres revistas.

   Si la cantidad de personas que leen solo la revista Paz es igual a la cantidad de los que leen las revistas Mas y Rei, ¿cuántos leen solamente la revista Mas?

   A) 38 B) 46 C) 45 D) 62

Solución:



n(M) = 105

$2x + y + 25 = 105 \rightarrow 2x + y = 80$

De la gráfica:

$4x + y + 41 = 155 \rightarrow 4x + y = 114$

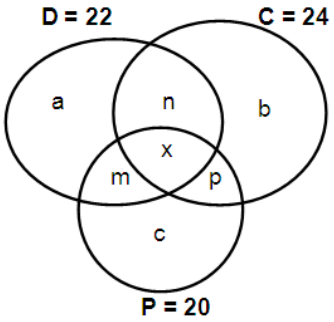
$\rightarrow 2x = 34 \rightarrow x = 17 \wedge y = 46$

Rpta.: B

6. En una encuesta a los comensales del comedor de docentes sobre la preferencia de los tres tipos de menús en la semana, se obtuvo que: 22 prefieren dieta, 24 carne y 20 pescado, además 30 prefieren por lo menos dos de estos tipos de menús y los que prefieren solamente un tipo son cinco. ¿Cuántos de esos comensales prefieren los tres tipos de menús?

   A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

Solución:



* a + b + c = 5
* m + n + p + x = 30
* a + m + n + x = 22
* c + m + p + x = 20
* n + p + x + b = 24

$\therefore x = 1$

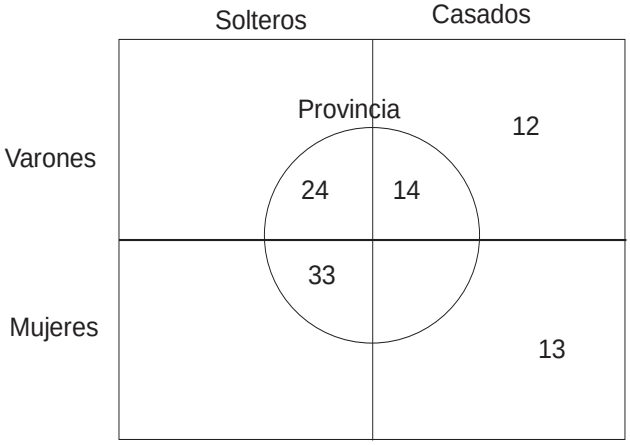
P = 20

Rpta.: A

7. De un grupo de personas se sabe que 38 varones son provincianos, 25 personas casadas no son provincianos y 57 personas solteras son provincianas. Si hay 26 varones casados, además 33 mujeres provincianas son solteras, ¿cuántas mujeres casadas no son provincianas?

A) 12 B) 11 C) 13 D) 10

Solución:



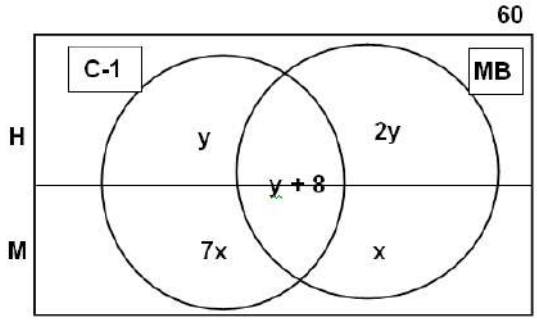
Rpta.: C

8. De 60 alumnos que aprobaron el curso de Calculo I o el curso de Matemática Básica se sabe que:
   - La cantidad de alumnas mujeres que aprobaron solo Matemática Básica es la sétima parte de la cantidad de alumnas mujeres que aprobaron solo Calculo I.
   - La cantidad de alumnos que aprobaron Calculo I y Matemática Básica excede en 8 a la cantidad de alumnos hombres que aprobaron solo Calculo I.

   Si este último es igual a la mitad de la cantidad de alumnos hombres que aprobaron solo Matemática Básica, ¿cuál es la mínima cantidad de alumnos que aprobaron solo Matemática Básica?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 5

Solución:



De la gráfica:

8x + 4y + 8 = 60

2x + y = 13

1 11

……

……

6 1

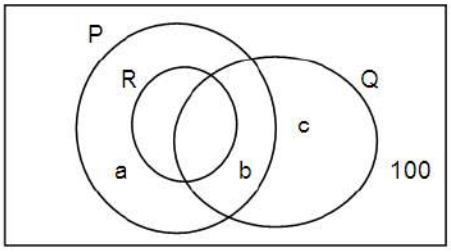
Por tanto, la mínima cantidad de: 2y + x = 2 + 6 = 8.

Rpta.: B

9. En una encuesta realizada a un grupo de personas se obtuvo que: todos los que leen revistas leen periódicos, los que no leen revistas son 180, los que no leen periódicos ni ven televisión son 100, y aquellos que leen periódicos o ven televisión, pero no leen revistas es ocho veces de los que leen revistas. ¿Cuántas fueron las personas encuestadas?

A) 260 B) 188 C) 210 D) 190

Solución:



$P \cap R = R$; $n(P \cap R)' = 180$

Entonces: $a + b + c + 100 = 180 \rightarrow a + b + c = 80$

$n[(P \cup Q) - R] = 8.\ n(R)$, de donde $a + b + c = 8n(R)$, de aquí $n(R) = 10$

Por tanto: $n(U) = 190$

Rpta.: D

10. En el curso de Matemática 30 estudiantes aprobaron el examen, 25 estudiantes son arequipeños, 25 son hombres, 10 estudiantes no aprobaron el examen y no son arequipeños, 10 son mujeres y aprobaron el examen, 15 son mujeres y arequipeñas, 5 varones que aprobaron el examen son arequipeños y 5 mujeres aprobaron el examen y son arequipeñas. Halle el número de estudiantes del curso y el número de personas que no son mujeres arequipeñas.

A) 55 y 40 B) 55 y 15 C) 50 y 18 D) 45 y 15

Solución:

	Arequipeños	No Arequipeños	
Mujer	10 5	10 5	30
Hombre	5 5	15 0	25
	25	30	55

i. Número de estudiantes del curso: 55
ii. Personas que no son mujeres arequipeñas: 40

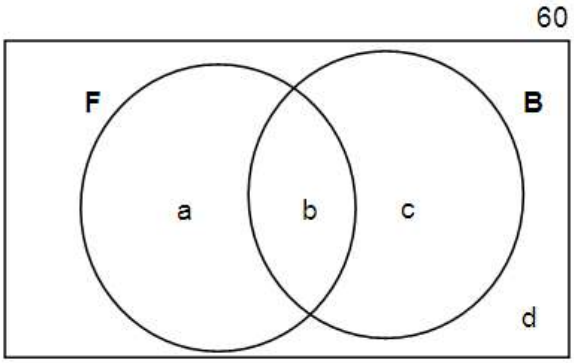
Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En un salón de clases de 60 estudiantes, se sabe que 25 no les gusta el curso de Física y 18 no les gusta el curso de Biología. ¿Cuántos estudiantes hay en el salón que gustan ambos cursos, sabiendo que hay 4 que solamente les gusta Física?

A) 30 B) 28 C) 31 D) 20

Solución:



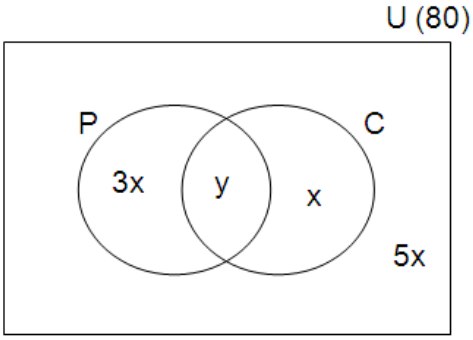
Dato: ~ F: c + d = 25, ~ B: a + d = 18
Restando ambas ecuaciones: c – a = 7
Dato: a = 4
Entonces: d = 14, c = 11,
De la gráfica:
a + b + c + d = 60 entonces: 4 + b + 11 + 14 = 60
Entonces: b = 31

Rpta.: C

2. De 80 turistas se sabe que, los que viajaron solo al Cuzco son la tercera parte de los que viajaron solo a Paracas, los que no viajaron a Paracas son el séxtuplo de los que viajaron solo al Cuzco. ¿Cuántos turistas como mínimo viajaron a las dos ciudades mencionadas?

A) 11 B) 12 C) 9 D) 8

Solución:



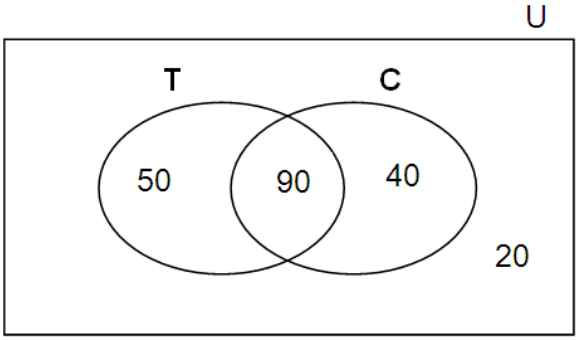
Del gráfico: 3x + y + x + 5x = 80, luego 9x + y = 80
Para máx. x = 8 → mín. y = 8

Rpta.: D

3. Se hizo una encuesta sobre los diversos medios de transporte preferidos por los usuarios y se determinó que: 90 prefieren usar el taxi y la combi, 140 prefieren usar el taxi, 130 prefieren usar combi y 20 prefieren usar otros medios de transporte distintos a los mencionados. ¿Cuántos usuarios no prefieren usar la combi?

A) 30 B) 70 C) 60 D) 5

Solución:

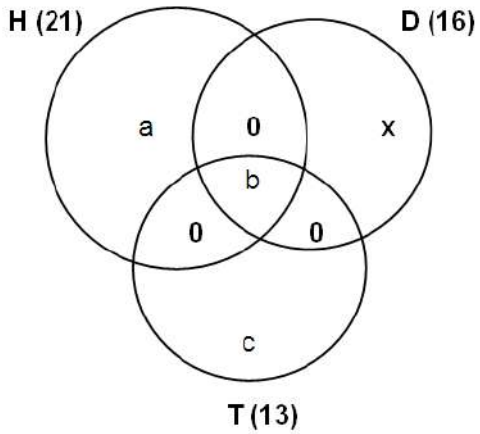


Rpta.: B

4. Pedro debe tomar tres tipos de pastillas durante 30 días, 21 días la pastilla H, 16 días la pastilla D y 13 días la pastilla T. Si no hubo días en que se tomara solo dos pastillas, ¿cuántos días solo tomo la pastilla D?

A) 5 B) 4 C) 6 D) 2

Solución:



30 = a + b + c + x,

x + b = 16, a + b = 21, b + c = 13

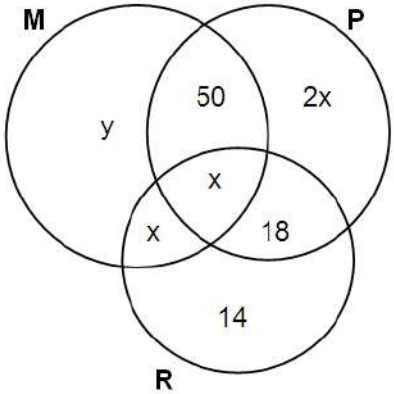
de donde, x = 6

Rpta.: C

5. En una encuesta realizada a 310 personas para establecer preferencias sobre los medios de comunicación de televisión, periódico y radio; se obtuvieron los siguientes resultados: todas las personas prefieren alguna de los 3 medios, todas menos 100, prefieren televisión, hay 50 personas que prefieren televisión y periódico, pero no radio, hay 18 personas que prefieren periódicos y radio, pero no televisión, catorce es la cantidad de personas que prefieren solo radio, la cantidad de los que prefieren televisión y radio es el doble de la cantidad que prefieren los tres medios. Si la cantidad de personas que prefieren solo periódicos es igual a la cantidad de los que prefieren televisión y radio, ¿cuántos prefieren solamente televisión?

A) 76 B) 92 C) 90 D) 98

Solución:



n(M) = 210

$2x + y + 50 = 210 \rightarrow 2x + y = 160$

De la gráfica:

$4x + y + 82 = 310 \rightarrow 4x + y = 228$

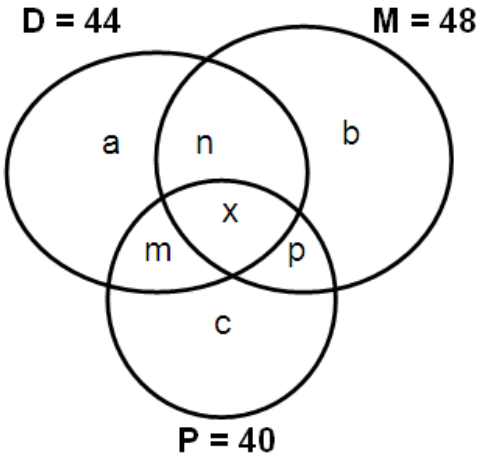
$\rightarrow 2x = 68 \rightarrow x = 34 \wedge y = 92$

Rpta.: B

6. En una encuesta realizada a los niños de un colegio sobre la preferencia de tres frutas, se obtuvo que: 44 prefieren durazno, 48 manzana y 40 plátano, además 60 prefieren por lo menos dos de estas frutas y los que prefieren solamente una fruta son 10. ¿Cuántos de estos niños prefieren las tres frutas?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

Solución:



* $a + b + c = 10$

* $m + n + p + x = 60$

* $a + m + n + x = 44$

* $c + m + p + x = 40$

* $n + p + x + b = 48$

$\therefore x = 2$

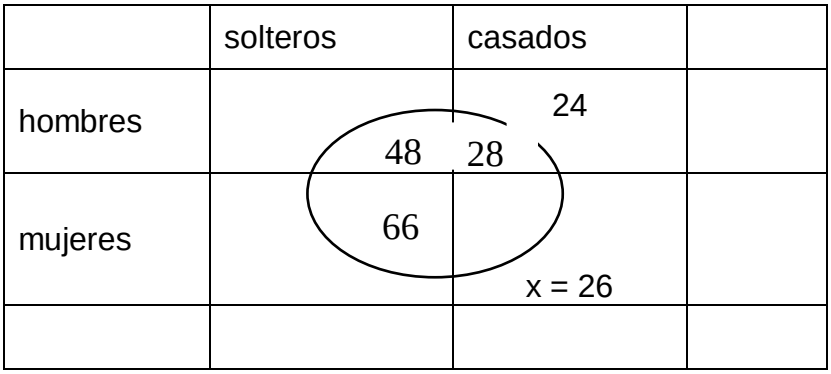
P = 40

Rpta.: B

7. De un grupo de personas se sabe que: 76 varones tienen hijos, 50 personas casadas no tienen hijos, 114 personas solteras tienen hijos, 52 varones casados y 66 mujeres son solteras con hijos, ¿cuántas mujeres casadas no tienen hijos?

A) 24 B) 22 C) 26 D) 20

Solución:

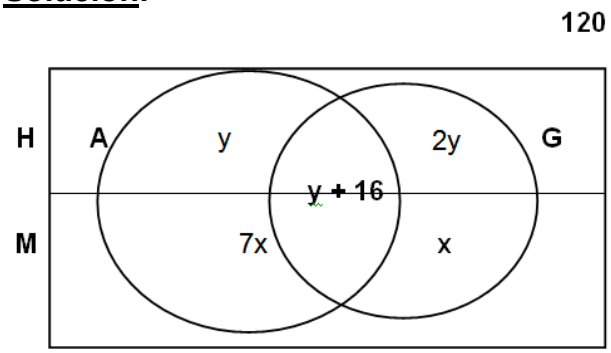


Rpta.: C

8. De 120 alumnos que se matricularon el curso de reforzamiento de aritmética o de geometría se sabe que: la cantidad de mujeres que se matricularon solo en geometría es la séptima parte de la cantidad de mujeres que se matricularon solo en aritmética, la cantidad de alumnos que aprobaron aritmética y geometría excede en 16 a la cantidad de alumnos hombres que aprobaron solo aritmética. Si este último es igual a la mitad de la cantidad de alumnos hombres que se matricularon solo en geometría. ¿Cuál es la mínima cantidad de alumnos que se matricularon solo en geometría?

A) 12 B) 16 C) 9 D) 10

Solución:



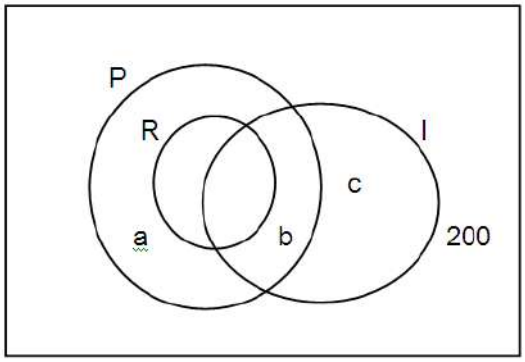
De la gráfica:
8x + 4y + 16 = 120
2x + y = 26
1 24
……
……
12 2
Por tanto, la mínima cantidad de: 2y + x = 2.2 + 12 = 16

Rpta.: B

9. En una encuesta realizada a un grupo de personas se obtuvo que, todos los que hablan ruso hablan portugués, los que no hablan ruso son 360, los que no hablan portugués ni hablan inglés son 200, y aquellos que hablan portugués o inglés, pero no ruso son el cuádruplo de los que hablan ruso. ¿Cuántas personas fueron encuestadas?

A) 460 B) 388 C) 380 D) 400

Solución:



$P \cap R = R$; $n(P \cap R)' = 360$
Entonces: $a + b + c + 200 = 360 \rightarrow a + b + c = 160$
$n[P \cup Q) - R] = 4.n(R)$, de donde $a + b + c = 4n(R)$, de aquí $n(R) = 40$
Por tanto: $n(U) = 400$

Rpta.: D

10. En un curso de matemática, 60 estudiantes aprobaron el examen, 50 estudiantes usan lentes, 50 son hombres, 20 estudiantes no aprobaron el examen y no usan lentes, 20 son mujeres y aprobaron el examen, 30 son mujeres y usan lentes, 10 varones aprobaron en el examen y usan lentes y 10 mujeres aprobaron el examen y usan lentes. Halle el número de estudiantes del curso.

A) 110 B) 100 C) 90 D) 120

Solución:

	Lentes	No lentes	
Mujer	20 10	20 10	60
Hombre	10 10	30 0	50
	50	60	110

Rpta.: A

Aritmética

EJERCICIOS

1. Dados los siguientes conjuntos

$F=\left\{x^2+1 / -7\leq 2x<5 \wedge x\in\mathbb{Z}\right\}$,

$G=\left\{\ x / \sim\left[(x\in\mathbb{Z}^+)\rightarrow(x^2+3\neq 4x)\right]\right\}$

$H=\left\{\dfrac{x+3}{5}\in\mathbb{Z} / -4<x\leq 17\right\}$

Determine la suma de los elementos del conjunto $[(F-G)\Delta(H\cap G')]$.

A) 11 B) 23 C) 8 D) 19

Solución:

$F=\{1;2;5;10\}$ y $H=\{0;1;2;3;4\}$

G:

$$\left.\begin{aligned}&\sim\left[\underbrace{(x\in\mathbb{Z}^+)}_{p}\rightarrow\underbrace{(x^2+3\neq 4x)}_{q}\right]\equiv\sim(p\rightarrow q)\equiv p\wedge\sim q\\&\equiv(x\in\mathbb{Z}^+)\wedge(x^2+3=4x)\\&\equiv(x\in\mathbb{Z}^+)\wedge(x=1\vee x=3)\end{aligned}\right\}\quad G=\{1;3\}$$

$F-G=\{2;5;10\}$ y $H-G=\{0;2;4\}$ $\Rightarrow$ $(F-G)\Delta(H-G)=\{0;4;5;10\}$ $\therefore\sum elem=19$

Rpta.: D

2. Dados los conjuntos no vacíos y diferentes J, K y L, simplifique

$$([L \cup J]' \cup [L' - K']) \cup (K' - J')' \quad .$$

A) L B) L' C) $J \cap K$ D) $J' \cup K$

Solución:

$$([L \cup J]' \cup [L' - K']) \cup (K' - J')'$$
$$([L' \cap J'] \cup [L' \cap K]) \cup (K' \cap J)'$$

$$(L' \cap [J' \cup K]) \cup (K \cup J') = J' \cup K$$

Rpta.: D

3. Dados los conjuntos F, G y H no vacíos, ni iguales, tales que $F \cap G = \phi$ y $F \subset H$, simplifique

$$([(G' - H') \cup H] \cup [(F \cap G') - H]) \cap [H' \Delta F]$$

A) ϕ B) F C) F' D) H – F

Solución:

$F \cap G = \phi$; $F \subset H$

$([(G' - H') \cup H] \cup [(F \cap G') - H]) \cap [H' \Delta F]$
$([(G' \cap H) \cup H] \cup [F - G] - H) \cap [(H' \cup F) - (H' \cap F)]$
$([H] \cup \phi) \cap [(H' \cup F) - \phi]$
$H \cap [H' \cup F] = H \cap F = F$

Rpta.: B

4. Sean P y M los conjuntos formados con las edades, en años enteros, de los tres hijos de Pedro y los dos hijos de Manuel respectivamente. Si sus hijos tienen entre 2 y 14 años, Pedro tiene [3(t+x)] años y Manuel [4(n+y)] años, además el producto cartesiano de ambos conjuntos es P x M = {(4; 5); (t –2; 7); (2t; 5); (4n; t+1); (3n; t –1); (x; y)}, ¿cuántos años más que Manuel tiene Pedro?

A) 7 B) 10 C) 8 D) 5

Solución:
P x M = {(4; 5); (t –2; 7); (2t; 5); (4n; t+1); (3n; t –1); (x, y)} → t=6; n=3; x=9; y=7

P x M = {(4; 5); (4; 7); (12; 5); (12; 7); (9; 5); (9; 7)}

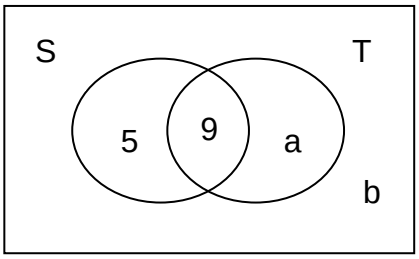
Pedro= 3(t + x)=3(6+9)=45 años
Manuel= 4(n+ y)=4(3+7)=40 años

∴ Diferencia de edades= 45 – 40 = 5 años. **Rpta.: D**

5. Dados los conjuntos no vacíos S y T incluidos en el universo U, se sabe que $n(S \cap T) = 9$; $n(T' - S') = 5$; $n(U) = 36$ y el cardinal de $(S \cup T)'$ está representado por un número primo, determine el menor valor posible de $n(S \Delta T)$.

A) 7 B) 6 C) 8 D) 5

Solución:



- $n(T' - S') = 5$

$n(T' \cap S) = n(S - T) = 5$

$a+b+14 = 36$

$\rightarrow n(S \cup T)' = b_{máx} = 19$; $a_{mín} = 3$

- Mín. $n(S \Delta T) = a+5 = 8$

Rpta.: C

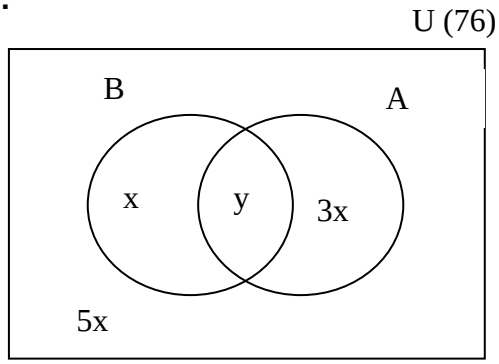
6. De 76 alumnos que rindieron el examen de Anatomía o Biología se sabe que:

- La cantidad de alumnos que aprobaron solo Biología son la tercera parte de los que aprobaron solo Anatomía.
- La cantidad de alumnos que no aprobaron Anatomía son el doble de los que aprobaron Anatomía, pero no Biología.

Si la cantidad de alumnos que aprobaron Biología pero no Anatomía y los que aprobaron ambos cursos están representados por números primos, ¿cuántos alumnos, como mínimo, aprobaron Biología?

A) 18 B) 36 C) 15 D) 20

Solución:



Del gráfico: $9x + y = 76$

$9(7) + 13 = 76$
$9(5) + 31 = 76$ $\therefore$ #Mín. (B) = $x + y = 7 + 13 = 20$

Rpta.: D

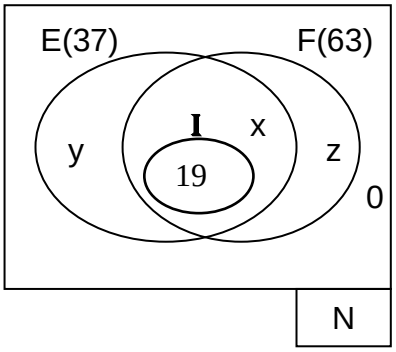
7. De un total de personas que hablan español o francés, se sabe que 37 son hispano hablantes, 63 hablan francés, y solo 19 personas hablan inglés, pero estas además hablan español y francés. Si la cantidad de personas que solo hablan francés está representada por un número primo y la cantidad de personas que solo hablan español es lo mínimo posible, determine la suma de las cifras del número de personas que hablan español y francés, pero no inglés.

A) 4 B) 5 C) 7 D) 6

Solución:

y + x = 18 ; x + z = 44 ; y= mín. ; z= primo

i) y=1; x=17 ; z= 27 (no es primo)
ii) y=2; x=16 ; z= 28 (no es primo)
iii) y=3; x=15 ; z= 29 (es primo)



∴ Suma de cifras (x) = 1+5=6

Rpta.: D

8. De 100 jóvenes que tienen 15; 16 o 17 años de edad, se sabe que:

- Hay 7 jóvenes que tienen cabello color negro, pero no tienen 15 años.
- Hay (3n) jóvenes que no tienen cabello color negro ni castaño y no son menores de 17 años.
- De los que no son mayores de 16 años, (4n) jóvenes no tienen cabello color negro ni castaño.

Si la cantidad de jóvenes de 15 años que tienen cabello color negro representan la mitad del total de jóvenes que tienen cabello color castaño, ¿cuántos jóvenes, como máximo, tienen cabello color negro?

A) 36 B) 32 C) 31 D) 35

Solución:

	Negro	Castaño	Ni negro ni castaño
17 años	7	2a	3n
16 años			4n
15 años	a		

Del gráfico: # jóvenes = 3a + 7n + 7 = 100

3a + 7n = 93

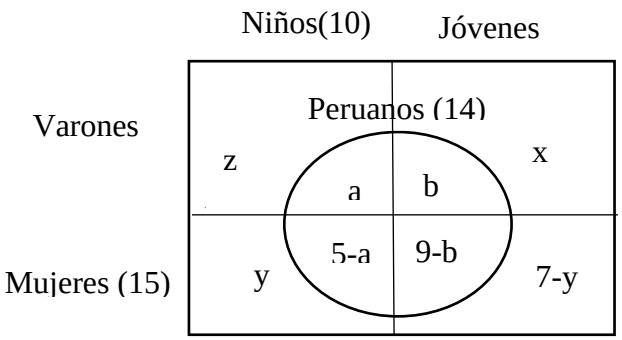
Mín.: (n= 3) → Máx.: (a= 24)
∴ Máx. : a + 7 = 31

Rpta.: C

9. De un grupo de excursionistas conformados por jóvenes y niños, se sabe que hay 5 peruanos entre niños y niñas, 15 mujeres, 14 peruanos, 10 niños en total y 7 mujeres extranjeras. Si el número de jóvenes varones peruanos es el mayor impar posible, los niños varones son tantos como las mujeres jóvenes peruanas, y la cantidad de niñas es la mitad que la cantidad de jóvenes varones extranjeros, ¿cuántos varones hay en total?

A) 20 B) 24 C) 21 D) 23

Solución:



Mujeres= 15 =14 – a – b +7 → a+b = 6 (b=5; a=1)
→ z=3 ; y= 2 ; x= 12
∴ # Varones= z+a+b+x= 21

Rpta.: C

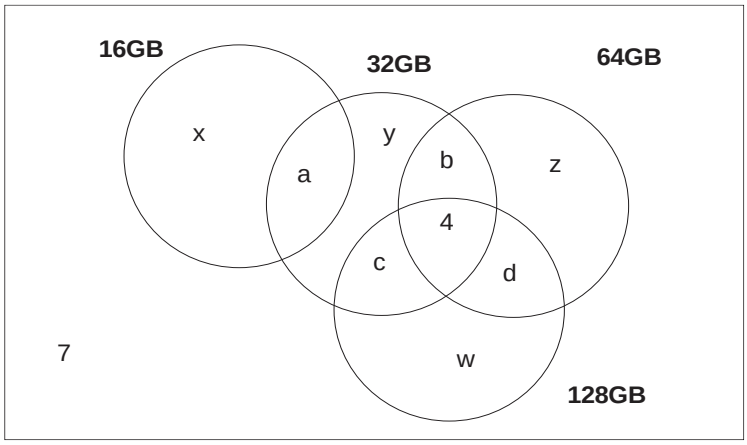
10. En una encuesta realizada a 95 jóvenes sobre el uso del dispositivo de almacenamiento de datos (USB) de 16; 32; 64 o 128 GB, se obtuvieron los siguientes resultados:

- Los jóvenes que usan USB de 16 GB no usan de 64 ni de 128 GB.
- Hay 4 jóvenes que usan USB de 32; 64 y 128 GB.
- La cantidad de jóvenes que usan solo dos tipos de USB, son el doble de los que no usan esos 4 tipos de USB mencionados.

Si 7 jóvenes no usan esos cuatro tipos de USB, ¿cuántos usan un solo tipo de USB?

A) 80 B) 70 C) 65 D) 50

Solución:



$$a+b+c+d=14$$
$$x+y+z+w+(a+b+c+d)+4+7=95$$
$$\therefore \quad x+y+z+w=70$$

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Dados los conjuntos F, G y H no vacíos, simplifique:

$$\{[G\cup(F-G)]-[(G\cup F)'-(F\cap H)]\}\cap(F'-G')'$$

A) G' B) F C) H' D) $\varnothing$

Solución:

$$\{[G\cup(F-G)]-[(G\cup F)'-(F\cap H)]\}\cap(F'-G')'$$
$$=\{[G\cup(F\cap G')]-[(G'\cap F')\cap(F'\cup H')]\}\cap(F\cup G')$$
$$=\{(G\cup F)-(G'\cap F')\}\cap(F\cup G')=\{(G\cup F)\cap(G\cup F)\}\cap(F\cup G')$$
$$=(G\cup F)\cap(F\cup G')=F\cup(G\cap G')=F\cup\varnothing=F$$

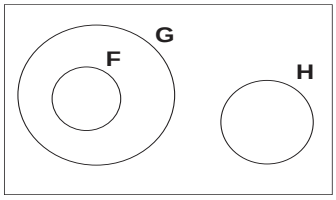
Rpta.: B

2. Dados los conjuntos no vacíos F, G y H tal que $F\subset G$ y $n(G\cap H)=0$,

Simplifique $\{[(F'-G)'\cap(G\cup H)]'\cap(H-F)\}\cup(G\,\Delta\,H')$

A) G' B) H C) $F\cup H$ D) U

Solución:



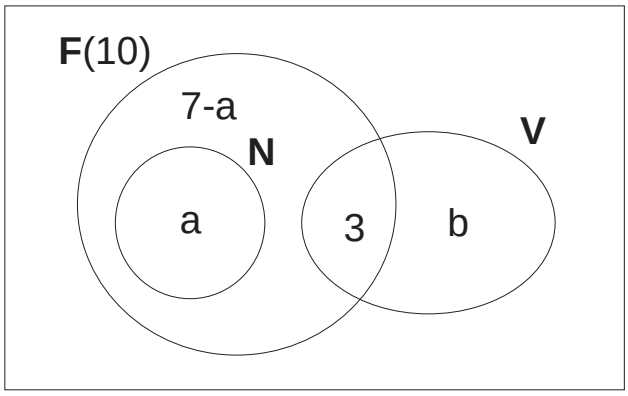
$$\left\{\left[(F^{'}-G)^{'}\cap(G\cup H)\right]^{'}\cap(H-F)\right\}\cup(G\,\Delta\,H^{'})$$
$$=\left\{\left[(F^{'}\cap G^{'})^{'}\cap(G\cup H)\right]^{'}\cap H\right\}\cup\left[(G-H^{'})\cup(H^{'}-G)\right]$$
$$=(G^{'}\cap H)\cup\left[\varnothing\cup(H^{'}\cap G^{'})\right]=(G^{'}\cap H)\cup(G^{'}\cap H^{'})=G^{'}\cap(H\cup H^{'})=G^{'}\cap U=G^{'}$$

Rpta.:A

3. De un grupo de estudiantes del colegio “El Porvenir”, que practican fútbol, natación o vóley, se sabe que todos los estudiantes que practican natación también practican fútbol, los que practican vóley no practican natación, 10 practican fútbol y 3 practican fútbol y vóley. Si se forman 45 parejas diferentes con los estudiantes que practican natación y vóley (uno de natación y uno de vóley), ¿cuántos estudiantes como mínimo, de ese grupo, practican un solo deporte?

A) 11 B) 5 C) 2 D) 8

Solución:



$$\#\,Parejas=\underset{5}{a}\underbrace{(b+3)}_{9}=45\Rightarrow a=5\,,\,b=6\quad\therefore\;Mín(7-a+b)=7-5+6=8$$

Rpta.: D

4. En un simposio de Matemática Pura donde participan 42 personas, se sabe que 31 son varones, 7 son mujeres no menores de 28 años y la cantidad de mujeres no mayores de 26 años son la tercera parte de los varones mayores de 27 años. Si la cantidad de participantes de 27 años son el doble de los varones menores de 27 años, determine la cantidad de participantes en dicho simposio, que tienen 26 o menos años.

A) 8 B) 10 C) 11 D) 12

Solución:

	menor o igual a 26 años	27 años	mayor o igual a 28 años
Varones (31)	b	2b	3a
Mujeres (11)	a		7

$$b + a + 2b + 3a + 7 = 42$$

$$3b + 4a = 35 \quad \Rightarrow \quad b = 9\,,\ a = 2 \quad \therefore \quad a + b = 11$$

Rpta.: C

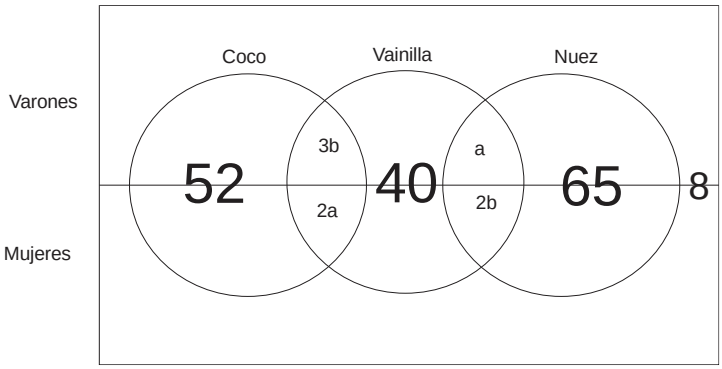
5. En una encuesta realizada a 250 personas sobre el sabor de helado artesanal de su agrado, se obtuvieron los siguientes resultados:

- A las personas que les agrada el helado de coco no les agrada el helado de nuez.
- El número de varones que les agrada el helado de vainilla y nuez es la mitad del número de mujeres que les agrada el helado de coco y vainilla.
- A 8 personas no les agrada estos tres sabores mencionados.
- A los que les agrada solo helado de coco, solo helado de vainilla y solo helado de nuez son 52, 40 y 65 personas respectivamente.

Si el número de mujeres que les agrada los helados de vainilla y nuez es los dos tercios del número de varones que les agrada los helados de coco y vainilla, además el número de varones que les agrada los helados de vainilla y nuez es lo máximo posible, ¿a cuántas personas les agrada el helado de vainilla, pero no el de nuez?

A) 54 B) 78 C) 102 D) 96

Solución:



$$3a+5b+165=250$$
$$3a+5b=85 \;\Rightarrow\; a_{máx}=25\,,\, b=2 \quad \therefore \quad 2a+3b+40=96$$

Rpta.:D

6. Dados los conjuntos P y M formados por las edades, en años, de los tres gatos de Patty y de los tres conejos de María respectivamente. Si $(n+q;\ 5)=(12;\ x)$, además $P\times M=\{(2;4)\,;(3;3)\,;(a;m)\,;(x;3)\,;(a;1)\,;(5;1)\,;(b;3)\,;(n;4)\,;(2;1)\}$, halle el valor de $(b+q+m-a)$.

A) 13 B) 9 C) 11 D) 10

Solución:

$$P=\{2\,;3\,;5\} \;\; y \;\; M=\{1\,;3\,;4\}$$
$$n+q=12\,;\, x=5$$
$$\Rightarrow a=3,\, b=2,\, n=5,\, m=4,\, q=7$$
$$\therefore\; b+q+m-a=10$$

Rpta.: D

7. Dados los conjuntos no vacíos Q, R y L tales que:

* #[P(R)] = 32 * Q – L = { 7 }

* Q ⊂ R * R ∩ Q ∩ L = { 2 }

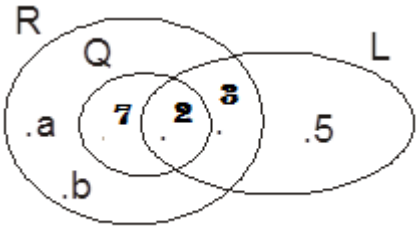
* # [(R – Q) ∩ L] = 1 * L – Q = { 3 ; 5 }

Halle: #[P(Q Δ R)] + # [P(L – R)].

A) 10 B) 16 C) 20 D) 24

Solución:

$$\#[P(R)] = 32 \rightarrow 2^{\#(R)} = 32 \rightarrow \#(R) = 5$$



$$\therefore \#[P(Q \Delta R)] + \#[P(L - R)] = 2^3 + 2^1 = 10$$

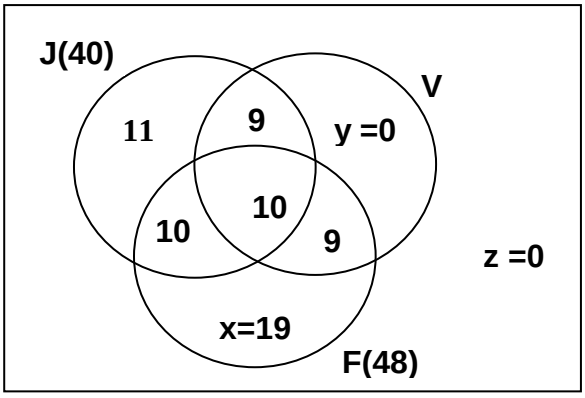
Rpta.: A

8. En una reunión se determina que 40 personas son aficionadas al juego, algunas son aficionadas al vino y 48 a las fiestas, además hay 10 personas que son aficionadas al vino, juego y fiestas, existen 9 personas aficionadas, solamente, al juego y vino, hay 11 personas que son aficionadas solo al juego, y 9 personas aficionadas, solamente, a las fiestas y el vino. Determine el mínimo número de personas que hay en dicha reunión.

.

A) 66 B) 70 C) 71 D) 68

Solución:



$\therefore$ Mínimo número de personas= 48 + 20 = 68

Rpta.: D

9. Dados los conjuntos M = {1; 2; 3; 4} y T= {3; 4; 5; 6; 7}. Si F es el conjunto formado por los subconjuntos propios de $(M \cap T')$ y G es el conjunto formado por los subconjuntos propios de $(T \cap M')$, determine el cardinal del producto cartesiano de F y G.

A) 15 B) 21 C) 12 D) 32

Solución:

$\#(F) = 2^{\#(M-T)} - 1 = 2^2 - 1 = 3$

$\#(G) = 2^{\#(T-M)} - 1 = 2^3 - 1 = 7$

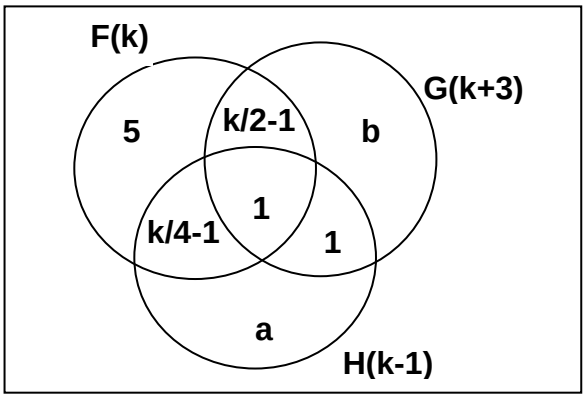
$\rightarrow \#(FxG) = \#(F).\#(G) = (3)(7) = 21$

Rpta.: B

10. Los conjuntos F, G y H, tienen k, (k+3) y (k-1) elementos, respectivamente. La cantidad de elementos comunes que tienen F y G, F y H; y G y H son k/2, k/4 y 2 respectivamente. Si existe un único elemento común a los tres conjuntos y $[F - (G \cup H)]$ tiene 5 elementos, halle la cantidad de elementos que pertenecen solo a G o solo H.

A) 31 B) 23 C) 20 D) 21

Solución:



Del gráfico: $\#[F - (G \cup H)] = 5$

→ En F: $k/2 - 1 + k/4 - 1 + 5 + 1 = k$ → $k=16$

→ En H: $3 + 1 + 1 + a = 15$ → $a = 10$

→ En G: $7 + 1 + 1 + b = 19$ → $b = 10$

$\therefore a + b = 20$

Rpta.: C

Aritmética

EJERCICIOS

1. Sean los conjuntos F, G y J definidos como $\mathbf{F = \{x \in \mathbb{Z} \,/\, 0 < x < 200\}}$; $\mathbf{G = \{x^2 - 1 \,/\, x\sqrt[3]{x} \in F\}}$ y $\mathbf{J = \{x \in \mathbb{Z}^- \,/\, x(x^2 - 25)(x^2 - 36) = 0\}}$, determine la suma de los elementos del conjunto $\mathbf{(G \,\Delta\, J)}$.

A) 728 B) 802 C) 780 D) 791 E) 63

Solución:

De los datos tenemos:

x	$x\sqrt[3]{x}$	$x^2 - 1$
1	1	0
8	16	63
27	81	728

$G = \{0; 63; 728\}$

$x(x^2 - 25)(x^2 - 36) = 0 \;\uparrow\; x(x+5)(x-5)(x+6)(x-6) = 0$

$G \,\Delta\, J = \{63; 728; -5; -6\} \rightarrow \text{Suma} = 780$

Rpta.: C

$J = \{-5; -6\}$

2. Dados los conjuntos no vacíos F, G y H tal que $\mathbf{F \subset G}$ **y** $\mathbf{G \cap H = \phi}$; simplifique

$$\left[\left[(\mathbf{F} \cap \mathbf{G})' - \mathbf{G}\right] \cap \mathbf{H}\right] \cup (\mathbf{H} - \mathbf{F}) \cup (\mathbf{F} - \mathbf{G}) \cup \left[\mathbf{F}' \cap (\mathbf{H} - \mathbf{G})\right]$$

A) ϕ B) U C) $\mathbf{F \cap G'}$ D) $\mathbf{H}$ E) $\mathbf{F \cup G'}$

Solución:

$$\left[\left[(\mathbf{F} \cap \mathbf{G})' - \mathbf{G}\right] \cap \mathbf{H}\right] \cup (\mathbf{H} - \mathbf{F}) \cup (\mathbf{F} - \mathbf{G}) \cup \left[\mathbf{F}' \cap (\mathbf{H} - \mathbf{G})\right]$$

$$= \left[(\mathbf{F}' - \mathbf{G}) \cap \mathbf{H}\right] \cup \mathbf{H} \cup \phi \cup \left[\mathbf{F}' \cap \mathbf{H}\right]$$

$$= (\mathbf{F}' \cap \mathbf{G}' \cap \mathbf{H}) \cup \mathbf{H} \cup \phi \cup (\mathbf{H} \cap \mathbf{F}')$$

$$= \mathbf{H} \cup \mathbf{H} \cup (\mathbf{H} - \mathbf{F}) \quad = \mathbf{H} \cup (\mathbf{H}) = \mathbf{H}$$

Rpta: D

3. Julián tiene un lote de 1 000 camisas. De ellas, decide eliminar aquellas que tengan dos o más yayas, y vender a mitad de precio aquellas que tengan solo una yaya. Si Julián no eliminó 922 camisas y la cantidad de camisas que venderá a mitad de precio son el doble de la cantidad de camisas que eliminó, ¿cuántas camisas venderá sin descuento?

A) 784 B) 766 C) 836 D) 704 E) 844

Solución:

0 yayas	y	922
1 yayas	2x	
2 o más yayas	x	78

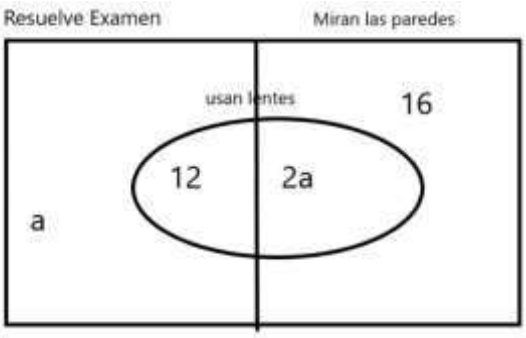
De donde: $922 + \mathbf{x} = 1000 \rightarrow \mathbf{x} = 78 \rightarrow 2\mathbf{x} = 156 \rightarrow \mathbf{y} = 922 - 156 = 766$

Rpta.: B

4. De los 88 estudiantes que se presentaron al examen de Cálculo I, se observó que 12 estudiantes usaban lentes y resolvían el examen, 16 no usaban lentes y miraban hacia las paredes. El número de estudiantes que usaban lentes y miraban hacia las paredes era el doble de los que resolvían el examen y no usaban lentes. Si los que miraban hacia las paredes no resolvían el examen, ¿cuántos estudiantes resolvían el examen?

A) 32 B) 16 C) 20 D) 40 E) 44

Solución:



Donde $n(U)=88 \Rightarrow$ del gráfico $a+12+2a+16=88 \Rightarrow 3a=60 \Rightarrow a=20$

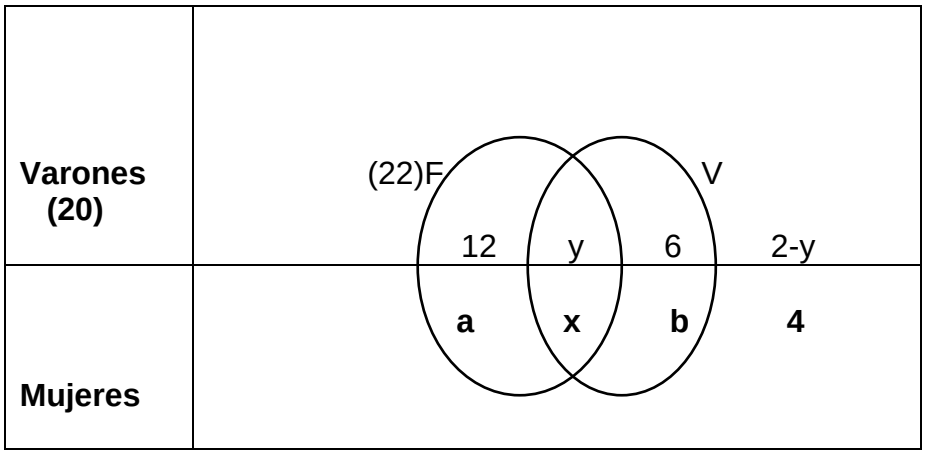
Por lo tanto: Resolvían su examen $= a+12=20+12=32$

Rpta.: A

5. De un grupo de estudiantes de la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, se sabe que 22 practican fútbol y de los 20 varones, 12 practican solo fútbol. De las mujeres, 14 practican fútbol o vóley y 4 no practican esos dos deportes. Si 6 varones practican solo vóley, ¿cuántos estudiantes como mínimo practican solo vóley?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 12 E) 10

Solución:



a+x+b=14

a+x+y=10 b-y=4 b=y+4 Si y=0 b=4 mínimo (b+6)=10

Rpta.: E

6. Considerando que el personal de médicos y enfermeros en el hospital Octavio Mongrut son 120 personas, de los cuales el número de mujeres médicos es la tercera parte del total de médicos y el número de hombres médicos es la mitad del número de mujeres enfermeras. Si la mitad de dicho personal son mujeres, ¿cuántos hombres son enfermeros?

A) 24 B) 36 C) 30 D) 18 E) 20

Solución:

	Hombres = 60	Mujeres =60
Médicos	2x	x
Enfermeros	y	4x

Se tiene: $x + 4x = 60 \rightarrow x = 12$

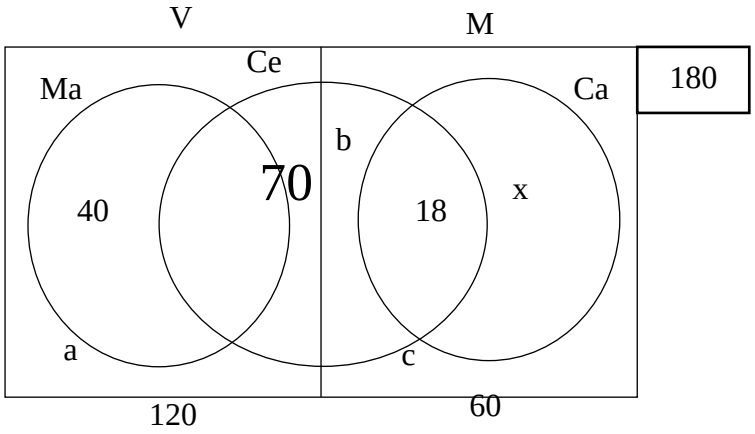
$2(12) + y = 60 \rightarrow y = 36$

Rpta.: B

7. De 180 personas que acuden a una entrevista personal, se observa que los dos tercios del total son varones. De los varones, 40 no usan celular pero tienen maletín y 70 tienen celular. De las mujeres, las que no usan carteras son tantas como los varones que no usan maletín ni celular. Si 18 mujeres usan celular y cartera, ¿cuántas mujeres usan carteras pero no celular?

A) 35 B) 32 C) 52 D) 23 E) 42

Solución:



De los datos:

. $a = b + c = 10$

. $b + c + 18 + x = 60 \rightarrow x = 32$

$\therefore$ *# mujeres que usan cartera pero no celular* $= 32$

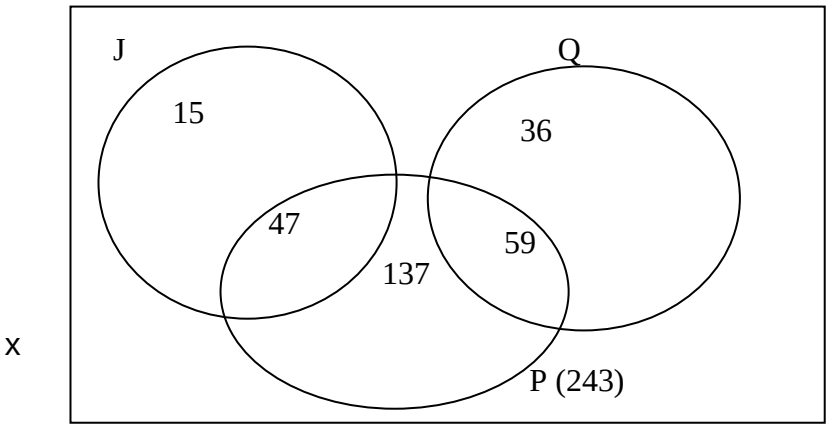
Rpta.: B

8. De un total de 297 personas encuestadas sobre sus preferencias al tomar desayuno se obtuvo lo siguiente: 47 personas comen pan con jamonada, 59 personas comen pan con queso, 243 personas comen pan, 258 personas comen pan o jamonada y 279 comen queso o pan. Si ninguno come queso con jamonada, ¿cuántas personas no comen pan, queso ni jamonada en el desayuno?

A) 3 B) 4 C) 2 D) 7 E) 5

Solución:

U= 297



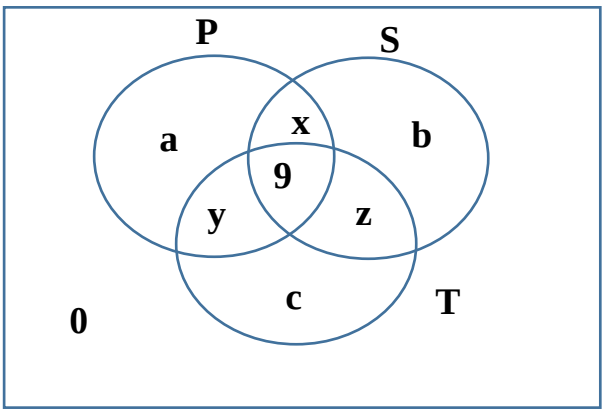
Del gráfico: x = 3

Rpta.: A

9. La profesora Claudia tomó un examen con tres preguntas a 22 estudiantes de Matemática Básica. Siete estudiantes no respondieron la primera pregunta, cinco no respondieron la segunda, seis no respondieron la tercera pregunta y nueve estudiantes respondieron las tres preguntas. Si cada uno de ellos respondió al menos una pregunta, ¿cuántos estudiantes respondieron exactamente dos preguntas?

A) 6 B) 5 C) 7 D) 4 E) 8

Solución



$b + c + z = 7$

$a + y + c = 5$

$a + b + x = 6$

$* \; a + b + c + a + b + c + x + y + z = 18$

$$* \quad a+b+c+x+y+z=13$$
$$\rightarrow a+b+c=6 \quad \therefore \quad x+y+z=7$$

Rpta.: C

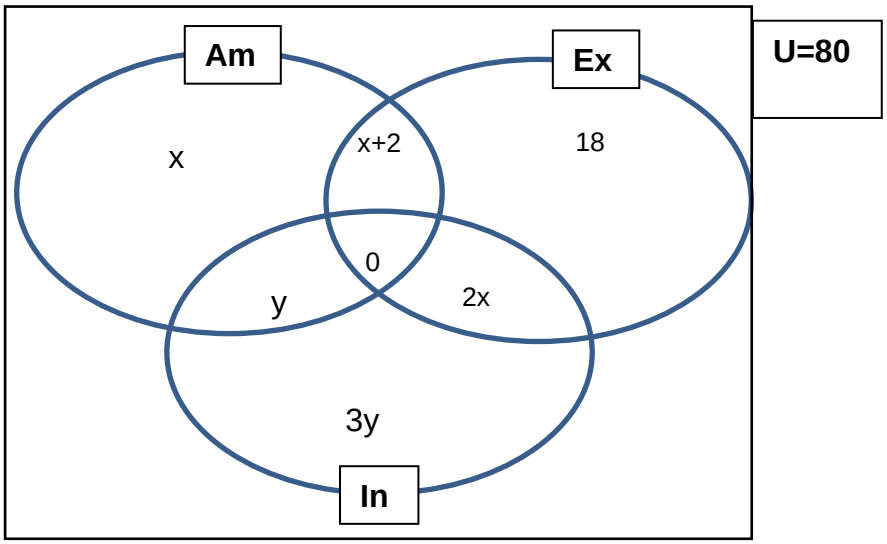
10. En el Centro de Educación inicial Pequeños Genios en SJL, se distribuyen 80 nuevos kits de juegos didácticos entre las aulas Amorosos, Exploradores e Inventores; obteniéndose:

- Los kits, debido a su tamaño y su función, pueden ser asignados hasta a lo más para dos aulas.
- Los kits asignados exclusivamente para Amorosos son la mitad de los asignados en común para Exploradores e Inventores.
- A Exploradores le asignaron exclusivamente 18 kits.
- A Inventores y Amorosos les asignaron en común la tercera parte de lo que le asignaron exclusivamente a Inventores.
- A Exploradores y Amorosos les asignaron en común 2 kits más de lo que le asignaron exclusivamente a Amorosos, pero a Exploradores le asignaron 13 kits más que a Amorosos.

¿Cuántos kits en total fueron asignados para el aula Amorosos?

A) 30 B) 20 C) 40 D) 22 E) 10

Solución:



Del gráfico y los datos se tiene:

x+(x+2) + y+18+2x+3y=80 → x + y = 15

(2x+18) – (x+y)=13 → y – x = 5

Resolviendo: x=5, y=10 → # de kits para Amorosos=2x+y+2=22

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Sean los conjuntos

$$U=\{1,\ 2,\ 3,\ ...,\ 27\}$$
$$F=\{x\ /\ 5<x<14,\ x\in U\}$$
$$G=\{1+x^2\ /\ 1<x<6,\ x\in U\}$$
$$J=\left\{\frac{x+2}{2}\ /\ x=2k,\ k\in\mathbb{Z},\ 10<x\leq 23,\ x\in U\right\}$$

¿Cuál es el cardinal de $[(F\cap J)x(J-G)]$?

A) 40 B) 45 C) 32 D) 25 E) 30

Solución:

$$F=\{6,7,8,9,10,11,12,13\}$$

$$x:2,3,4,5$$
$$G=\{5,10,17,26\}$$

$$x:12,14,16,18,20,22$$
$$J=\{7,8,9,10,11,12\}$$
$$F\cap J=\{7,8,9,10,11,12\}$$
$$\#(F\cap J)=6$$
$$J-G=\{7,8,9,11,12\}$$
$$\#(J-G)=5$$
$$\#[(F\cap J)\times(J-G)]=$$
$$\#(F\cap J)\times\#(J-G)=5\times 6=30$$

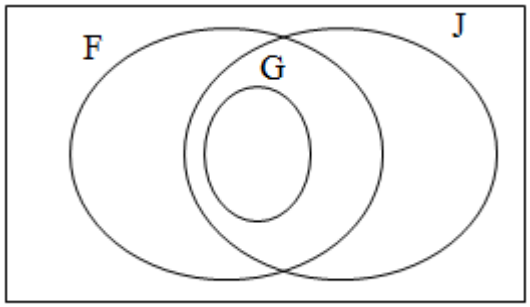
Rpta.: E

2. Sean F, G y J tres conjuntos diferentes y no nulos. Si $G\subset(F\cap J)$, simplifique la siguiente operación entre estos conjuntos:

$$[(F\cup G')\cap(G\cap J)]\cup[(F\cup G)-J]'$$

A) $F\cup G$ B) $F\cup J$ C) J D) F E) $F'\cup J$

Solución:



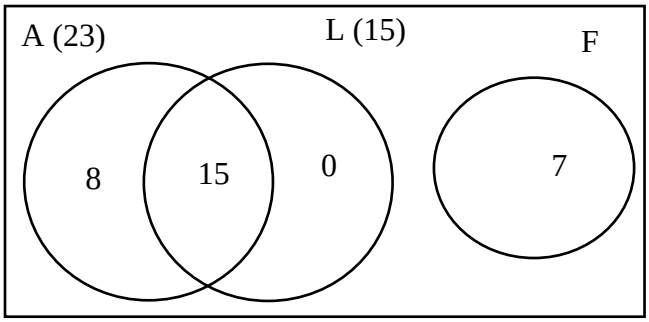
$$\left[(F\cup G')\cap(G\cap J)\right]\cup\left[(F\cup G)-J\right]'$$
$$\left[(F\cup G')\cap G\right]\cup(F-J)'$$
$$(G\cap F)\cup(F\cap J')'$$
$$G\cup F'\cup J$$
$$(G\cup J)\cup F'$$
$$J\cup F'$$
$$F'\cup J$$

Rpta.: E

3. En el ciclo de verano del CE Dionisio Manco Campos, se matricularon 23 estudiantes en el curso de Aritmética, 15 en Lenguaje y 7 en Física. Si de los matriculados en Física ninguno lleva Aritmética o Lenguaje, ¿cuántos estudiantes como mínimo llevan un solo curso?

A) 20 B) 18 C) 15 D) 11 E) 21

Solución:



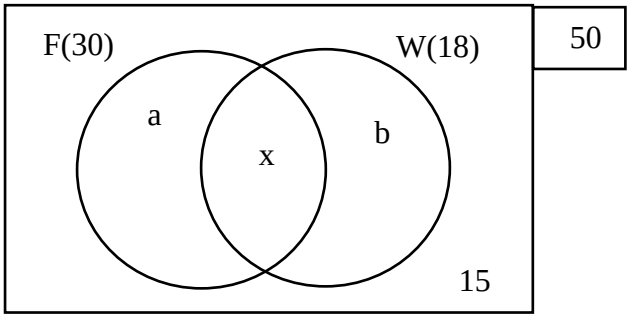
$$mín\left[\text{Solo uno}\right]=8+7=15$$

Rpta.: C

4. De 50 jóvenes encuestados, sobre las redes sociales que utilizan para comunicarse, 30 manifiestan que lo hacen por Facebook, 18 por WhatsApp y 15 no las utilizan. ¿Cuántos utilizan solo Facebook?

A) 15 B) 18 C) 14 D) 17 E) 16

Solución:



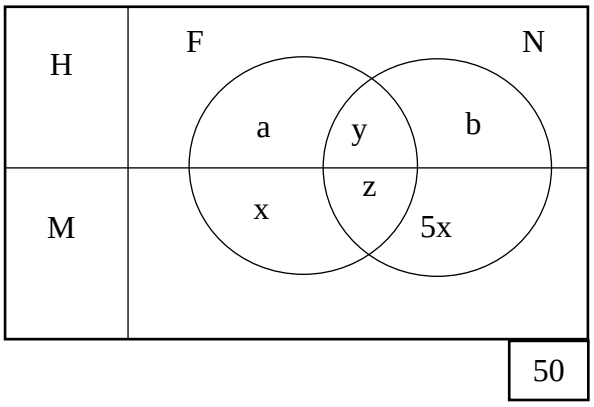
$$a + x = 30$$
$$b + x = 18$$
$$a + b + x + x = 48$$
$$pero\ \ a + b + x = 35$$
$$35 + x = 48$$
$$x = 13$$
$$a = 17$$

Rpta.: D

5. De un grupo de 50 estudiantes que practican fútbol o natación se sabe que el número de mujeres que practican solo fútbol es la quinta parte del número de mujeres que practican solo natación. El número de jóvenes que practican fútbol y natación excede en 5 al número de varones que practican solo fútbol y este último es igual al número de varones que practican solo natación. ¿Cuál es la mínima cantidad de estudiantes que practican solo fútbol?

A) 9 B) 7 C) 5 D) 6 E) 8

Solución:



$$y + z - 5 = b \quad menor\ (a + x)$$
$$b = a$$
$$y + z = b + 5$$
$$b + x + b + 5 + b + 5x = 50$$
$$3b + 6x = 45$$
$$b + 2x = 15$$

x	b	a+x
1	13	14
2	11	13
3	9	12
4	7	11
5	5	10
6	3	9
7	1	8

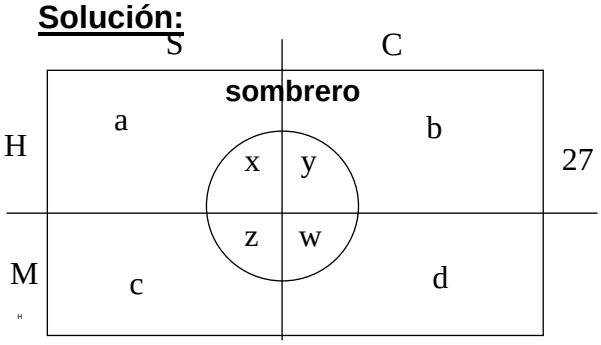
menor ⇒ menor (a+x)=8

Rpta.: E

6. En un grupo de personas que practican danzas folclóricas se observa que la cantidad de varones es 27; el número de mujeres solteras y sin sombrero es igual al de varones casados; el número de varones solteros y con sombreros es igual al de mujeres casadas y sin sombrero; 17 personas solteras no llevan sombreros; además, 15 mujeres son casadas. ¿Cuántas mujeres casadas tienen sombrero?

A) 3 B) 8 C) 5 D) 6 E) 4

Solución:



$$a+x+y+b=27$$
$$a+d+c=27$$
$$d+17=27$$
$$d=10$$
$$c=b+y$$
$$x=d$$
$$a+c=17$$
$$d+w=15$$
$$w=5$$

Rpta.: C

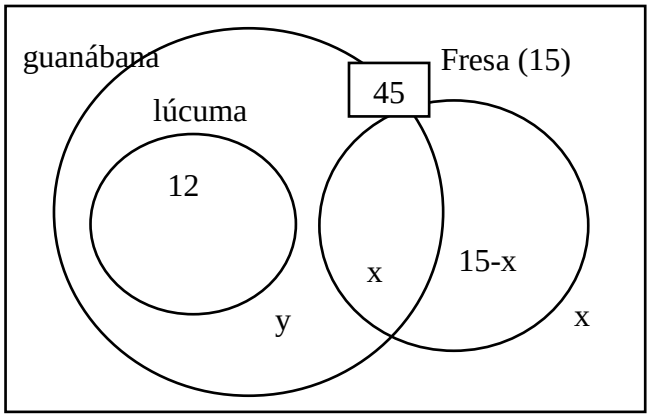
7. En una encuesta realizada a 45 jóvenes sobre el sabor de helados de su agrado, se obtuvieron los siguientes resultados:

- A 15 jóvenes les agrada el helado de fresa.
- A 12 jóvenes les agrada el helado de lúcuma.
- La cantidad de jóvenes a quienes les agrada los helados de fresa y guanábana es igual a la cantidad de jóvenes a quienes no les agrada los helados de estos tres sabores.

¿A cuántos jóvenes les agrada los helados de guanábana pero no de lúcuma, si se sabe que los jóvenes a quienes les agrada los helados de fresa no les agrada los helados de lúcuma y a todos los que les agrada los helados de lúcuma le agrada los helados de guanábana?

A) 20 B) 16 C) 15 D) 18 E) 14

Solución:



$y+15+12+x=45$

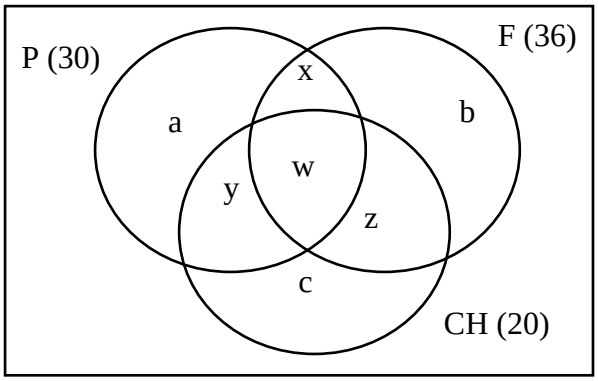
$x+y=18$

Rpta.: D

8. En el centro de idiomas de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos se observa el número de matriculados en los idiomas portugués, francés y chino mandarín. En portugués hay 30 inscritos; en francés, 36; y en chino mandarín, 20. Quince se han inscrito en más de un curso y 50 en uno solo. ¿Cuántos han decido estudiar los tres idiomas?

A) 6 B) 4 C) 7 D) 9 E) **12**

Solución:



$$a+x+y+w=30$$
$$b+x+z+w=36$$
$$c+y+z+w=20$$
$$(a+b+c)+2(x+y+z+w)+w=86$$

$$x+y+z+w=15$$
$$a+b+c=50$$

$$\Longrightarrow$$

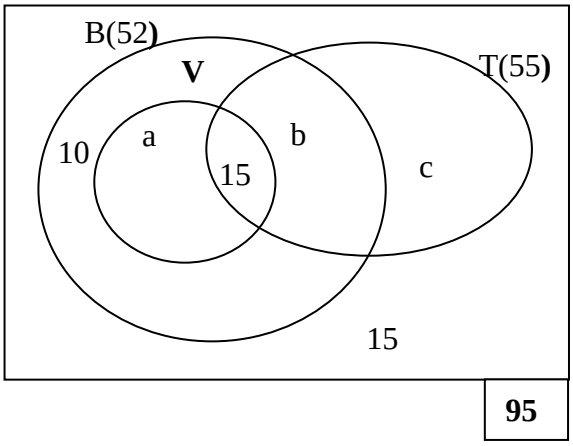
$$50+2(15)+w=86$$
$$w=6$$

Rpta.: A

9. De 95 alumnos, se sabe que 10 de ellos practican solo básquet, 15 son basquetbolistas que además practican el vóley y el tenis, 52 son basquetbolistas, 55 son tenistas y todos los voleibolistas son basquetbolistas. Si 15 alumnos no practican los deportes mencionados, ¿cuántos alumnos practican vóley?

A) 20 B) 40 C) 25 D) 30 E) 15

Solución:



$$10 + a + 15 + b + c = 80$$
$$a + b + c = 55$$

$$15 + b + c = 55$$
$$b + c = 40$$
$$a = 15 \quad \rightarrow a + 15 = 30$$
$$a = 15$$
$$\therefore a + 15 = 30$$

Rpta.: D

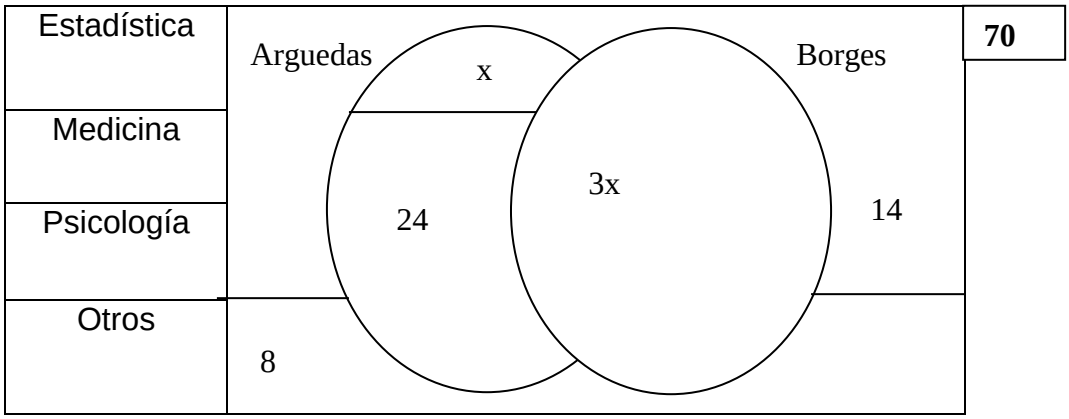
10. Se encuesta a 70 estudiantes mujeres de la UNMSM. Algunas de ellas de las carreras profesionales de Estadística, Medicina y Psicología. Acerca de sus preferencias sobre los autores Borges y Arguedas, se obtiene la siguiente información:

- Veinticuatro leen a Arguedas, pero no a Borges y no estudian estadística.
- Ocho no leen a Arguedas ni a Borges y no estudian estas tres carreras.
- De las estudiantes de las carreras mencionadas, catorce no leen a Borges ni a Arguedas.

¿Cuántas mujeres que estudian Estadística leen a Arguedas pero no a Borges si ellas son la tercera parte de todas las que leen a Borges?

A) 3 B) 12 C) 6 D) 8 E) 10

Solución:



4x + 24 + 8 + 14 = 70
4x = 24
x = 6

Rpta.: C

Aritmética

EJERCICIOS

1. Sabiendo que $L=\{x\in Z / 4<x+3<8\}$; $T=\{x\in Z / x^2-3x+2\leq 0\}$ y $M=\{x\in Z / x=k-2;3<k<7\}$, determine el número de elementos de $\mathbf{T\cap(M\cup L)}$.

A) 4 B) 2 C) 3 D) 1 E) 5

Solución:

De los datos tenemos:

$$4<x+3<8\Rightarrow 1<x<5\rightarrow L=\{2,3,4\};\quad x^2-3x+2\leq 0\Rightarrow (x-1)(x-2)\leq 0\rightarrow T=\{1,2\}$$

$$x=k-2;3<k<7\Rightarrow x+2<k\rightarrow 3<x+2<7\Rightarrow 1<x<5\rightarrow M=\{2,3,4\}\Rightarrow n[T\cap(L\cup M)]=1$$

Rpta.: D

2. Dados los conjuntos no vacíos F, G y J; simplifique

$$\lfloor(F'-G)\cup(F'\cap G')\rfloor\cup\lfloor(F-G)\cap(F\cup J)\rfloor$$

A) ϕ B) G C) F D) F^I E) G^I

Solución:

$$\lfloor(F'-G)\cup(F'\cap G')\rfloor\cup\lfloor(F-G)\cap(F\cup J)\rfloor=$$

$$\lfloor(F'\cap G')\cup(F'\cap G')\rfloor\cup\lfloor(F\cap G')\cap(F\cup J)\rfloor=\lfloor(F'\cap G')\rfloor\cup\lfloor F\cap G'\cap(F\cup J)\rfloor$$

$$=[(F'\cap G')]\cup\lfloor G'\cap(F\cap(F\cup J))\rfloor$$

$$=(F'\cap G')\cup(G'\cap F)$$

$$=G'\cap(F'\cup F)$$

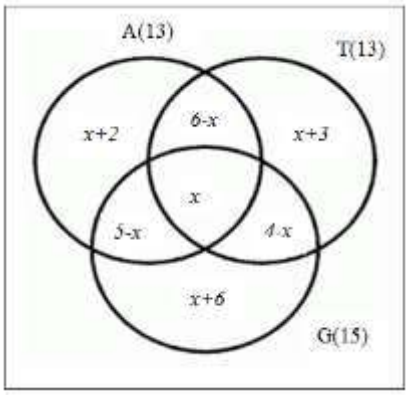
$$=G'$$

Rpta.: E

3. El Coordinador del CEPREUNMSM distribuye a 29 profesores en las siguientes asignaturas: 13 en Aritmética, 13 en Trigonometría y 15 en Geometría, de modo que algunos pueden dictar más de un curso. Si 6 dictaran Aritmética y Trigonometría, 4 Trigonometría y Geometría, y 5 Aritmética y Geometría, ¿cuántos profesores dictarían Aritmética y Geometría pero no Trigonometría?

A) 4 B) 5 C) 1 D) 3 E) 2

Solución:



De donde: 15+(x+2)+(6-x)+(x+3)=29→ x=3

∴ n[(A∩G) – T] = 5 – x = 2

Rpta.: E

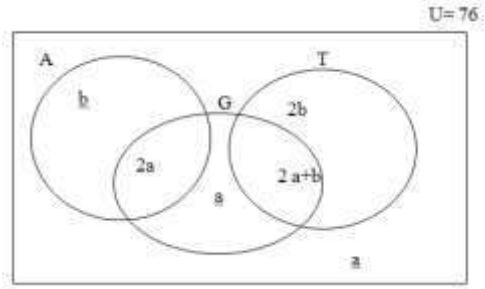
4. En una encuesta realizada a 76 estudiantes sobre la preferencia por tres cursos: Aritmética, Trigonometría y Geometría se obtuvo la siguiente información:

- A los que les gusta Aritmética no les gusta Trigonometría.
- Hay tantos estudiantes que gustan solo de Geometría como estudiantes que no les gusta esos tres cursos, siendo éstos la mitad de los que gustan Aritmética y Geometría.
- Los que gustan solo de Trigonometría son el doble de los que gustan solo de Aritmética.
- Hay 34 estudiantes que gustan solo de dos cursos.

¿Cuántos estudiantes gustan de Aritmética si es la misma cantidad de los que gustan de Geometría y Trigonometría?

A) 22 B) 20 C) 18 D) 15 E) 13

Solución:



- 2a + 2a + b = 34

  $\Rightarrow$ 4a + b = 34 …(I)

- 6a + 4b = 76 $\Rightarrow$ 3a + 2b = 38 … (II)

De (I) y (II)

a = 6; b = 10. Los que gustan de Aritmética: 2a + b = 12 + 10 = 22

Rpta.: A

5. Cierto día asisten 150 personas a una feria de libros. Si se sabe que las escolares son tantas como los varones universitarios, quienes a su vez representan a la mitad del número de mujeres universitarias, siendo estas tantas como los varones no universitarios ni escolares; además el número de los escolares varones es menor en 20 al número de las mujeres no universitarias ni escolares. Si el número escolares mujeres es al número de escolares varones como 3 es a 4, ¿cuántos escolares asistieron a la feria?

A) 42 B) 35 C) 70 D) 77 E) 28

Solución:

	E	U	Otros
V	B	a	2a
M	A	2a	b+20

Total:150

i) Est de secundaria: E ; Est de universitarios: U

ii) $\frac{Escolares\ M}{Escolares\ V} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3k}{4k}$

iii) 6a + 2b + 20 = 150 ➔ 3a + b = 65➔ 9k + 4k = 65

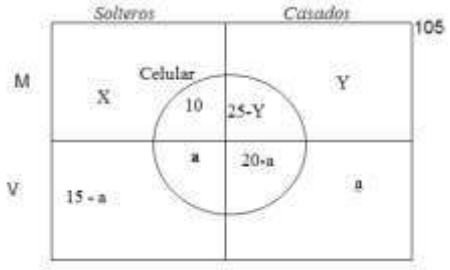
K = 5 ∴ # Escolares: 7k = 35

Rpta.: B

6. De un grupo de 105 personas se sabe que 25 mujeres son casadas, 20 varones tienen celular, 15 varones son solteros, 10 mujeres solteras tienen celular y los varones solteros que tienen celular son tantos como los varones casados que no tienen celular. Calcule el producto de las cifras del mínimo número de mujeres que no tienen celular, si dicho número es primo.

A) 3 B) 12 C) 21 D) 4 E) 28

Solución:



Del gráfico: X + 10 + 25 + 20 + 15 = 105 → X = 35

#(mujeres sin celular) =X+Y= Y+35

Como Y+35 es primo y mayor que 35 entonces Y=2, luego Y+35=37.

Por lo tanto: 3(7) = 21

Rpta.: C

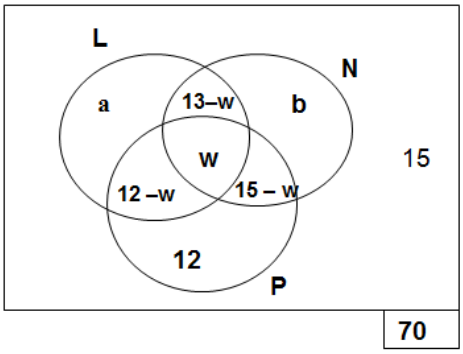
7. De 70 estudiantes que ingresaron a la universidad se sabe lo siguiente:

- 26 estudiantes son limeños.
- 30 estudiaron en colegios nacionales.
- 32 postularon por primera vez.
- 13 estudiantes limeños estudiaron en colegios nacionales.
- 15 postularon por primera vez y estudiaron en colegios nacionales.
- 12 limeños postularon por primera vez.
- 12 provincianos que no estudiaron en colegios nacionales postularon por primera vez.

¿Cuántos postulantes provincianos que no estudiaron en colegios nacionales postularon más de una vez?

A) 11 B) 19 C) 13 D) 17 E) 15

Solución:



12+w+15-w+12-w=32 luego w=7 a=8 b=9

$$\#(L \cup N \cup P) = 55 \rightarrow \#(L' \cap N' \cap P') = 15$$

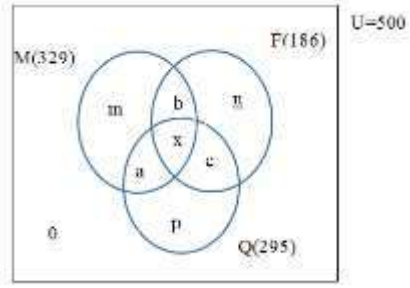
Rpta.: E

8. A 500 estudiantes matriculados en una o más de las tres asignaturas consideradas se les preguntó si llevaban Matemática, Física o Química durante el semestre 2018-II, obteniendo que, 329 se matricularon en Matemática, 186 en Física, 295 en Química, 83 en Matemática y Física, además 217 en Matemática y Química. Determine la cantidad de estudiantes matriculados en:

I) Matemática o Química, pero no Física.
II) Física pero no Matemática ni Química.
Dé como respuesta la suma de los resultados pedidos en I y II.

A) 407 B) 415 C) 347 D) 319 E) 417

Solución:



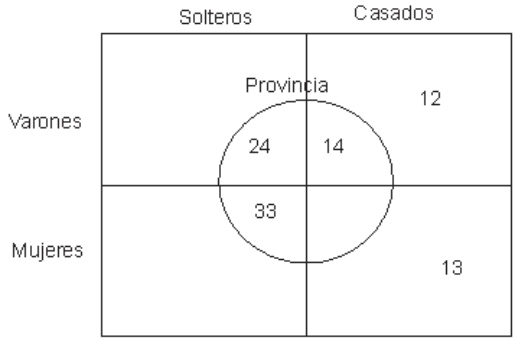
Total:500
b + x =83→ m+a=246 y n+c=103 → 329+103+p =500 →p=68
a + x =217→ p+c= 78 pero p=68 →c=10 pero n+c= 103 →n=93
m+a+p+n= 246 +68 +93 =407

Rpta.: A

9. En el aeropuerto Jorge Chávez, se dispone a viajar un grupo de personas de las cuales se observa que 38 varones viajan a provincias, 25 personas casadas viajan al extranjero y 57 personas solteras viajan a provincias. Si hay 26 varones casados, y si además 33 mujeres que viajan a provincias son solteras, ¿cuántas mujeres casadas viajan al extranjero?

A) 12 B) 11 C) 13 D) 10 E) 14

Solución:

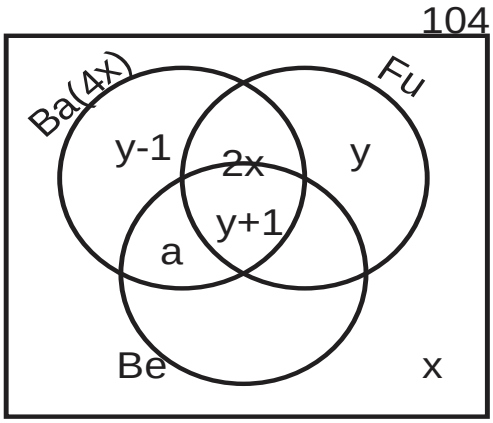


Rpta.: C

10. A una reunión social asisten 104 personas. Los que no bailan, ni fuman, ni beben representan la cuarta parte de los que bailan, y también la mitad de los que bailan y fuman, siendo esta última la máxima posible. Los que solo bailan, los que solo fuman y los que bailan, fuman y beben son tres números consecutivos crecientes, en ese orden. ¿Cuántas personas bailan y beben?

A) 42 B) 48 C) 46 D) 44 E) 40

Solución:



Como la cantidad de personas que baila y fuma (2x) es máxima, entonces "x" es max.
Si consideramos a todos los asistentes: $\mathbf{5x + y = 104}$ (si los espacios en blanco son lo min. posible, es decir *cero*)
Luego, se tiene: $x = 20, y = 4 \rightarrow a = 37$

Luego, los que bailan y beben son: $a + (y + 1) = 42$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Dados los conjuntos no vacíos M, N y P, simplifique

$$\left[\mathbf{M} - (\mathbf{MUP})'\right] \cup \left[(\mathbf{M} \cup \mathbf{P}) - (\mathbf{M} \cap \mathbf{N})'\right]$$

A) $\mathbf{N}'$ B) N C) $\mathbf{M}'$ D) P E) M

Solución:

$$\left\lfloor M-(M\cup P)'\right\rfloor\cup\left\lfloor (M\cup P)-(M\cap N)'\right\rfloor=\lfloor M\cap(M\cup P)\rfloor\cup\lfloor (M\cup P)\cap(M\cap N)\rfloor$$
$$=M\cup(M\cap N)$$
$$=M$$

Rpta.: E

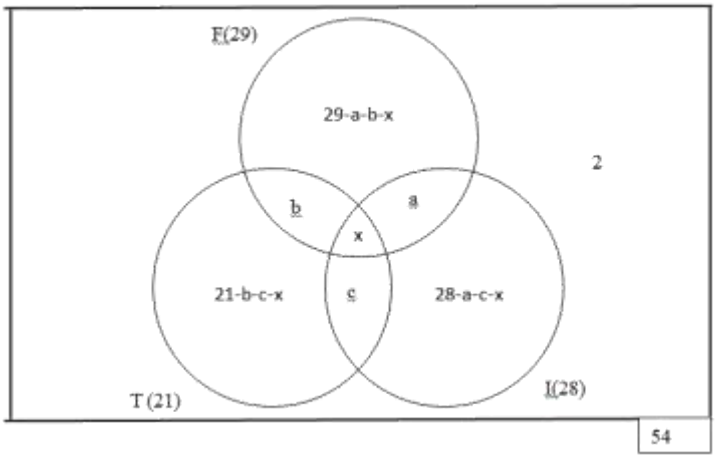
2. En una reunión de 54 personas que se comunican por redes sociales se sabe que:

I. 29 lo hacen por Facebook.
II. 21 lo hacen por Twitter.
III. 28 lo hacen por Instagram.

Si con respecto a las redes mencionadas, dos personas no las usan y dieciocho usan solo dos, ¿cuántas personas se comunican solo por una de estas?

A) 26 B) 30 C) 28 D) 19 E) 42

Solución:



Dato: a+b+c=18
De la gráfica: 29+21+28+2-a-b-c-2x=54
80-18-2x=54
62-54=2x
4=x
Entonces se comunican solo por uno de estos medios = 54 –(18 + 4 +2) = 30

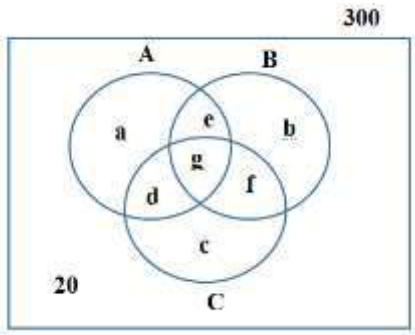
Rpta.: B

3. En una encuesta a estudiantes sobre la preferencia de los periódicos A, B y C se obtuvo la siguiente información:

Los que leen A o B son 250, los que leen A pero no B son 100, los que leen B pero no A son 120. Si los que leen los tres periódicos son a lo más 10, ¿cuántos estudiantes, como mínimo, leen los periódicos A y B pero no C?

A) 18 B) 26 C) 32 D) 36 E) 20

Solución:



$a + d + e + g + b + f = 250$

$a + d = 100$

$b + f = 120$

$g \leq 10$

Entonces

$100 + e + g + 120 = 250 \rightarrow e + g = 30$

El menor valor de e se obtiene cuando g es máximo, esto es máximo $g = 10$

Entonces mínimo e = 20

Rpta.: E

4. En una reunión de entretenimiento se determina que 40 personas son aficionadas al juego, 39 son aficionadas al vino y 48 a las fiestas, además hay 10 personas que son aficionadas al vino, juego y fiestas; existen 9 personas aficionadas al juego y vino solamente, hay 11 personas que son aficionadas al juego solamente y por último nueve a las fiestas y al vino solamente. Halle

I. El número de personas aficionadas al vino solamente.

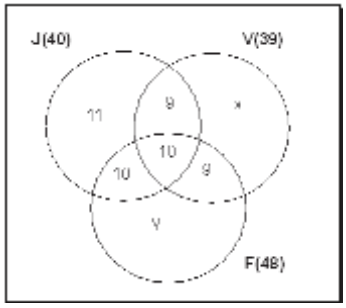
II. El número de personas aficionadas a las fiestas solamente.

A) 10; 19 B) 11; 19 C) 11; 10 D) 11; 29 E) 39; 48

Solución:

I.- x = 11

II.- y = 19



Rpta.: B

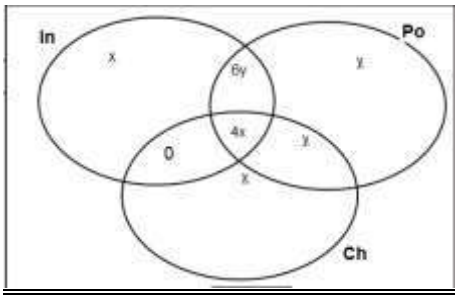
5. En el colegio "Los Forjadores" en SJL se encuesta a 100 estudiantes del quinto año de secundaria sobre los idiomas de lengua extranjera, teniendo en cuenta al inglés, portugués y chino mandarín, que consideran necesario para complementar sus estudios de nivel superior. Obteniéndose:

- Todos consideran que por lo menos uno de los tres idiomas es necesario.
- Los que refieren sólo Inglés son tantos como los que refieren sólo chino mandarín que a su vez son la cuarta parte de los que consideran los tres idiomas necesarios.
- Hay tantos que consideran solo al portugués necesario como los que refieren solo a chino mandarín y portugués, y éstos últimos son la sexta parte de los que consideran solo a inglés y portugués.

Si además los que consideran a los tres idiomas necesarios son 10 estudiantes más que los que indican solo inglés y portugués y si ningún estudiante considera necesario solo al inglés y chino mandarín, ¿cuántos estudiantes consideran a los tres idiomas necesarios para complementar estudios superiores?

A) 32 B) 20 C) 40 D) 48 E) 12

<u>Solución</u>:



De la gráfica y los datos se tiene:

$6x + 8y = 100 \rightarrow 3x + 4y = 50$
$4x - 6y = 10 \rightarrow 2x - 3y = 5$

Resolviendo: $x = 10$, $y = 5 \rightarrow$ # de estudiantes (3 idiomas necesarios) = $4x = 40$

Rpta.: C

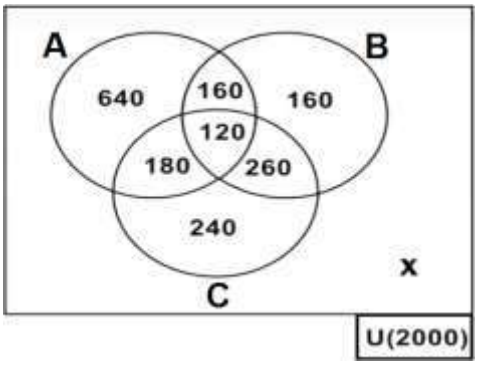
6. En una encuesta realizada a 2000 estudiantes sobre la preferencia por tres libros A, B y C clasificados como best seller, se obtuvo la siguiente información.

Libros best seller	A	B	C	A y B	B y C	A y C	A, B y C
Porcentaje de preferencia	55%	35%	40%	14%	19%	15%	6%

¿Cuántas personas no leyeron estos tres libros?

A) 80 B) 240 C) 90 D) 110 E) 120

Solución:



Luego, 800 + 640 + 160 + 160 + x = 2000 --------> x= 240

Rpta.: B

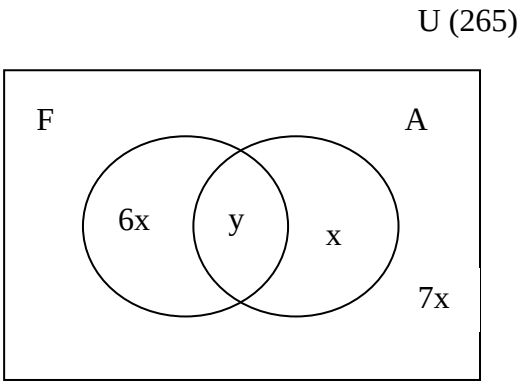
7. De 265 estudiantes que rindieron los exámenes de Anatomía y Fisiología se sabe que:

- La cantidad de estudiantes que aprobaron solo Anatomía es la sexta parte de los que aprobaron solo Fisiología.
- La cantidad de estudiantes que no aprobaron Fisiología es el óctuplo de los que aprobaron solo Anatomía.

¿Cuántos estudiantes como mínimo aprobaron ambos cursos?

A) 11 B) 15 C) 9 D) 17 E) 13

Solución:



Del gráfico: 6x + y + x + 7x = 265

14x + y = 265

Para máx. x = 18 → mín. y = 13

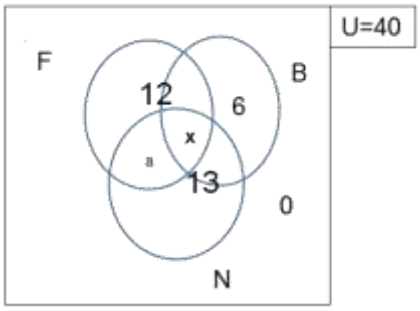
Por lo tanto: 13 alumnos aprobaron ambos cursos

Rpta.: E

8. En un salón de clases hay 40 estudiantes, todos practican algún deporte, fútbol, básquet o natación. De ellos 34 practican fútbol o natación; 12 practican fútbol pero no natación; 13 practican natación pero no fútbol; además los que practican fútbol y natación pero no básquet, son más de 3. ¿Cuántos estudiantes, como máximo, pueden practicar las tres disciplinas?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 3

Solución:



Como: El Total= 40 y #(F U N) = 34 → b= 6

12 + 6 + 13 + a + x = 40

a+x = 9

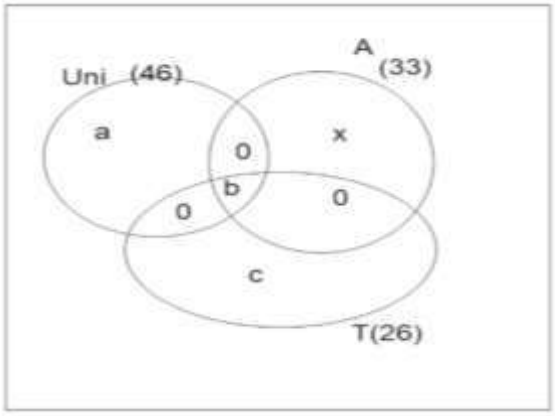
Si a>3 → Mín. a= 4 → Máx. x= 5

Rpta: B

9. En los meses de enero y febrero del 2018, Juan asiste a la Universidad Nacional Mayor de San Marcos 46 días, visitó a su amiga María 33 días y tuvo que trabajar en la biblioteca de la universidad 26 días. ¿Cuántos días solo visitó a su amiga María, si no hubo días en que se dedicara solo a dos actividades?

A) 21 B) 14 C) 18 D) 10 E) 25

Solución:



Total de días 28+31=59

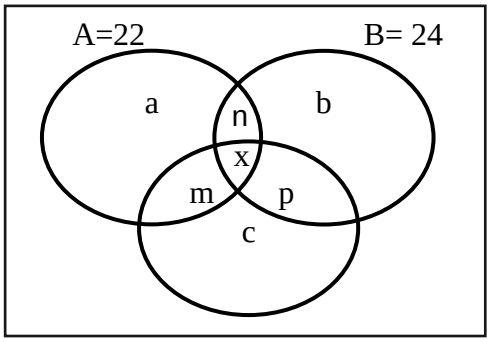
x+b=33
a+b=46
b+c=26
b=23
x=10

Rpta.: D

10. En una reunión, las madres de familia manifestaron sus gustos respecto a tres programas de TV llamados A; B y C. Si a 22 les gusta el programa "A", a 24 el programa "B" y a 20 el programa "C" y si además a 35 les gusta al menos un programa y los que gustan solamente de un programa son cinco, ¿a cuántas les gusta los tres programas?

A) 5 B) 2 C) 3 D) 4 E) 1

Solución:



* a + b +c = 5
* m + n + p + x = 30
* a + m + n + x = 22
* c + m + p + x = 20
* b + n + p + x = 24

$\therefore$ X = 1

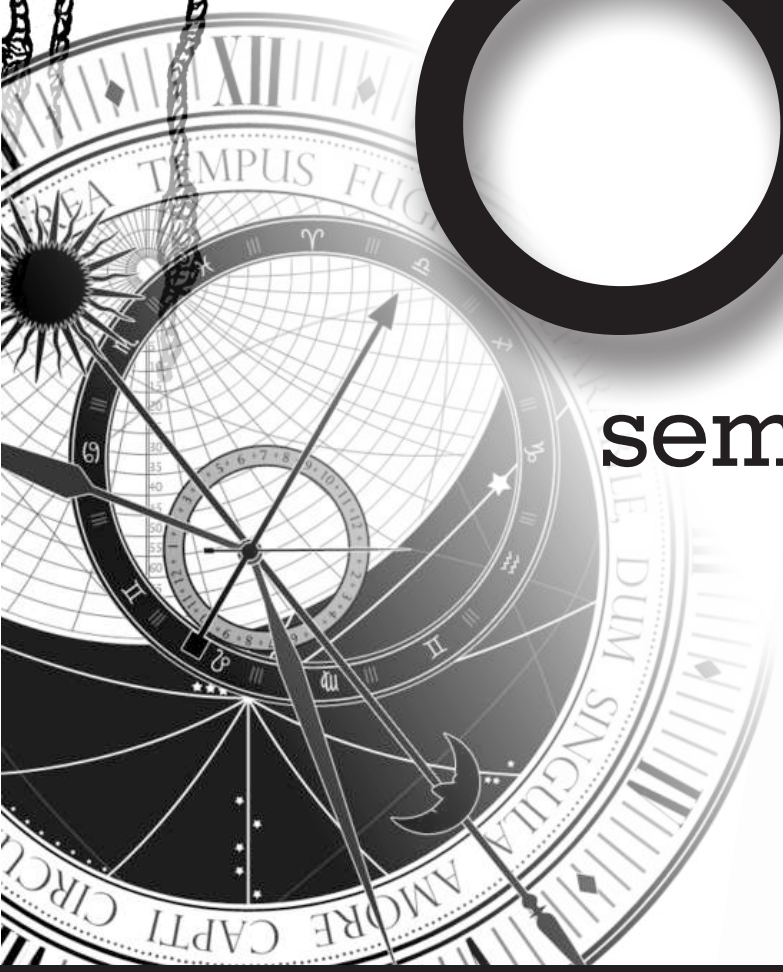
Rpta.: E

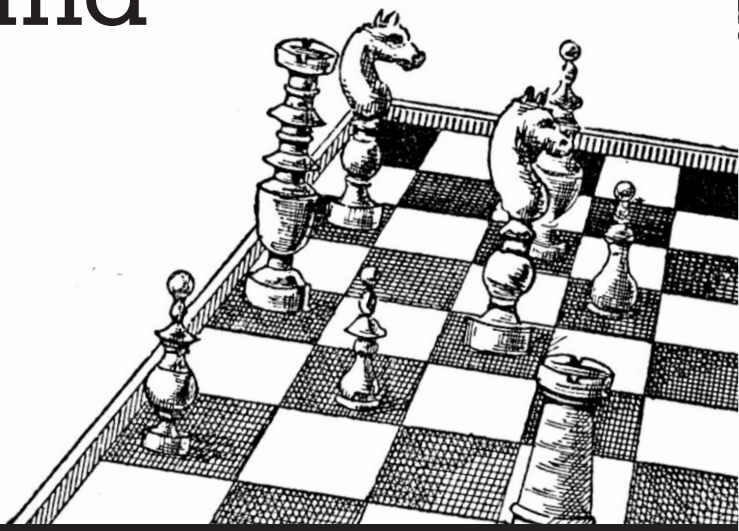
ARITMÉTICA

MANUAL DE PRACTICAS Y EJERCICIOS

04

semana





pre SAN MARCOS

Manhattan Editores

Aritmética

SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Número

Un **número** es una entidad abstracta que representa una cantidad. La representación simbólica de un número recibe el nombre de **numeral**. Una **cifra** es aquel símbolo que se utiliza para la formación de numerales.

Principios fundamentales de la numeración

- **Del orden**
  Toda cifra que conforma un numeral tiene asociado un orden, de derecha a izquierda.

- **De la base**
  Es un numeral mayor que la unidad, el cual nos indica cuántas unidades de un orden cualquiera son necesarias, para formar una unidad del orden siguiente.

- **De la cifra**
  Toda cifra que conforma un numeral es menor que la base. El número de cifras posibles, que se puede utilizar en cierta base, es igual a la base.

Observación

En toda igualdad mayor numeral aparente, le corresponde menor base y a menor numeral aparente mayor base.

Ejemplo. Si $124_{(\mathbf{k})} = 43_{(\mathbf{n})}$ entonces **k** < **n**.

A continuación presentamos algunos sistemas de numeración:

Base	Nombre del sistema	Cifras utilizables
2	Binario	0, 1
3	Ternario	0, 1, 2
4	Cuaternario	0, 1, 2, 3
5	Quinario	0, 1, 2, 3, 4
6	Senario	0, 1, 2, 3, 4, 5

En un sistema de numeración de base "n" se tiene que las cifras son 0; 1; 2; 3; …; (n – 1) y la representación literal de un numeral está dado por:

$$\overline{abc}_{(n)};\ \overline{aabaa}_{(n)};\ \overline{(n-1)(n-1)}_{(n)},\ \text{etc.}$$

Número capicúa

Un numeral capicúa es aquel número cuyas cifras equidistantes de los extremos son iguales.

Ejemplos.: $\overline{aba}$; $\overline{aaaa}$; $\overline{abba}$; etc.son numerales capicúas.

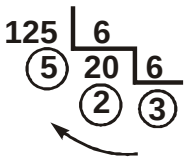
<u>Cambio de base</u>

- **De base diferente de diez a base diez.**
  Mediante descomposición polinómica:

  $345_{(7)} = 3\times7^2 + 4\times7 + 5 = 147 + 28 + 5 = 180$, luego $345_{(7)} = 180$

  $2104_{(5)} = 2\times5^3 + 1\times5^2 + 0\times5 + 4 = 279$, luego $2104_{(5)} = 279$

- **De base diez a base diferente de diez.**
  Mediante divisiones sucesivas:
  125 a base 6



  luego $125 = 325_{(6)}$

- **De base diferente de diez a base diferente de diez.**

  Primero se convierte a base 10 mediante descomposición polinómica y luego a la base deseada mediante divisiones sucesivas.

  <u>Otros casos</u>:

- **De base n a base n^k.**

  Se forman grupos de **k** cifras, a partir del primer orden. A cada grupo, se le descompone polinómicamente y el resultado será una cifra en base **n^k.**

  Ejemplo. Convertir $2101121_{(3)}$ a base **9**.

  Como $9 = 3^2$, se forman grupos de **2 cifras**:

2	|	**10**	|	**11**	|	**21**	(3)
2	|	1**x**3+0	|	1x3+1	|	2**x**3**+**1	
2	|	**3**	|	**4**	|	**7**	(9)

Luego $2101121_{(3)} = 2347_{(9)}$

- **De base n^k a base n**

Cada cifra del numeral en base $\mathbf{n^k}$, genera un grupo de **k** cifras en base **n**, mediante divisiones sucesivas.

Ejemplo. Convertir $2345_{(8)}$ a base **2**

Como $8 = 2^3$, cada cifra genera un grupo de **3** cifras:

2	**3**	**4**	**5**	$_{(8)}$	$5=101_{(2)}$; $4 = 100_{(2)}$;
010	011	100	101	$_{(2)}$	$3=011_{(2)}$; $2 = 010_{(2)}$.

Luego $2345_{(8)} = 10011100101_{(2)}$

Observación:

i) $$\underbrace{\overline{1a}_{\overline{1a}\ldots\overline{1a}_{(n)}}}_{\textbf{k-veces}} = \mathbf{n+k.a}$$

ii) $$\underbrace{\overline{a1}_{\overline{a1}\ldots\overline{a1}_{(n)}}}_{\textbf{k-veces}} = \mathbf{a^k.n+\frac{a^k-1}{a-1}}$$

iii) $$\underbrace{\overline{ab}_{\overline{ab}\ldots\overline{ab}_{(n)}}}_{\textbf{k-veces}} = \mathbf{a^k.n+b\left[\frac{a^k-1}{a-1}\right]}$$

COMPLEMENTO ARITMÉTICO

El complemento aritmético de un número natural **N**, denotado por **CA(N),** es la cantidad que le falta a **N** para ser igual a una unidad del orden inmediato superior.

En general, el complemento aritmético de $\overline{\mathbf{a_1.....a_k}}_{(b)}$ está definido como:

$$CA(\overline{a_1\ldots\ldots a_k}_{(b)}) = \underbrace{1000\ldots000}_{\text{(k+1) cifras}}{}_{(b)} - \overline{a_1\ldots\ldots a_k}_{(b)}$$

CA (576) = 1000 – 576 = 424
CA($341_{(5)}$) = $1000_{(5)}$ – $341_{(5)}$ = $104_{(5)}$

Aritmética

EJERCICIOS

1. Un terreno rectangular de 6534 metros cuadrados de área, cuyo largo y ancho son $\overline{aa}$ y $\overline{bb}$ metros respectivamente, Martín planificó dividirlo en parcelas rectangulares, cada una de dimensiones a y b metros. ¿Cuánto medirá, en metros cuadrados, el área de cada parcela?

A) 56 B) 54 C) 48 D) 63

Solución:

$$\overline{aa}\left(\overline{bb}\right) = 6534 \rightarrow 121ab = 6534 \rightarrow ab = 54$$

Rpta.: B

2. Vanesa fue al mercado a comprar un número entero de kilogramos de pescado en Semana Santa. Ella pagó con un billete de S/100 y este dinero le alcanzó para comprar c kg de pescado como máximo, recibiendo de vuelto S/ $\overline{2c}$. ¿Cuántos soles pagó por kg de pescado si el precio fue el menor posible?

A) 15 B) 9 C) 19 D) 39

Solución:

Número de kilogramos de pescado que compró: c

Costo de un kilogramo de pescado: S/ $\overline{ab}$

Costo total: $c.\overline{ab}$

$c.\overline{ab} + \overline{2c} = 100$

Si $c = 1 \rightarrow \overline{ab} + 21 = 100 \rightarrow \overline{ab} = 79$

Si $c = 2 \rightarrow 2\overline{ab} + 22 = 100 \rightarrow 2\overline{ab} = 78 \rightarrow \overline{ab} = 39$

Si $c = 3 \rightarrow 3\overline{ab} + 23 = 100 \rightarrow 3\overline{ab} = 77$

Si $c = 4 \rightarrow 4\overline{ab} + 24 = 100 \rightarrow 4\overline{ab} = 76 \rightarrow \overline{ab} = 19$

Pero en el último caso el dinero le alcanza para comprar 5 kg

Por lo tanto Vanesa pagó S/39 por kg de pescado.

Rpta.: D

3. Arturito tiene $\overline{abc}$ soles, donde a, b y c son cifras significativas, todas diferentes entre si y gasta $\overline{cba}$ soles en comprar un libro de aritmética. Si el costo del libro es el mayor posible y aún le queda 792 soles, determine el costo del libro.

A) 189 B) 214 C) 210 D) 198

Solución:

$\overline{abc}-\overline{cba}=792$

10+c-a=2

Entonces (a- c) = 8

c = 1 y a=9

el mayor valor posible de b=8

El precio del libro es 189

Rpta.: A

4. La suma de un número N de tres cifras, con el que resulta de invertir el orden de sus cifras es 1392; además la diferencia de sus respectivos complementos aritméticos es un número de tres cifras cuya cifra de las unidades es el doble de las cifras de las centenas. Determine la suma de las cifras de N.

A) 21 B) 6 C) 7 D) 8

Solución:

Sea $N=\overline{abc}$

$\overline{abc}+\overline{cba}=1392$

$CA(\overline{abc})-CA(\overline{cba})=\overline{xy(2x)}$

Se sabe que $x+2x=9$, entonces $x=3$, además $y=9$

Cómo $\overline{cba}+\overline{abc}=1392$ y $\overline{cba}-\overline{abc}=396$

$\overline{cba}=894\rightarrow\overline{abc}=498$

La suma de las cifras de N es 21

Rpta.: A

5. Se repartió S/ 3149, según el puntaje obtenido, entre todos los participantes de un concurso escolar de matemática, de modo que les correspondió S/ 1, S/ 6, S/ 36, S/ 216,… y no más de 5 escolares recibieron la misma cantidad de dinero. ¿Cuántos escolares como mínimo participaron en el concurso mencionado?

A) 18 B) 14 C) 16 D) 12

Solución:

Sea x: número de participantes en el concurso de matemática.

$3149=N=22325_{(6)}=2(6)^4+2(6)^3+3(6)^2+2(6)+5$

Como: $x=\sum \text{cifras}(N)=2+2+3+2+5=14$

Así tenemos que, 14 escolares participaron en el concurso.

Rpta.: B

6. En la cuarta semana de clases se preguntó al profesor de Aritmética sobre el número de estudiantes que asistieron a su clase, a lo que éste respondió: "Hay 140 estudiantes, de los cuales 44 son hombres y 41 son mujeres". ¿Cuál es la base del sistema de numeración en la que el profesor dio su respuesta?

A) 6 B) 8 C) 7 D) 5

Solución:

$44_{(n)} + 41_{(n)} = 140_{(n)} \rightarrow 4n + 4 + 4n + 1 = n^2 + 4n \rightarrow n^2 - 4n - 5 = 0$

$n = 5$

Rpta.: D

7. Joaquín y Andrea invierten en distintos sistemas de criptomonedas, luego de un año tienen $\overline{20m1}_{(6)}$ y $\overline{3np3}_{(m)}$ *bitcoins* respectivamente; ellos deciden hacer el cambio a dólares y, observan que tienen la misma cantidad de dinero. Si un dólar equivale a 20 *bitcoins,* ¿cuántos dólares, expresado en el sistema decimal, tienen juntos?

A) 46,3 B) 45 C) 32 D) 48,2

Solución:

Por ser m base se tiene $3 < m$

Por ser m cifra se tiene $m < 6$

Si $m = 4$ (No cumple)

Si $m = 5 \rightarrow 2051_{(6)} = 463 = 3323_{(5)}$

Juntos tienen 926 bitcoins = 46,3 dólares.

Rpta.: A

8. Al expresar $n^{12} - 1$ en base n^4, se obtiene un numeral cuya suma de sus cifras es 240. Determine el valor de n.

A) 6 B) 4 C) 5 D) 3

Solución:

$n^{12} - 1 = (n^4)^3 - 1 = \overline{(n^4 - 1)(n^4 - 1)(n^4 - 1)}_{(n^4)}$,

Por dato: $3(n^4 - 1) = 240$

$n = 3$

Rpta.: D

9. Un espía del ejército, internado en medio de la selva en una misión secreta; envía el siguiente mensaje, por clave, a su jefe: "La base enemiga se ubica a $101110010101001011101010100101_{(2)}$ kilómetros al norte del hito $101_{(2)}$". El jefe sabe que para descifrar el mensaje, el número debe convertirse a base 32; luego, cada cifra obtenida debe ser cambiada por la letra del alfabeto español, que ocupa el lugar indicado por la cifra en orden desde A hasta Z. Si el mensaje fue descifrado de forma correcta, ¿a cuántos kilómetros al norte del hito mencionado se ubica la base enemiga?

A) 20 B) 15 C) 25 D) 23

Solución:

Debemos convertir el número $101110010101001011101010000101_2$ a la base 2^5

10111	00101	01001	01110	10101	00101
23	5	9	14	21	5
V	E	I	N	T	E

La base enemiga se ubica a 20 kilómetros

Rpta.: A

10. Daniel le dice a su hijo Ernesto "te daré de propina una cantidad de dólares igual a la suma de las cifras del número $\overline{(13)(23)(16)2}_{(27)}$ expresado en el sistema nonario". Si Ernesto halló correctamente el número en el sistema nonario, ¿cuántos dólares recibió de propina Ernesto?

A) 24 B) 34 C) 25 D) 33

Solución:

Por datos del problema se tiene:

En base 27	13	23	16	2
En base 3	111	212	121	002

Luego:

En base 3	11	12	12	12	10	02
En base 9	4	5	5	5	3	2

Finalmente, la propina es 4+5+5+5+3+2=24 dólares

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Ariana nació en el año $\overline{19ab}$ y en $\overline{19ba}$ cumplió $\overline{2b}$ años. Si su primer hijo nació cuando ella tenía 25 años, ¿en qué año nació su primer hijo?

A) 1972 B) 1945 C) 1974 D) 1948

Solución:

$\overline{19ba}$ - $\overline{19ab}$ = $\overline{2b}$

$10b + a - (10a + b) = 20 + b$

$8b = 20 + 9a$

$b = 7,\ a = 4$

Su primer hijo nació en 1947+25=1972

Rpta.: A

2. Un ómnibus de la empresa "Viaje Seguro" parte a las 5:00 horas del kilómetro $\overline{a0b}$ de la carretera Panamericana Sur, a las 11:00 horas está en el kilómetro $\overline{abb}$ y a las 14:00 horas llega al kilómetro $\overline{aab}$. Si realiza todo el recorrido con velocidad constante, ¿cuántos kilómetros recorrió como máximo el ómnibus?

A) 60 B) 30 C) 90 D) 70

Solución:

En las 6 primeras horas recorre $\overline{abb}-\overline{a0b}=\overline{b0}$

En las 3 últimas horas recorre: $\overline{aab}-\overline{abb}=10a-10b$

$\overline{b0}=2(10a-10b)\rightarrow 2a=3b$

a	b
3	2
6	4
9	6

La máxima distancia recorrida es $\overline{aab}-\overline{a0b}=\overline{a0}=90$ km

Rpta.: C

3. Se abre un grifo, el cual vierte L litros de agua por hora en un recipiente que contiene $\overline{ab}$ litros de agua; al cabo de 30 minutos el recipiente contiene $\overline{ba}$ litros, y cumplidos los primeros 60 minutos el recipiente contiene $\overline{a0b}$ litros. ¿Cuántos litros de agua por hora vierte el grifo?

A) 90 B) 45 C) 35 D) 70

Solución:

x: cantidad de litros de agua que ingresa al recipiente en 30 minutos

$\overline{ab}+x=\overline{ba}$ $\overline{a0b}-\overline{ab}=2x$

$x=9b-9a$ $2x=90a\rightarrow x=45a$

$45a=9b-9a\rightarrow b=6a\rightarrow a=1$ $b=6$. En 30 minutos el grifo vierte 45 litros.

$2x=90$

El grifo vierte 90 litros por hora

Rpta.: A

4. Cierta cantidad de dinero que fluctúa entre S/120 y S/150 es repartida entre 6 personas, de tal manera que las cantidades que ellas reciben son todas diferentes, mayores o iguales a 10 y menores que 100. Si las cantidades recibidas por cada una de las personas, se pueden expresar usando solo las cifras a, b y 0. Determine el valor de (a + b)

A) 5 B) 2 C) 3 D) 4

Solución:

Sean las cantidades $\overline{ab}$; $\overline{ba}$; $\overline{a0}$; $\overline{b0}$; $\overline{aa}$; $\overline{bb}$

La suma de las cantidades es 32($a+b$)

120<32$(a+b)$ < 150

3,..< $(a+b)$ < 4,…

$(a+b)$ = 4

Rpta.: D

5. Se desea envasar 2535 gramos de pimienta molida, en frascos cuyas capacidades en gramos son 1, 7, 49, 343, … Si no se dispone de más de 6 frascos de cada tipo, determine el número de frascos que se debe usar para dicha tarea.

A) 5 B) 9 C) 10 D) 8

Solución:

Sea x: número de frascos a usar

$2535 = N = 10251_{(7)}$

Luego $x = \sum \text{cifras}(N) = 1+2+5+1 = 9$.

Rpta.: B

6. Fernando pregunta a Milagros por su edad expresada en años. Ella, con el fin de ocultarla, responde 203 y agrega que, si la base considerada aumenta en dos, su edad es 113. ¿Cuál es la edad, en años, de Milagros?

A) 75 B) 45 C) 62 D) 58

Solución:

Sea N la edad de Milagros N

$N = 203_{(x)} = 113_{(x+2)} \rightarrow 2x^2 + 3 = (x+2)^2 + (x+2) + 3 \rightarrow x = 6 \rightarrow N = 75$

La edad de Milagros es 75 años.

Rpta.: A

7. Pedro tiene $\overline{a2b}_{(9)}$ revistas deportivas que coincide con las $\overline{a72}_{(n)}$ revistas que tiene Ramón, calcular $a.b.n$

A) 100 B) 98 C) 96 D) 94

Solución:

Se tiene:

$\overline{a2b}_{(9)} = \overline{a72}_{(n)}$, entonces

$a < 9$; $b < 9$; $7 < n$, además $n < 9$, entonces $7 < n < 9 \rightarrow n = 8$

Luego:

$17a + b = 40$

$a = 2$

$b = 6$

Por tanto

$a.b.n = 96$

Rpta.: C

8. Luis y Julio, profesores del Centro Pre San Marcos conversan, Luis le dice a Julio "En mis vacaciones fui con mi novia al Cuzco y gasté S/ $\overline{7b3}_{(9)}$", Julio le responde "Yo viajé a Cajamarca y gasté S/ $\overline{ac12d0}_{(3)}$". Si gastaron la misma cantidad de soles, halle el valor de $a+b+c+d$

A) 9 B) 12 C) 8 D) 10

Solución:

$\overline{ac12d0}_{(3)} = \overline{7b3}_{(9)}$

$\overline{ac}_{(3)} = 7_{(9)} \rightarrow 3a+c=7 \rightarrow a=2, c=1$

$12_{(3)} = b_{(9)} \rightarrow b=5$

$\overline{d0}_{(3)} = 3_{(9)} \rightarrow d=1$

Por tanto: $a+b+c+d=9$

Rpta.: A

9. En cierta comunidad emplean un sistema de numeración distinto al decimal; para ellos la cantidad de adultos es $2101_{(a)}$ y la de los menores es $\overline{210(a-1)}_{(a)}$. Si un visitante observa que en total hay $\overline{aaa}$ habitantes, ¿cuál es la base del sistema de numeración que emplean en dicha comunidad?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8

Solución:

La suma de la cantidad de adultos con los menores debe resultar el total

$2101_{(a)} + \overline{210(a-1)}_{(a)} = \overline{aaa}$

$4210_{(a)} = \overline{aaa}$

$4a^3+2a^2+1a=111a$

$a=5$

El sistema de numeración es 5

Rpta.: A

10. Mariana desea escribir el número 235, pero, con cuatro cifras; para ello utilizará diferentes sistemas de numeración. ¿De cuántas maneras diferentes podrá realizar dicha tarea?

A) 6 B) 4 C) 5 D) 3

Solución:

Sea $235=\overline{abcd}_{(n)}$ entonces $1000_{(n)} \leq \overline{abcd}_{(n)} < 10000_{(n)}$

es decir: $n^3 \leq \overline{abcd}_{(n)} < n^4$

$n^3 \leq 235 < n^4$

Finalmente $n: 4, 5, 6.$

Rpta.: D

Aritmética

EJERCICIOS

1. En un concurso matemático, se postuló la siguiente igualdad: $\overline{a(2a)b}_{(a+b)} = \overline{\left(\frac{a}{2}\right)bb}$.

Determine el valor de $(a.b)$.

A) 12 B) 24 C) 18 D) 15

Solución:

Por propiedad: $a+b<10 \Rightarrow a=2 \vee a=4$

Si $a=2$: $\overline{24b}_{(2+b)} = \overline{1bb} \Rightarrow 2b^2+2b=84 \Rightarrow b=6$

Si $a=4$: No cumple.

$$\therefore \quad a.b = 2.6 = 12$$

Rpta.: A

2. Gerardo tiene una joya grabada con una marca que indica 642 gramos, una balanza de dos platillos y pesas de 1, 3, 9, 27, 81, 243 y 729 gramos, al menos dos de cada peso indicado. Si colocando solamente en uno de los dos platillos dicha joya, desea comprobar su peso, ¿cuántas pesas como mínimo debe colocar en el otro platillo?

A) B) C) 6 D) 12

Solución:

Usando pesas en un solo platillo se tiene:

$642 \equiv 212210_3$

Por tanto se usan 2+1+2+2+1=8 pesas como mínimo.

Rpta.: A

3. Si a, b, c y d representan cifras pares, diferentes entre sí, tal que: $\overline{20a7b}+\overline{c0e5c}+\overline{dca}+\overline{d6ed}=\overline{9eeee}$, halle el valor de $a.c+b.d$

A) 28 B) 32 C) 40 D) 42

Solución:

$$\begin{array}{r} \overline{20a7b} \; + \\ \overline{c0e5c} \\ \overline{dca} \\ \overline{d6ed} \\ \hline \overline{9eeee} \end{array}$$

Unidad de millar: d=8, además e=0
Decena de millar: c=6
Centenas: a=4, luego b=2
Se pide:
$4.6+2.8=40$

CLAVE: C

4. Luis le comunica a su hijo Alfredo, que la clave de su tarjeta multired es $\overline{acmp}$ cuyas cifras tienen los mismos valores que en las siguientes igualdades:

$$\overline{abbc}_{(k)}=\overline{cbba}_{(k)}+\overline{2mnp}_{(k)} \quad \text{y} \quad \overline{a7c}_{(k+1)}=2\left\lfloor \overline{c7a}_{(k+1)} \right\rfloor$$

Determine la suma de las cifras de dicha clave.

A) 14 B) 15 C) 16 D) 17

Solución:

De $\overline{abbc}_{(k)}=\overline{cbba}_{(k)}+\overline{2mnp}_{(k)}$; $m=n=k-1$; $a-c=3$; $p=k-3$

De $\overline{a7c}_{(k+1)} = 2.\overline{c7a}_{(k+1)}$: $k = 7$; $a + c = 7$ y

$\rightarrow a = 5; c = 2$

$\overline{acmp}_{(k)} = 5264_{(7)}$ $\therefore$ *Suma de cifras* $= 5 + 2 + 6 + 4 = 17$

Rpta.: D

5. Un sistema de cerrado de 3 cajas fuertes consta de tres claves, la primera está representada por las cifras del numeral $212113_{(n)}$, la segunda y la tercera clave están representados por las cifras obtenidas al representar dicho numeral en base n^2 y n^3 respectivamente. Sabiendo que la suma de las cifras de la tercera clave es el triple de la suma de las cifras de la segunda clave, ¿cuál es el valor de n?

A) 8 B) 6 C) 4 D) 5

Solución:

$212113_{(n)} = \overline{(2n+1)(2n+1)(n+3)}_{(n^2)} = \overline{(2n^2+n+2)(n^2+n+3)}_{(n^3)}$

Entonces: $3n^2 + 2n + 5 = 3(5n+5)$

$n = 5$

Rpta.: D

6. En un determinado sistema de numeración se cumple que el mayor numeral cuya cantidad de cifras coincide con su base, se representa con tres cifras en el sistema de base nueve. ¿En cuántos otros sistemas de numeración se representa con tres cifras dicho numeral?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6

Solución:

$L = \overline{abc}_{(9)} = n^n - 1$: $9^2 \leq n^n - 1 < 9^3$ $\rightarrow n = 4$

$L = 255$; $k^2 \leq 255 < k^3$ $\rightarrow$ $k = 7;8;9;...;15$

Como k toma 9 valores → Habrán otros 8 sistemas.

Rpta.: B

7. Luis tiene solo 240 monedas distribuidas en tres cajas: la primera contiene monedas de un sol, la segunda de cincuenta céntimos y la tercera de veinte céntimos, de modo que en cada caja hay la misma cantidad de dinero. Si para comprar un regalo extrae de cada caja la misma cantidad de monedas y luego reuniendo el dinero que queda de las tres cajas tiene un total de S/ 76,40, ¿cuántas monedas extrajo de la segunda caja?

A) 5 B) 8 C) 6 D) 9

Solución:
Tiene: a, b y c monedas de la 1ra, 2da y 3ra caja respectivamente.

Dinero: $100a = 50b = 20c$; Monedas: $a+b+c=240$

Resolviendo: $a=30$; $b=60$ y $c=150$

Total de dinero = 30+30+30= 90

Precio del regalo = 90,00 – 76,40 = 13,60

Extrae "n" monedas de cada caja.

Que equivale a: n(1)+n(0,5)+n(0,2)= 1,70 n soles

Entonces: $1,70\,n = 13,60$

Por lo tanto: $n=8$

Rpta.: B

8. Al sumar los complementos aritméticos de todos los números de tres cifras diferentes que se pueden formar con las cifras: m, n y p, tal que m > n > p, se obtiene 2670. Determine el valor de: m + n + p.

A) 12 B) 13 C) 15 D) 14

Solución:
Existen seis números de la forma $\overline{mnp}$

Suma $CA(\overline{mnp}) = 6000 - Suma(\overline{mnp})$

Suma de los $\overline{mnp} = 6000 - 2670 = 3330$

Por lo tanto: $m+n+p=15$

Rpta.: C

9. Se dicta un número M de tres cifras a tres niños. El primero permuta la cifra de las unidades con la de las decenas, aumentando M en 45 unidades. El segundo niño permuta la cifra de las decenas con la de las centenas, disminuyendo M en 270 unidades. Si el tercer niño permuta la cifra de las centenas con el de las unidades, ¿en cuántas unidades varía el número M?

A) disminuye 130 B) aumenta 198
C) disminuye 99 D) disminuye 198

Solución:
Sea el número $\overline{abc}$, tal que $\overline{acb} - \overline{abc} = 45$, entonces $c-b=5$

$\overline{abc} - \overline{bac} = 270$, entonces $a-b=3$ El tercero $\overline{cba} - \overline{abc} = 99(c-a) = 198$

Aumenta 198 unidades

Rpta.: B

10. Se desea repartir S/ 1 000 000 entre cierto número de personas, de tal modo que cada una reciba en soles una cantidad que es potencia de siete y recibiendo a lo más seis personas una misma cantidad de dinero. Si se efectuó dicho reparto y no quedó dinero por repartir, ¿cuántas personas fueron beneficiadas?

A) 15 B) 13 C) 16 D) 14

Solución:

$1000000 = 11333311_{(7)}$

Personas beneficiadas= $1+1+3+3+3+3+1+1=16$

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La clave de una tarjeta de débito es un número de cuatro cifras tal que su complemento aritmético es igual a la suma de sus cifras, excepto la cifra de las centenas. ¿Cuál es la suma de las cifras de la clave?

A) 28 B) 29 C) 30 D) 32

Solución:

$CA(\overline{abcd}) = a+c+d \Rightarrow \overline{(9-a)(9-b)(9-c)(10-d)} = a+c+d \leq 27 \Rightarrow a=b=9$

$\overline{(9-c)(10-d)} = 9+c+d \Rightarrow 91 = 11c+2d \Rightarrow c=7,\ d=7 \quad \therefore \quad a+b+c+d=32$

Rpta.: D

2. Si $\overline{xxyy}_{(n)} = \overline{y050}_{(n+1)}$, halle el valor de $(x+y+n)$.

A) 6 B) 7 C) 8 D) 10

Solución:

$xn^3 + xn^2 + yn + y = y(n+1)^3 + 5(n+1)$

$xn^2 + y = y(n+1)^2 + 5$

$xn^2 = yn^2 + 2yn + 5$

$n(nx - ny - 2y) = 5(1)$

$n = 5$

$5x = 7y + 1$

$x = 3;\ y = 2$

Por lo tanto: $x+y+n=10$

Rpta.: D

3. El número $\overline{abca}$ se escribe en el sistema de base "x", como el menor número capicúa de cinco cifras. Determine el valor de $(a+b+c+x)$.

A) 13 B) 12 C) 11 D) 14

Solución:

$\overline{abca} = \overline{10001}_{(x)} = x^4 + 1 = 7^4 + 1 = 2402 \quad \rightarrow x = 7; a = 2; b = 4; c = 0$

$\therefore \quad a + b + c + x = 13$

Rpta.: A

4. Se tiene el número $L = \overline{mnmn...mn}_{(9)}$, de 100 cifras, tal que al multiplicarlo por $23_{(9)}$ el resultado será nueve veces el número $T = \overline{nmnmnm...nm}_{(9)}$, de 100 cifras. ¿Cuántos números que tienen la forma del número "L" existen?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

Solución:

$L = 21k$

$21.\overline{mn}_{(9)} = 9\overline{nm}_{(9)}$

$3m = n \quad \rightarrow (m = 1; n = 3)\ o\ (m = 2; n = 6)$: 2 valores

Por lo tanto: Existen 2 números.

Rpta.: B

5. Un alumno, que llegó tarde a un examen y obtuvo 10 de nota, le pide a su profesor una última oportunidad para aprobar y este le contesta: "Halle el valor de a y b en la siguiente igualdad $\overline{a(2a)b}_{(a+b)} = \overline{(\frac{a}{2})bb}$ y su nota será $(a.b)$". Si el problema fue resuelto correctamente por dicho alumno, ¿cuál fue su nota final?

A) 18 B) 16 C) 12 D) 14

Solución:

$a + b < 10;\ a = par;\ a < b \quad \Rightarrow \quad a = 2 \quad \vee \quad a = 4$

$Para \quad a = 2: \quad \overline{24b}_{(2+b)} = \overline{1bb} \quad \rightarrow \quad b^2 + b = 42 \quad \rightarrow \quad b = 6$

$Para \quad a = 4: \quad No\ cumple$

Por lo tanto: Nota final = $a.b$ =2(6)=12.

Rpta.: C

6. El profesor de Aritmética le propone a Luis que determine correctamente el valor de cada letra en las igualdades $\overline{2a3}_{(n)} \,.\, \overline{4b4}_{(n)} = \overline{...mp5}_{(n)}$ y $\overline{abc}_{(n-1)} \,.\, 555_{(n-1)} = ...214_{(n-1)}$, en un tiempo de "$a+b+c+m+p$" minutos. Si Luis lo realizó con "n" minutos de anticipación, ¿cuántos minutos utilizó Luis?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

Solución:

$a < n$; $kn + 5 = 12 \rightarrow k = 1; n = 7;$ $\overline{2a3}_{(7)}.\overline{4b4}_{(7)} = \overline{...mp5}_{(7)}$; $\overline{abc}_{(6)}.(1000_{(6)} - 1) = ...214_{(6)}$

$De\ donde: a = 3; b = 4; c = 2.$ $Luego:$ $p = 4$; $m = 0$

Tiempo disponible= 13 minutos

Tiempo que utilizó Luis= 13 – 7 = 6 minutos

Rpta: C

7. Determine el valor de verdad de las siguientes afirmaciones, en ese orden:

I. Con "x" unidades en un sistema de numeración de base "x" se forma un orden cualquiera inmediato superior.
II. En un sistema de numeración de base "n" se tienen "n" cifras para representar los numerales.
III. En el sistema de numeración de base siete existen 108 numerales de tres cifras, que terminan en cifra impar.

A) VVF B) VFV C) VFF D) VVV

Solución:

I. V II. V III. F

Rpta.: A

8. Si el $CA\left\lfloor (\overline{aa})(\overline{bb}) \right\rfloor = ...7$, determine el máximo valor de (a + b).

A) 20 B) 18 C) 11 D) 16

Solución:

Sea $P = (\overline{aa})(\overline{bb})$, luego:

$10^n - P = ...7$

$P = ...3 \Rightarrow a = 9;$ $b = 7$ $\therefore$ $Máx.\ valor\ (a+b) = 16$

Rpta.: D

9. Con 610 cajas cúbicas idénticas se va formando un tronco de pirámide escalonada, colocando en la base una fila de 40 cajas juntas, y sobre estas, en cada fila sucesiva colocando una caja menos que la anterior. ¿Cuántas filas se formaron?

A) 20 B) 18 C) 21 D) 13

Solución:

No se forman "x" filas Se forman "40 – x" filas

1 + 2 + 3 + … + x + …… + 38 + 39 + 40 = 40(41)/2

$$\frac{x(x+1)}{2}+610=\frac{40(41)}{2} \quad \rightarrow x=20 \quad \therefore \quad \#Filas\ formadas=40-x=20$$

Rpta.: A

10. Ayer se subastó un mueble de $\overline{abc}$ soles, y pagaron por el $\overline{bac}$ soles, obteniendo una ganancia de 180 soles; pero si hubieran pagado $\overline{cab}$ soles se hubiera ganado 81 soles. Sabiendo que $a+b=14$, determine el valor de $(\overline{bca}-\overline{cbc})$.

A) 80 B) 110 C) 89 D) 81

Solución:

$\overline{bac}=\overline{abc}+180$

$\overline{bac}-\overline{abc}=180$

$90b-90a=180$

$b-a=2$

$Como: b+a=14 \quad \rightarrow a=6;\ b=8$

Luego

$\overline{cab}=\overline{abc}+81$

$\overline{c68}=\overline{68c}+81 \quad \rightarrow c=7$

$\therefore \quad \overline{bca}-\overline{cbc}=876-787=89$

Rpta.: C

Aritmética

EJERCICIOS DE CLASE Nº 4

1. Adriana realizó su doctorado que duró 7 años. A los $(a+b-d)$ años de haber iniciado el doctorado tenía escrito $\overline{b(a+4)}_{(6)}+\overline{4c}_{(a+4)}+\overline{(d-1)(a-1)}_{(6)}$ páginas de su tesis, cumpliéndose que $d<b<c$. Si en los siguientes años, Adriana escribió $\overline{6(c+3)}_{(8)}$ páginas cada año, ¿cuántas páginas en total tiene su tesis de doctorado?

A) 328 B) 315 C) 322 D) 318 E) 339

Solución:

De $\overline{b(a+4)}_{(6)}+\overline{4c}_{(a+4)}+\overline{(d-1)(a-1)}_{(6)}$ se tiene que a = 1, b = 3, c = 4, d = 2. Luego,

$\overline{b(a+4)}_{(6)}+\overline{4c}_{(a+4)}+\overline{(d-1)(a-1)}_{(6)}$ **=** 53

Por otro lado, a + b – d = 2, faltan 5 años, así 5 x $67_{(8)}$ = 275
De ese modo, la cantidad de páginas de su tesis es 328

Rpta.: A

2. ¿Cuántos números capicúas impares de 5 cifras existen, tal que la suma de sus cifras sea también un número impar?

A) 200 B) 250 C) 300 D) 325 E) 500

Solución:

$N=\overline{abcba}$ donde $\underbrace{a=1,3,5,7,9}_{5\ valores}$ para N impar

Suma de cifras: $\underset{par}{2a}+\underset{par}{2b}+c=impar \quad \therefore \underbrace{c=1,3,5,7,9}_{5\ valores}$

$b=\underbrace{0,1,2,...,9}_{10\ valores} \quad Total=5\times5\times10=250$

Rpta.: B

3. Si M = 7(9) + 113(64) + 17(195) + 131(131), exprese el numero M en el sistema cuaternario y dé como respuesta la suma de todas sus cifras.

A) 13 B) 12 C) 14 D) 16 E) 15

Solución:

Tenemos que:

$$M = 4^3 - 1 + 4^3 + 3\ 4^2 + 1 \times 4^3 + 4^2 + 1\ \ 3\ 4^3 + 3 + 2\ 4^3 + 3^{\ 2}$$

$$M = 5\ 4^6 + 6\ 4^5 + 17\ 4^3 + 3\ 4^2 + 11$$

$$M = 4^7 + 2\ 4^6 + 3\ 4^5 + 4^3 + 3\ 4^2 + 2\ 4 + 3 = 12301323_{(4)}$$

Luego la suma de coeficientes de *M* es 15.

Rpta.: E

4. ¿En cuántos sistemas de numeración el número 1 234 se escribe con tres cifras?

A) 10 B) 15 C) 30 D) 25 E) 20

Solución:

Tenemos $1234 = \overline{abc}_{(n)}$, luego $100_{(n)} \leq \overline{abc}_{(n)} < 1000_{(n)}$ de donde

$n^2 \leq \overline{abc}_{(n)} < n^3$, reemplazando $n^2 \leq 1234 < n^3$. Por tanto: $n \leq 1234 \wedge 1234 < n$

Los valores que puede adoptar n son {11 ; 12 ; 13 ; ….. ; 35}

Número de sistemas = 25

Rpta.: D

5. En el distrito de San Juan de Lurigancho se ha recolectado 624kg de víveres no perecibles para los damnificados de Chosica. Si estos víveres se deben distribuir formando grupos cuyos pesos son de 1kg, 5kg, 25kg y de 125kg, ¿cuál será la menor cantidad de grupos que resultarán?

A) 30 B) 16 C) 20 D) 12 ^{2} E) 11 ^{3}

Solución:

$$624 = 625 - 1 = 5^4 - 1 = \overline{10000}_5 - 1 = \overline{4444}_5$$

De donde:

$$624 = \overline{4444}_5 = 4(125) + 4(25) + 4(5) + 4(1)$$

Por tanto la menor cantidad de grupos es 4+4+4+4= 16

Rpta.: B

6. Sea $CA\left(\overline{mnpn}\right)=\overline{nmrq}$, donde letras diferentes representan cifras diferentes. Si m y r representan cada uno el mayor valor par posible, con m < r; halle la suma de las cifras del valor del $CA\left(\overline{rnq}-\overline{mrp}\right)$.

A) 13 B) 12 C) 15 D) 16 E) 17

Solución:

$$CA(\overline{mnpn})=\overline{nmrq}$$

9 – m = n → m + n = 9 → m = 6 ; n = 3
9 – p = r → r + p = 9 → r = 8 ; p = 1
10 – n = q → q + n = 10 → q= 7

→ $CA(\overline{rnq}-\overline{mrp})$ = CA (837 – 681) = CA(156) = 844
Por lo tanto: 8 + 4 + 4 = 16

Rpta.: D

7. ¿En qué sistema de numeración existen 91 números capicúas de cinco cifras, tal que la cifra 3 solo aparezca dos veces en su escritura?

A) Heptanario B) Octanario C) Nonario D) Decimal E) Undecimal

Solución:

En base n: $\overline{abcba}_{(n)}$

$\underline{\text{Primer caso}}$: $\overline{3bcb3}_{(n)}$, b y $c\neq 3$ $\rightarrow$ $b=\underbrace{0,1,2,4,...,(n-1)}_{n-1\ valores}\wedge c=\underbrace{0,1,2,4,...,(n-1)}_{n-1\ valores}$

Total: $(n-1)\times(n-1)=(n-1)^2$ ...(1)

$\underline{\text{Segundo caso}}$: $\overline{a3c3a}_{(n)}$, a y $c\neq 3$ $\rightarrow$ $a=\underbrace{1,2,4,...,(n-1)}_{n-2\ valores}\wedge c=\underbrace{0,1,2,4,...,(n-1)}_{n-1\ valores}$

Total: $(n-2)\times(n-1)$ ...(2)

$Dato$: $(n-1)^2+(n-2)\times(n-1)=91$ $\therefore$ $n=8$

El Sistema es: Octanario.

Rpta.: B

8. Considerado como el padre de la denominada **Geometría Fractal**, Benoit Mandelbrot, nació en Varsovia el (n + 8) de noviembre de $\overline{19(n-10)(n-8)}$ dentro de una familia con cierta tradición académica. Si al expresar $M=14\times 8^{2n}+16\times 8^{n}+20$ en el sistema octanario se tiene un numeral cuya suma de cifras es 3n – 21, halle la suma de los valores que representan el día y el año de nacimiento de Benoit Mandelbrot y dé como respuesta el complemento aritmético del valor de dicha suma.

A) 8064 B) 8245 C) 8024 D) 8220 E) 8056

Solución:

$M = 14 \times 8^{2n} + 16 \times 8^{n} + 20$ pasando a base 8, tenemos:

$M = \underbrace{160\ldots02000\ldots024}_{2n+2-\text{cifras}}{}_{(8)}$

Luego: $\sum$ cifras significativas $= 1+6+2+2+4 = 3n-21$

$\Rightarrow$ n = 12

Luego $\overline{19(n-10)(n-8)}$ + (n + 8) = 1924 + 20 = 1944

Por lo tanto CA(1944) = 8056

Rpta.: E

9. Al convertir el menor número de cuatro cifras diferentes del sistema de base "n" al sistema de base "n+2", la suma de sus cifras de dicho resultado es 12. Si además n<7, determine el valor de n.

A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 6

Solución:

$Base\ n:\ 1023_{(n)} = n^3 + 2n + 3 = \overline{(n-3)(10-n)(2n-5)}_{(n+2)}$

$Dato: n-3+10-n+2n-5 = 12 \quad \therefore n = 5$

Rpta.: C

10. Si $\overline{acaabcaa}_{(n)} = \overline{d(12)(\overline{cc})}_{(x)}$, donde el valor de x coincide con la cantidad de numerales de tres cifras, todas impares, que pertenecen al sistema de numeración de base $2n$, halle el valor de $a+b+c+d+x$.

A) 30 B) 32 C) 35 D) 27 E) 28

Solución:

Siendo x la cantidad de números de cifras impares de base $2n$

p	q	$r_{(2n)}$	
1	1	1	
3	3	3	
5	5	5	
:	:	:	
$(2n-1)$	$(2n-1)$	$(2n-1)$	
n	n	n	$= n^3$

$x = n^3$

$Base\ n$	ac	aab	$caa_{(n)}$
$Base\ x = n^3$	d	(12)	$(\overline{cc})_{(n^3)}$

$\overline{aab}_{(n)} = 12 \rightarrow 100_{(n)} \le \overline{aab}_{(n)} < 1000_{(n)} \rightarrow n^2 \le 12 < n^3 \quad \therefore n = 3$

Entonces

$\overline{aab}_{(3)} = 12$

$\overline{aab}_{(3)} = 110_{(3)}$

$a = 1 \wedge b = 0$

$\overline{caa}_{(n)} = \overline{cc}$

$\overline{c11}_{(3)} = \overline{cc}$

$cx3^2 + 1x3 + 1 = cx10 + c$

$c = 2$

$\overline{ac}_{(n)} = d$

$\overline{12}_{(3)} = d$

$1x3 + 2 = d$

$d = 5$

Por lo tanto $a + b + c + d + x = 35$

Rpta.: C

EJERCICIOS DE EVALUACIÓN N°4

1. Del total de postulantes en el Proceso de Admisión 2013-I de la UNMSM, se presentó el postulante de menor edad con $\overline{(b-2)(a)}$ años quien postuló a la Escuela Profesional de Matemática y el de mayor edad con $\overline{(8-a)(a+1)}$ años quien postuló a la Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas. Si sabemos que $\overline{7a1}_{(n)} = \overline{60b}_{(9)}$, determine la diferencia positiva de ambas edades, en años.

A) 12 B) 17 C) 8 D) 21 E) 15

Solución:

Como $\overline{7a1}_{(n)} = \overline{60b}_{(9)}$, entonces se tiene que $7 < n < 9$ y $n = 8$, luego $\overline{7a1}_{(8)} = \overline{60b}_{(9)}$

Descomponiendo polinomicamente tenemos

$449 + 8a = 486 + b$

$8a = 37 + b$

$\downarrow \qquad \downarrow$

5 3

6 11 (*no cumple* $b < 9$)

Por lo tanto $\overline{(8-a)(a+1)} - \overline{(b-2)(a)} = 36 - 15 = 21$ años

Rpta.: D

2. Cierta cantidad de manzanas se representa como 1160 en el sistema octanario. Si la misma cantidad de manzanas se representa con cuatro cifras iguales en algún sistema de numeración, ¿cuál es la base de dicho sistema?

A) 9 B) 7 C) 5 D) 6 E) 4

Solución:

$\overline{aaaa}_{(n)} = 1160_{(8)} \rightarrow an^3 + an^2 + an + a = 1.8^3 + 1.8^2 + 6.8$

$\rightarrow a\left(n^3 + n^2 + n + 1\right) = 4.156 = 4\left(5^3 + 5^2 + 5 + 1\right)$

$\therefore a = 4 \wedge n = 5$

Rpta.: C

3. En lugar de invertir en su empresa, Sebastián reparte las ganancias que obtuvo durante el 2016 entre sus dos únicos hijos Isaac y Mathias, en forma proporcional a su edad, recibiendo $\overline{20m1}_{(6)}$ y $\overline{3np3}_{(m)}$ soles respectivamente. Si ambos son mellizos, halle el valor de $m+n+3p$.

A) 14 B) 10 C) 13 D) 18 E) 16

Solución:

Del dato: $\overline{20m1}_{(6)} = \overline{3np3}_{(m)}$

Como $3<m<6 \rightarrow m=4 \vee m=5$

Caso I: $Si\ m=4 \rightarrow 2041_{(6)} = \overline{...1}_{(4)}$ No cumple

Caso II: $Si\ m=5 \rightarrow 2051_{(6)} = 3323_{(5)} \rightarrow m=5,\ n=3,\ p=2$

$\therefore m+n+3p=14$

Rpta.: A

4. María quiere ir al cine con sus amigas, para lo cual solicita permiso a su señor padre, quien le dará permiso si ella determina cuantos números se escriben a la vez con tres cifras en las bases 5 y 7. Si María fue al cine, ¿cuál fue su respuesta?

A) 52 B) 53 C) 64 D) 76 E) 89

Solución:

En base 5: $5^2 \leq N < 5^3 \rightarrow$ N = 25, …, 124

En base 7: $7^2 \leq N < 7^3 \rightarrow$ N = 49, …, 342

Total : (124 – 49)+1= 76

Rpta.: D

5. Un profesor de química posee 2017g de $CuSO_4$ (Sulfato de Cobre) y un total de once envases vacíos cuyas capacidades son de 1g; 2g; 4g; 8g; 16g; 32g; ….,1024g, respectivamente. Si logró envasar todo el Sulfato de Cobre en dichos envases, ¿qué cantidad de envases no utilizó?

A) 7 B) 4 C) 3 D) 2 E) 5

Solución:

$2017 = 11111100001_2$

La cantidad de envases no utilizados serán la cantidad de cifras cero que hay

Rpta: 4

Rpta.: B

6. Juan le ofrece vender un celular a Manuel por 1500 soles, pero como Manuel no dispone de esa cantidad de dinero entonces Juan le ofrece hacer un descuento de $CA(m+n+a)$ soles, si es que Manuel logra determinar el valor correcto de cada cifra en la siguiente ecuación $CA\left(\overline{mnm}_{(9)}\right) = \overline{aa}_{(9)}$. ¿Cuántos soles le costó a Manuel el celular, luego de cumplir el pedido de Juan?

A) 1350 B) 1300 C) 1450 D) 1400 E) 1416

Solución:

$CA(\overline{mnm}_{(9)} = \overline{aa}_{(9)}$

$\overline{(8-m)(8-n)(9-m)}_{(9)} = \overline{aa}_{(9)}$

- 8 – m = 0 ; m = 8
- 8 – n = a
- 9 – m = a, entonces a = 1 y n = 7

Descuento CA(m + n + a) = CA (8 + 7 + 1) = 100 -16 = 84
Manuel pago = 1500 – 84 = 1416 soles

Rpta.: E

7. Si $P = \overline{xyzy0} \times 10^{15}$ con $y \neq 0$, además la suma de las cifras del complemento aritmético de P es 22, halle el mayor valor de $(x+y+z)$.

A) 14 B) 15 C) 16 D) 13 E) 12

Solución:

$$CA(P) = \overline{(9-x)(9-y)(9-z)(10-y)0} \times 10^{15}$$

La suma de cifras es 22, entonces

$$37 - x - 2y - z = 22 \rightarrow x + 2y + z = 15$$
$$\rightarrow \ x = 9, y = 1, z = 4$$
$$(x+y+z)_{max} = 14$$

Rpta.: A

8. Si $\overline{ac}_{(b)} = \overline{cb}_{(a+2)}$ y a + b + c = 21, halle la suma de las cifras de $CA\left\lfloor \overline{(a-3)(b-2)(6-c)} \right\rfloor$.

A) 12 B) 9 C) 14 D) 18 E) 16

Solución:

$\overline{ac}_{(b)} = \overline{cb}_{(a+2)} \rightarrow$ a < b < a + 2 $\rightarrow$ b = a + 1, por tanto $\overline{ac}_{(a+1)} = \overline{c(a+1)}_{(a+2)}$

$\rightarrow$ a(a + 1) + c = c(a + 2) + (a + 1)
$\rightarrow a^2 + a + c = ca + 2c + a + 1$
$\rightarrow a^2 - 1 = ca + c$
$\rightarrow$ (a + 1)(a – 1) = c(a +1)
$\rightarrow$ c = a – 1
a + b + c = 21 $\rightarrow$ a + a + 1 +a – 1 = 21$\rightarrow$ 3a = 21: a = 7, b = 8 y c = 6
$CA\left\lfloor \overline{(a-3)(b-2)(6-c)} \right\rfloor$ = CA(460) = 540, luego suma de cifras: 9.

Rpta.: B

9. Si $\overline{abc}_{(4)} = \overline{c40}_{(5)}$ y $\overline{cba}_{(4)} = \overline{(a+b)0}_{(6)}$, halle el valor de b.

A) 0 B) 2 C) 1 D) 3 E) 4

Solución:

- $\overline{abc}_{(4)} = \overline{c40}_{(5)} \Rightarrow 16a+4b+c=25c+20$

$\Rightarrow 4a+b=6c+5$

$\Rightarrow b=6c-4a+5$ .....(1)

- $\overline{cba}_{(4)} = \overline{(a+b)0}_{(6)} \Rightarrow 16c+4b+a=6a+6b$

$\Rightarrow 16c=5a+2b$ ....(2)

Reemplazando (1) en (2): $16c=5a+12c-8a+10$

$\Rightarrow 4c+3a=10$

$\Rightarrow a=2$, $c=1$

En (1): $b=3$

Rpta.: D

10. El Sr. Pérez, tiene que cancelar una deuda. Para ello, debe ahorrar mensualmente. En el mes de enero ahorra S/ $\overline{1a1}$, en febrero ahorra S/ 101 más que en enero, y en el siguiente mes S/ 101 más que el mes anterior, y así sucesivamente hasta el mes de septiembre. Logrando cancelar su deuda con todo lo ahorrado. Si el Sr. Pérez le pide a su hija que sume lo que ahorró cada mes, y ella por una distracción realiza la suma de los complementos aritméticos de dichas cantidades, obteniendo como resultado S/ $\overline{bc7d}$. ¿Cuál fue el monto real de la deuda del Sr. Peréz?

A) S/ 4275 B) S/ 5275 C) S/ 4725 D) S/ 5725 E) S/ 4775

Solución:

En cada mes ahorra

- Enero: $\overline{1\mathbf{a}1}$ entonces $\mathbf{CA(}\overline{1\mathbf{a}1}\mathbf{)} = \overline{8\mathbf{(}9-\mathbf{a)}9}$
- Febrero: $\overline{2\mathbf{a}2}$ entonces $\mathbf{CA(}\overline{2\mathbf{a}2}\mathbf{)} = \overline{7\mathbf{(}9-\mathbf{a)}8}$
- Marzo: $\overline{3\mathbf{a}3}$ entonces $\mathbf{CA(}\overline{3\mathbf{a}3}\mathbf{)} = \overline{6\mathbf{(}9-\mathbf{a)}7}$
- Setiembre: $\overline{9\mathbf{a}9}$ entonces $\mathbf{CA(}\overline{9\mathbf{a}9}\mathbf{)} = \overline{\mathbf{(}9-\mathbf{a)}1}$

Deuda = $\overline{1\mathbf{a}1}$ + $\overline{2\mathbf{a}2}$ + $\overline{3\mathbf{a}3}$ + . . . + $\overline{9\mathbf{a}9}$

Suma de compl. = $\overline{8\mathbf{(}9-\mathbf{a)}9}$ + $\overline{7\mathbf{(}9-\mathbf{a)}8}$ + $6\mathbf{(}9-\mathbf{a)}7$ + . . . + $\overline{\mathbf{(}9-\mathbf{a)}1}$ = $\overline{\mathbf{bc}7\mathbf{d}}$

De aquí se tiene: $\mathbf{d}=5 \wedge \mathbf{a}=2$

$\therefore$ La deuda es de S/. 4725.

Rpta.: C

Aritmética

EJERCICIOS

1. Al representar cierta cantidad en dos sistemas de numeración de bases consecutivas "x" y "x+1"; se obtiene los numerales $\overline{\mathbf{1x0}}$ y $\overline{\mathbf{2n1}}$. Determine el menor valor de dicha cantidad expresada en base 10.

A) 66 B) 45 C) 41 D) 28 E) 11

Solución:
A menor numeral le corresponde mayor base y por representar la misma cantidad se tiene:

$$\overline{2n1}_{(x)} = \overline{1x0}_{(x+1)}$$

$2x^2+nx+1 = (x+1)^2 + x(x+1)$

$2x^2+nx+1 = x^2 + 2x+1 + x^2 + x$

$nx = 3x$

→ $n=3$, $x_{mín} = 4$

Por lo tanto $\overline{2n1}_{(x)} = 231_{(4)} = 45$

Rpta.: B

2. Juan reparte $\overline{\mathbf{abca}}$ soles entre sus tres hijas; Ana, Bertha y Carmen tocándole a cada una $\overline{\mathbf{1ab}}$, $\overline{\mathbf{b5a}}$ y $\overline{\mathbf{db7}}$ soles respectivamente. ¿Cuántos soles más recibe Carmen que lo que reciben Ana y Bertha juntas?

A) 373 B) 351 C) 113 D) 387 E) 378

Solución:

$\overline{1ab} + \overline{b5a} + \overline{db7} = \overline{abca}$
$a = 1$
$b+1+7 = 10+1 \rightarrow b = 3$
$1+a+5+b = 10+c \rightarrow c = 0$
$1+1+b+d = 13 \rightarrow d = 8$
Luego:
$Ana: 113$; $Bertha: 351$ y $Carmen: 837$, por lo tanto : $837 - 464 = 373$

Rpta.: A

3. Si a un número de dos cifras le sumamos el triple de la suma de sus cifras, el resultado se expresa con tres cifras en base 5; pero si a dicho número le restamos el doble de la cifra de las decenas, el resultado se expresa con cuatro cifras en base 2. ¿Cuántos números cumplen con dicha condición?

A) 7 B) 6 C) 8 D) 4 E) 5

Solución:

Sea el número de dos cifras $\overline{ab}$

$\overline{ab}+3(a+b)=\overline{xyz}_{(5)} \Rightarrow 10a+b+3a+3b=13\,a+4b=\overline{xyz}_{(5)}$

$\overline{ab}-2a=\overline{mnpq}_{(2)} \Rightarrow 10a+b-2a=8a+b=\overline{mnpq}_{(2)}$

Tenemos

$$5^2 \le 13a+4b < 5^3 \Rightarrow 25 \le 13a+4b < 125$$

$$2^3 \le 8a+b < 2^4 \Rightarrow 8 \le 8a+b < 16$$

Entonces

Si $a=1$: $3 \le b < 28$ y $0 \le b < 8 \Rightarrow b=3,4,5,6,7$

$\therefore$ Hay 5 números

Rpta.: E

4. La utilidad de un negocio fue de: $\overline{kka68}$ soles, pero se le descuenta $\overline{a74b}$ soles por concepto de deudas. Lo que queda se reparte entre los dos socios, tocándole a cada uno $\overline{7ba2}$ soles y al otro $\overline{dc7a}$ soles. Si letras diferentes tienen valores diferentes, halle el valor de $a+b+c+d$.

A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 20

Solución:

$\overline{a74b}+\overline{7ba2}+\overline{dc7a}=\overline{kka68}$

$a+b=6$; $8+1+c=15 \rightarrow c=6$; $d=9$; $k=2$.

Por lo tanto: $a+b+c+d+k=23$

Rpta.: A

5. En una conferencia realizada en la Universidad Nacional Mayor de San Marcos asistieron $\overline{abc}$ personas, de los cuales, entre los asistentes, hay $\overline{a0c}$ varones y $\overline{ab}$ mujeres que llegaron a tiempo; además hay c mujeres y a varones que llegaron tarde. Si el número de asistentes está comprendido entre 150 y 300, ¿cuántos varones más que mujeres hay en total?

A) 176 B) 177 C) 178 D) 179 E) 180

Solución:

150<$\overline{abc} < 300$

$a = 1; 2$

$\overline{abc} = \overline{a0c} + \overline{ab} + c + a$

$9b = 11a + c$

b = 3; a = 2, c= 5

total de varones 207

total de mujeres 28

respuesta 179

Rpta.: D

6. Abel, Beto y César proponen salir una tarde. Abel propone ir al estadio, Beto confirma luego que si van al teatro se ahorraran 15 soles en las entradas. Cesar señala que si van al cine en vez de ir al estadio se ahorrarán 60 soles. Si no se pusieron de acuerdo y cada uno se fue al estadio, al teatro y al cine, gastando 65 soles en total. ¿Cuál es el precio de una entrada al teatro?

A) 30 B) 25 C) 35 D) 20 E) 28

Solución:

a: precio de una entrada al estadio

b: precio de una entrada al teatro

c: precio de una entrada al cine

$3a - 3b = 15 \rightarrow a - b = 5$

$3a - 3c = 60 \rightarrow a - c = 20$

$a + b + c = 65$

$a + a - 5 + a - 20 = 65$

$a = 30$

$b = 25$

Rpta.: B

7. Al restar $\overline{cba}$ de $\overline{abc}$ se observó en la diferencia que la cifra de las centenas es el doble que la cifra de las unidades. Si la diferencia excede al sustraendo en 414 unidades, halle el valor de a + b + c.

A) 17 B) 21 C) 16 D) 12 E) 18

Solución:

$\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mnp} \Rightarrow n = 9 \quad m + p = 9 \Rightarrow m = 2p \Rightarrow p = 3 \Rightarrow \; m = 6$

$\overline{mnp} = 693 \Rightarrow 693$

$693 - \overline{cba} = 414 \Rightarrow \overline{cba} = 279 \Rightarrow a + b + c = 18$

Rpta.: E

8. Si se cumple $\overline{\mathbf{xab}}_{(9)} = \overline{\mathbf{1(x-1)(x^2-4)(x+1)}}_{(2x)}$,determine el valor de x + a + b.

A) 12 B) 13 C) 19 D) 18 E) 9

Solución:

Se tiene que 2x < 9 $\rightarrow$ x < 4,5 …(I)
Además, x+1 < 2x $\rightarrow$ 1 < x …(II)
De I y II se tiene x = 2, 3, 4 $\rightarrow$ x = 3
$\overline{\mathbf{3ab}}_{(9)} = \overline{\mathbf{1254}}_{(6)}$
Luego $\mathbf{1254}_{(6)} = \mathbf{387}_{(9)}$, de aqui a = 8, b = 7
$\therefore$ x + a + b = 18

Rpta.: D

9. Si al sumar los complementos aritméticos de todos los números de tres cifras diferentes que se pueden formar con las cifras m, n y p, se obtiene 2670, ¿cuál es el valor de m + n + p?

A) 15 B) 24 C) 18 D) 10 E) 19

Solución:

$\overline{mnp}$ existen 6 números diferentes

$CA(\overline{mnp}) = 1000 - \overline{mnp}$

$\sum CA(\overline{mnp}) = 6000 - \sum \overline{mnp}$

$\sum \overline{mnp} = 6000 - 2670 = 3330$

$2(m + n + p) = 30$

$m + n + p = 15$

Rpta.:A

10. Un vendedor compró una cantidad de álbumes y figuras del mundial de futbol para comercializarlos. Si invirtió una cantidad en soles equivalente a un numeral de cinco cifras consecutivas en orden creciente y cuya base es la cifra consecutiva al mayor digito del numeral y además esta cantidad es igual a un numeral de cuatro dígitos en base 7. Determine la suma de cifras del numeral de 4 dígitos en base siete.

A) 17 B) 12 C) 19 D) 15 E) 11

Solución:

Del dato:

$\overline{n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}_{(n+5)} = \overline{abcd}_{(7)}$

De los numerales tenemos que: n + 5 < 7→ n = 1

$\overline{12345}_{(6)} = \overline{abcd}_{(7)}$

	1	2	3	4	5
6	↓	5	48	306	1860
	1	8	51	310	1865

$1865 = 5303_{(7)} = \overline{abcd}_{(7)}$

De donde tenemos que: a = 5, b = 3, c = 0, d = 3. Por lo tanto, a + b + c + d = 11.

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si $\overline{abb}_{(7)} = 7\overline{bbb}_{(7)} - \overline{baa}_{(7)}$, exprese $\left(\overline{ba}_{\overline{ba}}\right)^2$ en el sistema heptal y dé como respuesta la suma de sus cifras.

A) 8 B) 6 C) 7 D) 10 E) 11

Solución:

Se tiene que $\overline{abb}_{(7)} + \overline{baa}_{(7)} = \overline{bbb0}_{(7)}$ entonces a = 6 y b = 1

Luego tenemos que $\left(\overline{ba}_{\overline{ba}}\right)^2 = 22^2 = 1261_{(7)}$ por lo tanto la suma de cifras es 10.

Rpta.: D

2. ¿Cuántas cifras cero utilizará una computadora que opera en el sistema hexadecimal, para almacenar en su memoria el numeral $\underbrace{444.....44}_{120\text{ cifras}}{}_{(64)}$?

A) 45 B) 90 C) 60 D) 75 E) 120

Solución:

L = $4444\ldots444_{(64)}$

$0\underbrace{100}\underbrace{100}\underbrace{10}\ldots0\underbrace{100}\underbrace{100}\underbrace{10}_{(4)}$

$1\underbrace{04104\ldots104}_{60\text{ ceros}}104_{(16)}$

Rpta.: C

3. José y Luis viven en diferentes calles, pero sus domicilios tienen el mismo numeral en el sistema decimal. José transforma dicho numeral a base 6 y obtiene $\overline{20m1}_{(6)}$, Luis a base m y obtiene $\overline{3np3}_{(m)}$. Si Juan tiene tantos años como la suma de las cifras del número de su domicilio en base 10, ¿cuántos años tiene Juan?

A) 14 B) 13 C) 11 D) 10 E) 12

Solución:

N = $\overline{20m1}_{(6)}$ = $\overline{3np3}_{(m)}$

3 < m < 6 → m=4 o m=5

Para: m=4 → $2041_{(6)} = \overline{\ldots 1}_{(4)}$ (No cumple)

Para: m=5 → $2051_{(6)} = 3323_{(5)} = 463$

Edad de Juan = 4+6+3 = 13 años

Rpta.: B

4. Si $CA(\overline{1a})+CA(2\overline{a1})+CA(2\overline{a1a})=9284$, halle el valor de a

A) 8 B) 7 C) 9 D) 6 E) 5

Solución:

$2\overline{a1a}\equiv\overline{mnp}$

$CA(\overline{mnp})<1000$

$\therefore 2\overline{a1a}\equiv 4$ cifras

$2\overline{a1}\equiv 3$ cifras

$2\overline{a1a}\equiv 4$ cifras

$a\geq 5$

$CA(\overline{1a}) = 10 - \overline{1a}$

$CA(\overline{2a1}) = 1000 - \overline{2a1}$

$CA(\overline{21a1}) = 10000 - \overline{21a1}$

Sumando= $9284 = 11100 - 223a$

$a = 8$

Rpta.: A

5. Angelina dispone de 25 stickers decorativos de princesas. Ella decide regalarlas a sus amigas y los prepara en láminas plastificadas de a 1, 3 o 9 stickers. Si desea utilizar la menor cantidad de láminas, ¿a cuántas amigas podrá obsequiar sus stickers?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

Solución:

25 = 2(9) + 2(3) + 1(1) = $221_{(3)}$

Entonces la menor cantidad de láminas es: 2+2+1= 5
Por lo tanto, sólo podrá regalar a 5 amigas.

Rpta.: D

6. En un estuche hay tres tipos de lapiceros cuyas cantidades son x, y, z; con estas cantidades se forman el siguiente número $P = \overline{xyzy0} \times 10^{15}$. Si la suma de cifras del complemento aritmético de P es 22, halle el máximo número de lapiceros que hay en el estuche.

A) 15 B) 14 C) 16 D) 18 E) 12

Solución:

$CA(P) = \overline{(9-x)(9-y)(9-z)(10-y)0} \times 10^{15}$

La suma de cifras es 22, entonces

$37 - x - 2y - z = 22 \rightarrow x + 2y + z = 15$

$\rightarrow$ y = 1 y x + z = 13

$(x + y + z)_{max} = 14$

Rpta.:B

7. Si $\overline{ab5}_{(\overline{(b-1)5})} = \overline{c(b-1)(2b+4)(2b+1)}$, halle la suma de las cifras del complemento aritmético de $(a + b + c)$

A) 12 B) 7 C) 9 D) 11 E) 14

Solución:

Como $2b+4<10 \longrightarrow 2b<6 \longrightarrow b<3$
También $0<b-1 \longrightarrow 1<b$
Entonces: $1<b<3 \longrightarrow b=2$
Luego:
$\overline{a25}_{(15)}=\overline{c185}$
$225a+35=1000c+185$
$225a=1000c+150$
$\underline{div:25}$
$9a=40c+6 \longrightarrow a=14 \wedge c=3$
Entonces:
CA$(a+b+c)=CA(19)=81$
Suma de cifras = 9

Rpta.: C

8. Dado el numeral $\overline{267(11)}_{(n)}$ convertirlo a base (n+1), y de como respuesta la suma de sus cifras.

A) 12 B) 11 C) 8 D) 5 E) 2

Solución:
$167(11)_n=2(n+1)^3+(n+1)+8=2018_{(n+1)}$

$\therefore$ 2 + 0 + 1 + 8

Rpta.: B

9. Juan le dice a su hijo Pedro que le dará un capital C en el sistema decimal, tal que:
$C=12_{(3)}+23_{(4)}+34_{(5)}+45_{(6)}+...,\ C\ tiene\ 10\ sumandos$.
¿Qué cantidad de soles recibirá Pedro si Juan cumplió lo ofrecido?

A) 560 B) 561 C) 570 D) 575 E) 580

Solución:

$C=5+11+19+29+....$
se tiene:
$5=2^2+1$
$11=3^2+2$
$19=4^2+3$
$29=5^2+4$
$...=...$
$ultimo=11^2+10$
$C=(2^2+3^2+4^2+5^2+...+11^2)+(1+2+3+...+10)$
$C=(\frac{11.12.23}{6}-1)+\frac{10.11}{2}=505+55=560$

Rpta.:A

10. Si CA($\overline{abcd}$) $= \overline{\text{abc}}$, halle el valor de $(a+b+c+d)$

A) 18 B) 24 C) 20 D) 23 E) 19

Solución:

$\overline{(9-a)(9-b)(9-c)(10-d)} = \overline{\text{abc}}$

$9-a=0 \rightarrow a=9$
$9-b=a \rightarrow b=0$
$9-c=b \rightarrow c=9$
$10-d=c \rightarrow d=1$
$\rightarrow a+b+c+d=19$

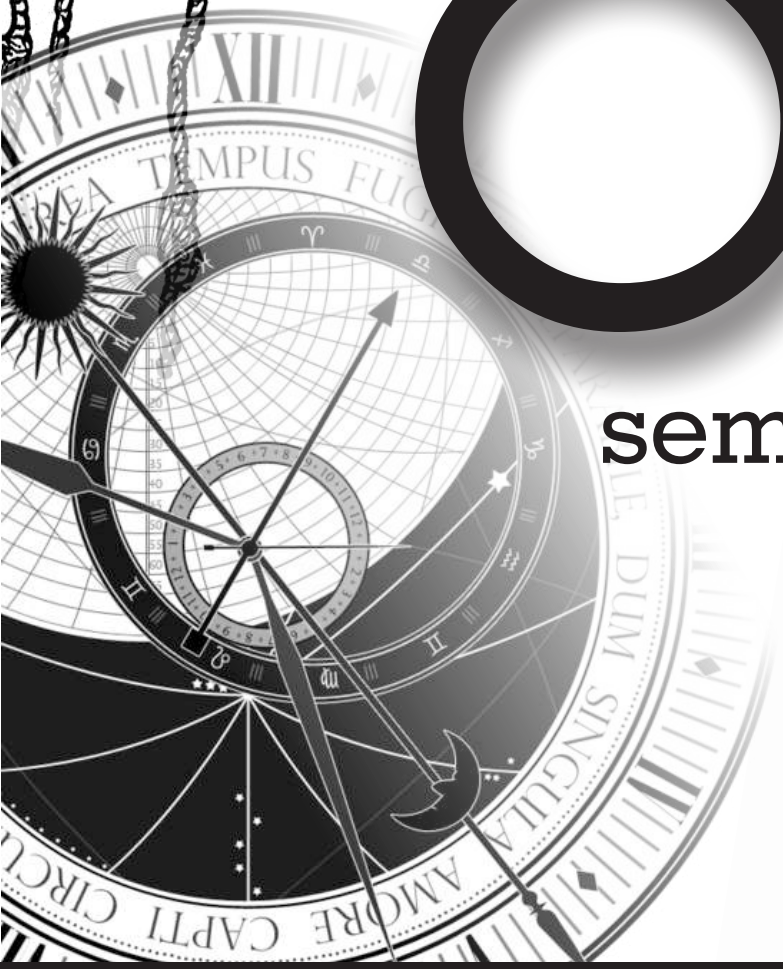
Rpta.: E

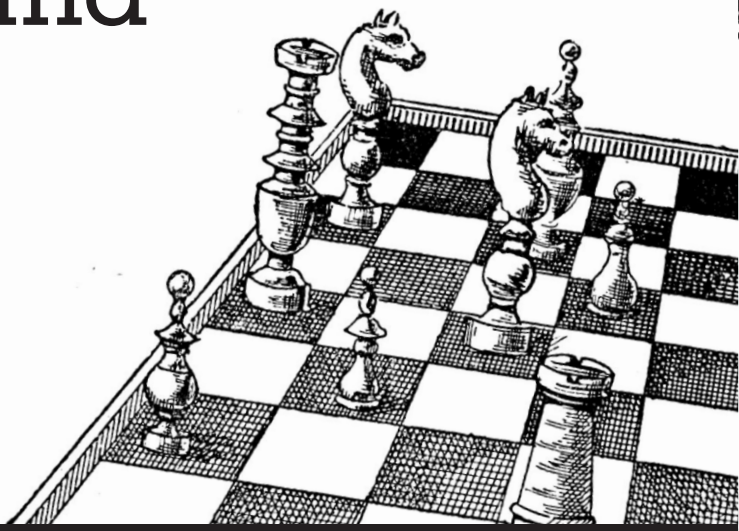
ARITMÉTICA

MANUAL DE PRACTICAS Y EJERCICIOS

05

semana





pre SAN MARCOS

Manhattan Editores

Aritmética

SISTEMA DE LOS NÚMEROS ENTEROS
DIVISIBILIDAD

ALGORITMO DE LA DIVISIÓN DE EUCLIDES

Para los números enteros D (dividendo) y d ≠ 0 (divisor) existen dos únicos números enteros; q (cociente) y r (residuo) tales que:

DIVISIÓN INEXACTA: La división es inexacta cuando el residuo no es cero.

$$D = d.q \pm r \quad ; \quad \text{donde} \quad 0 < r < d$$

- **DIVISIÓN POR DEFECTO**:

$$D = d.q_d + r_d$$

- **DIVISIÓN POR EXCESO**:

$$D = d.q_e - r_e$$

PROPIEDADES:

1. $r < d$
2. $r_d + r_e = d$
3. $q_e = q_d + 1$
4. $r_{máx} = d - 1$
5. $r_{mín} = 1$

Ejemplo:

En una división entera inexacta el dividendo es menor que 912, el cociente por exceso es 12 y el residuo es 21. ¿Cuántos valores toma el divisor?

Solución:

q + 1 = 12 → q = 11

D = d(11) + 21 < 912; 21 < d

21 < d < 81 → d = 22, 23, 24, . . ., 80. Por lo tanto # d = 59

DIVISIÓN EXACTA:(Divisibilidad): Se dice que la división entera es exacta, cuando el resto o residuo de la división, es cero. Es decir

En este caso diremos que: **D = d.q**

- **D** es divisible por **d**
- **D** es múltiplo de **d**
- **d** es divisor de **D**

Observación: Denotaremos esto como $\mathbf{D = \overset{o}{d}}$

PROPIEDADES

1) $\overset{o}{\mathbf{d}} + \overset{o}{\mathbf{d}} = \overset{o}{\mathbf{d}}$

2) $\underbrace{\overset{o}{\mathbf{d}} + \overset{o}{\mathbf{d}} + \overset{o}{\mathbf{d}} + ... + \overset{o}{\mathbf{d}}}_{n-veces} = n \times \overset{o}{\mathbf{d}} = \overset{o}{\mathbf{d}}$

3) $\overset{o}{\mathbf{d}} \times \overset{o}{\mathbf{d}} = \overset{o}{\mathbf{d}}$

4) $\underbrace{\overset{o}{\mathbf{d}}\times\overset{o}{\mathbf{d}}\times\overset{o}{\mathbf{d}}\times\ldots\times\overset{o}{\mathbf{d}}}_{n-veces}=\left(\overset{o}{\mathbf{d}}\right)^{n}=\overset{o}{\mathbf{d}}$

5) $\left(\overset{o}{\mathbf{d}}+r\right)\left(\overset{o}{\mathbf{d}}+s\right)=\overset{o}{\mathbf{d}}+r\times s$

6) $(\overset{o}{\mathbf{d}}+r)^n=\overset{o}{\mathbf{d}}+r^n$; $r<\mathbf{d}$ y $n\in Z^+$

7) $(\overset{o}{\mathbf{d}}-r)^n=\begin{cases}\overset{o}{\mathbf{d}}-r^n \text{ ; si } n \text{ es impar, } n\in Z^+\\ \overset{o}{\mathbf{d}}+r^n \text{ ; si } n \text{ es par, } n\in Z^+\end{cases}$

8) $\overset{o}{\mathbf{d}}+r_d=\overset{o}{\mathbf{d}}-r_e \leftrightarrow r_d+r_e=\mathbf{d}$

9) Si $N=\begin{cases}\overset{o}{\mathbf{a}}\pm\mathbf{r}\\ \overset{o}{\mathbf{b}}\pm\mathbf{r}\\ \overset{o}{\mathbf{c}}\pm\mathbf{r}\end{cases}\rightarrow N=\overset{o}{\overline{MCM(a,b,c)}}\pm r$

10) Si $N=\overline{a....zyx}_{(n)}=\overset{o}{\mathbf{n}}+x=\overset{o}{\mathbf{n}^2}+\overline{yx}_{(n)}=\overset{o}{\mathbf{n}^3}+\overline{zyx}_{(n)}$

<u>Ejemplo</u>:

Halle el residuo por exceso al dividir $(170512)^{50}$ por 17.

<u>Solución</u>:

$(170512)^{50}=\overset{\circ}{17}-\mathbf{x}\rightarrow(\overset{\circ}{17}+2)^{50}=\overset{\circ}{17}-\mathbf{x}\rightarrow\overset{\circ}{17}+2^{50}=\overset{\circ}{17}-\mathbf{x}\rightarrow$

$(2^4)^{12}\,.\,2^2=\overset{\circ}{17}-\mathbf{x}\rightarrow(\overset{\circ}{17}-1)^{12}.4=\overset{\circ}{17}-\mathbf{x}\rightarrow(\overset{\circ}{17}+1).4=\overset{\circ}{17}-\mathbf{x}\rightarrow\overset{\circ}{17}+4=\overset{\circ}{17}-\mathbf{x}\rightarrow$

$\overset{\circ}{17}-13=\overset{\circ}{17}-\mathbf{x}$. Por lo tanto, el residuo por exceso es 13.

<u>Ejemplo</u>:

¿Cuál es el menor número que al ser dividido entre cualquiera de las cantidades: 7, 6, 5, 3 o 2, deja un residuo máximo para cada divisor empleado?

<u>Solución</u>:

Sea N el menor número entero positivo, del dato:

$$N=\begin{cases}\overset{\circ}{7}+6=\overset{\circ}{7}-1\\ \overset{\circ}{6}+5=\overset{\circ}{6}-1\\ \overset{\circ}{5}+4=\overset{\circ}{5}-1\Rightarrow N=MCM(\overset{\circ}{2},3,5,6,7)-1=\overset{\circ}{210}-1\\ \overset{\circ}{3}+2=\overset{\circ}{3}-1\\ \overset{\circ}{2}+1=\overset{\circ}{2}-1\end{cases}$$ $\Rightarrow$ Por lo tanto, el menor es 209.

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

POR 2 : Última cifra es cero o cifra par.
POR 3 : La suma de sus cifras es múltiplo de 3.
POR 4 : Las dos últimas cifras son ceros o forman un múltiplo de 4.
POR 5 : Última cifra es cero o 5.
POR 6 : Es divisible por 2 y por 3.
POR 7: La suma de sus cifras multiplicadas "**de derecha a izquierda**" por los factores **1, 3, 2, –1, –3, –2,...** es múltiplo de 7

$$\mathbf{N=\overline{a\,b\,c\,d\,e\,f}=\overset{\circ}{7}\Leftrightarrow f+3e+2d-c-3b-2a=\overset{\circ}{7}}$$

-2 -3 -1 2 3 1

POR 8 : Las tres últimas cifras son ceros o forman un múltiplo de 8.
POR 9 : La suma de sus cifras es múltiplo de 9.
POR 11: Diferencia entre la suma de sus cifras de lugar impar menos la suma de sus cifras de lugar par es múltiplo de 11.

$$\mathbf{N=\overline{a\,b\,c\,d\,e\,f}=\overset{\circ}{11}\Leftrightarrow (f+d+b)-(e+c+a)=\overset{\circ}{11}}$$

-1 1 -1 1 -1 1

POR 13: Cuando la suma de sus cifras multiplicadas "**de derecha a izquierda**" por los factores **1, – 3, – 4, – 1, 3, 4, 1,...** es múltiplo de 13.

$$\mathbf{N=\overline{a\,b\,c\,d\,e\,f\,g}=\overset{\circ}{13}\Leftrightarrow g-3f-4e-d+3c+4b+a=\overset{\circ}{13}}$$

1 4 3 -1 -4 -3 1

POR 33: El número $\overline{\mathbf{abcdef}}$ es divisible por 33, si $\overline{ab}+\overline{cd}+\overline{ef}$ es múltiplo de 33.

POR 99: El número $\overline{\mathbf{nabcdef}}$ es divisible por 99, si $n+\overline{ab}+\overline{cd}+\overline{ef}$ es múltiplo de 99.

Ejemplo:

Si $\overline{7x3yz}=\overset{\circ}{\mathbf{55}}$ y $\overline{\mathbf{zx}3}=\overset{\circ}{3}$, hallar el mayor valor de (x + y).

Solución:

i) Z = 5 (Obvio)

ii) $\overline{7x3y5} = \overset{\circ}{11}$; $\overline{5x3} = \overset{\circ}{3}$

$15 - (x + y) = \overset{\circ}{11}8 + x = \overset{\circ}{3}$

$x + y = \overset{\circ}{11} + 4$ $2 + x = \overset{\circ}{3}$

7 8 1

4

7

Por lo tanto, x + y = 15

RESTOS POTENCIALES

Son los diversos residuos que se obtienen al dividir las diferentes potencias de una misma base entre un cierto número llamado módulo.

Ejemplo. Calcule los restos potenciales de la base 3, respecto al módulo 5.

$$\begin{cases} 3^1 = \overset{o}{5} + 3 = 3^{\overset{0}{4+1}} \\ 3^2 = \overset{o}{5} + 4 = 3^{\overset{0}{4+2}} \\ 3^3 = \overset{o}{5} + 2 = 3^{\overset{0}{4+3}} \\ 3^4 = \overset{o}{5} + 1 = 3^{\overset{0}{4}} \end{cases}$$

Luego se tienen 4 residuos diferentes: 3, 4, 2 y 1

Ejemplo: Calcule el residuo por exceso de dividir $\mathbf{3^{42358954521456550}}$ por 5.

Solución:

$$\mathbf{3^{42358954521456550} = \overset{o}{5} + r \rightarrow 3^{\overset{o}{4}+2} = \overset{o}{5} + r \rightarrow \overset{o}{5} + 4 = \overset{o}{5} + r \rightarrow r_d = 4 \quad \therefore \quad r_e = 1}$$

Aritmética

EJERCICIOS

1. Daniel le dice a Percy, cuando dividas correctamente el número de soles que tengo con el número de soles que tienes, te darás cuenta que el residuo por defecto es mayor que el residuo por exceso en 15 unidades; además el cociente por exceso disminuido en 2, es el quíntuplo de la diferencia entre el divisor y el residuo por defecto. Si Percy tiene 31 soles, determine la suma de las cifras del número de soles que tiene Daniel.

A) 13 B) 12 C) 10 D) 16

Solución:

$Daniel : D \quad ; \quad Percy = d = 31$

$r_d - r_e = 15 \quad ; \quad r_d + r_e = 31 \quad \rightarrow \quad r_d = 23; \; r_e = 8$

$q_e - 2 = 5(d - r_d) = 5(31 - 23) \quad \rightarrow q_e = 42$

$\rightarrow D = d.q_e - r_e = 31(42) - 8 = 1294$

$\therefore \quad Suma\ de\ cifras = 16$

Rpta.: D

2. Las edades de una abuela y tres de sus nietos, en meses, representan los términos, de una división entera inexacta por defecto, cuya suma es igual a 750. Además, el cociente es la mitad del divisor y el residuo es 6 unidades más que el cociente. Si a un cuarto nieto lo traen de visita para que conozca a la abuela y su edad, en meses, coincide con el residuo de la división realizada, halle su edad, en años.

A) 2 B) 3 C) 1 D) 4

Solución:

$D + d + q + r = 750$

$(dq + r) + d + \frac{d}{2} + \left(\frac{d}{2} + 6\right) = 750$

$\left(d\left(\frac{d}{2}\right) + \frac{d}{2} + 6\right) + 2d = 744$

$\frac{d^2}{2} + \frac{5d}{2} = 738 = 2(9)41$

$d(d + 5) = 36(41) \rightarrow d = 36 \rightarrow r = 24 \therefore$ Edad = 24 meses = 2 años

Rpta.: A

3. Andrés, Benito y Carlos tienen $\overline{ac}$, $\overline{ba}$ y $\overline{cb}$ soles respectivamente. Si se sabe que $\overline{abc} = \overset{o}{7} + 2$; $\overline{cba} = \overset{o}{11} + 10$ y $\overline{bca} = \overset{o}{9} + 6$, ¿cuántos soles tienen entre los tres juntos?

A) 176 B) 198 C) 165 D) 146

Solución:

$\overline{abc} = \overset{o}{7} - 5 \rightarrow \overline{abc} = \overset{o}{7} - 5 - 7 = \overset{o}{7} - 12$

$\overline{cba} = \overset{o}{11} - 1 \rightarrow \overline{abc} = \overset{o}{11} - 1 - 11 = \overset{o}{11} - 12$

$\overline{bca} = \overset{o}{9} - 3 \rightarrow \overline{abc} = \overset{o}{9} - 3 - 9 = \overset{o}{9} - 12$

$luego \quad \overline{abc} = MCM(\overset{o}{7}, 11, 9) - 12 = 6\overset{o}{9}3 - 12 = 681$

$\therefore \overline{ac} + \overline{ba} + \overline{cb} = 61 + 86 + 18 = 165 \; soles.$

Rpta.: C

4. Jacinta fue de compras llevando $\overline{d9de}$ soles, gastó $\overline{(2b)(2c)(e-3)}$ soles en vestidos y $\overline{bcd}$ soles en calzados. Si llevó el menor número de soles posible múltiplo de 15, gastando un número de soles múltiplo de 4 en calzados y lo máximo posible en vestidos, determine el producto de las cifras del número de soles que le quedó.

A) 24 B) 18 C) 16 D) 32

Solución:

$Llevó: \overline{d9de} = \overset{\circ}{15} = \overset{\circ}{5}$ y $\overset{\circ}{3} \rightarrow e = 5$

$\overline{d9d5} = \overset{\circ}{3} \rightarrow d = 2$ (*Mínimo posible*)

$\text{Calzados}: \overline{bc2} = \overset{\circ}{4} \rightarrow c = 1;3 \rightarrow \text{mayor } c = 3; \quad \text{mayor } b = 4$

$\text{Vestidos}: \overline{(2b)(2c)(e-3)} = 862$ (*Máximo posible*)

Le quedó: 2925 – 862 – 432 = 1631 soles

Por lo tanto: Producto de cifras = 1(6)(3)(1) = 18

Rpta.: B

5. Manuel y Fidel tienen 62 y 49 años respectivamente. Manuel le dice a su amigo Fidel, he observado que al elevar el número de años que tengo al número de años que tienes, y luego dividirlo por la suma de las cifras del número de años que tienes, el producto de los residuos por defecto y por exceso coincide con los años que nos conocemos. Si Fidel comprobó que la afirmación de Manuel es correcta, ¿cuántos años se conocen estos amigos?

A) 12 B) 36 C) 30 D) 22

Solución:

$$(62)^{49} = (\overset{\circ}{13} - 3)^{49} = \overset{\circ}{13} - 3^{49} = \overset{\circ}{13} - (3^3)^{16}.3^1 = \overset{\circ}{13} - (\overset{\circ}{13} + 1)^{16} \cdot 3 = \overset{\circ}{13} - 3 = \overset{\circ}{13} + 10$$

$r_d = 10,\ r_e = 3 \rightarrow r_d \cdot r_e = 30$

$\therefore$ Se conocen 30 años.

Rpta.: C

6. Un cultivo de bacterias crece exponencialmente y al cabo de 2; 5 y 9 minutos se estima que habrán 49^2; 49^5 y 49^9 bacterias respectivamente. Si luego de dividir cada una de estas cantidades por "n", los residuos obtenidos fueron 4; 2 y 15 respectivamente, halle la suma de las cifras del mayor valor de "n".

A) 7 B) 8 C) 5 D) 6

Solución:

$7^{18} = \overset{o}{n} + 15 \quad ; \quad 7^4 = \overset{o}{n} + 4 \quad ; \quad 7^{10} = \overset{o}{n} + 2$

$7^8 = (\overset{o}{n} + 4)^2 = \overset{o}{n} + 16$

$7^{18} = 7^{10}.7^8 = (\overset{o}{n} + 2)(\overset{o}{n} + 16)$

$\overset{o}{n} + 15 = \overset{o}{n} + 32 \quad \rightarrow \overset{o}{n} = 17 \quad \rightarrow Mayor(n) = 17 \quad \therefore \quad \sum cifras = 8$

$7^{18} = 7^{10}.7^8 = (\overset{o}{n} + 2)(\overset{o}{n} + 16)$

Rpta.: B

7. Pepe, de 36 años de edad, le dice a su papá, de 51 años de edad, qué casualidad, al dividir correctamente $(\overline{pe3pe6})^{\overline{pa5papa1}}$ por 7, se obtiene un residuo por defecto que coincide con el número de años que tiene tu único nieto. ¿Cuántos años tiene el hijo de Pepe?

A) 3 B) 1 C) 4 D) 6

Solución:

$Por\ criterio\ (\overset{o}{7}) : \overline{pe3pe6} = \overset{o}{7} + 3$

$Por\ criterio\ (\overset{o}{3}) : \overline{pa5papa1} = \overset{o}{3} = 3k \quad (k\ es\ impar)$

$(\overline{pe3pe6})^{\overline{pa5papa1}} = (\overset{o}{7} + 3)^{3k} = \overset{o}{7} + 3^{3k} = \overset{o}{7} + (3^3)^k$

$= \overset{o}{7} + (\overset{o}{7} - 1)^k = \overset{o}{7} - 1$

$\rightarrow r_e = 1 \quad ; \quad r_d = 6 \qquad \therefore \quad El\ hijo\ tiene\ 6\ años.$

Rpta.: D

8. Hugo tiene cierta cantidad de soles, de modo que si la reparte, en partes iguales entre 6; 36 y 216 niños le sobraría m; $\overline{n7}$ y $\overline{pq3}_{(6)}$ soles respectivamente, siendo m y n dígitos menores que 6. Determine el mayor valor de $(m+n+p+q)$.

A) 13 B) 12 C) 15 D) 14

Solución:

Sea: N= $\overset{o}{6}+3=\overset{o}{36}+\overline{q3}_{(6)}=\overset{o}{216}+\overline{pq3}_{(6)}\Rightarrow N=\overline{...pq3}_{(6)}$

Por dato: N= $\overset{o}{6}+m=\overset{o}{36}+\overline{n7}=\overset{o}{216}+\overline{pq3}_{(6)}$

De donde: $m=3$; $\overline{q3}_{(6)}=\overline{n7}\rightarrow 6q+3=10n+7 \quad \rightarrow n=2;\ q=4;\quad Máx.\ p=5$

$\therefore$ *Mayor valor de* $(m+n+p+q)=3+2+5+4=14$

Rpta.: D

9. Álvaro tiene su recibo de pago de Cálidda con número de cliente: $\overline{mp2(6-r)p}$. Si dicho número es un múltiplo de 198, donde "p" toma su menor valor posible, y este mes tiene que pagar por consumo de gas natural $(\overline{rp}+\overline{mr})$ soles, ¿cuántos soles pagará este mes Álvaro?

A) 47 B) 45 C) 54 D) 56

Solución:

$$\overline{mp2(6-r)p}=\overset{o}{198}=\begin{cases}\overset{o}{2} \quad \rightarrow \quad p=\overset{o}{2}\\ \overset{o}{99} \quad \rightarrow m+\overline{p2}+\overline{(6-r)p}=\overset{o}{99}\end{cases}$$

$\Rightarrow p=4 \quad ; \quad m=3 \quad ; \quad r=1 \quad \therefore \quad \text{Pagará}=14+31=45 \quad \text{soles.}$

Rpta.:B

10. La madre de Julia divide, correctamente, el numeral de 32 cifras de la forma $\overline{\mathbf{xxx}\ldots\mathbf{xxx}}_{(9)}$ por 7 y obtiene un residuo equivalente a "n.x", donde "n" es un dígito positivo. Si la edad actual de Julia es la suma de todos los valores que puede tomar la cifra "x", ¿cuántos años faltan para que Julia cumpla 15 años?

A) 5 B) 12 C) 9 D) 13

Solución:

$$\overline{\mathbf{xxx}\ldots\mathbf{xxx}}_{(9)} = 9^{31}\mathbf{x} + (9^{30}\mathbf{x} + \ldots + 9^4\mathbf{x} + 9^3\mathbf{x} + 9^2\mathbf{x} + 9\mathbf{x}) + \mathbf{x}$$

$$= 9^{31}\mathbf{x} + (\overset{o}{7}) + \mathbf{x} = (\overset{o}{7} + 2)\mathbf{x} + (\overset{o}{7}) + \mathbf{x} = \overset{o}{7} + 3\mathbf{x} = \overset{o}{7} + n.\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{n = 3;}\ \ \mathbf{x} = 1; 2$$

$$\left.\begin{array}{l} 9 = \overset{o}{7} + 2 \\ 9^2 = \overset{o}{7} + 4 \\ 9^3 = \overset{o}{7} + 1 \end{array}\right\} = \overset{o}{7} \quad \left.\begin{array}{l} 9^4 = \overset{o}{7} + 2 \\ 9^5 = \overset{o}{7} + 4 \\ 9^6 = \overset{o}{7} + 1 \end{array}\right\} = \overset{o}{7} \quad \left.\begin{array}{l} 9^7 = \overset{o}{7} + 2 \\ 9^8 = \overset{o}{7} + 4 \\ 9^9 = \overset{o}{7} + 1 \end{array}\right\} = \overset{o}{7} \quad \ldots$$

Edad de Julia $= 1 + 2 = 3$ años

$\therefore$ Para que cumpla 15 años faltan 12 años.

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Arnaldo trabajó en un taller de confección de polos, y recibió un sueldo mensual equivalente a una cantidad entera par de soles mayor que el sueldo mínimo, que en ese año era de 930 soles. Si al dividir dicho sueldo por 131 se obtiene un cociente entero que es la sexta parte del residuo por defecto, además se sabe que en enero y en julio recibió el menor y mayor sueldo mensual posible respectivamente, ¿cuántos soles más ganó en julio que en enero?

A) 1644 B) 1370 C) 1918 D) 822

Solución:

$$N = 131q + r\ ;\quad 0 \le r < 131;\quad q = \frac{r}{6} \rightarrow r = 6q$$

$$0 < 6q < 131$$

$$0 < q < 21,...$$

$$N = 131q + r = 131q + 6q = 137q\ ;\quad q = 1, 2, 3, \ldots, 21$$

N es par y N > 930 → $q = 8, 10, 12, \ldots, 20$

Enero: $N = 137(8) = 1096$; Juio: $N = 137(20) = 2740$

$\therefore$ Diferencia $= 1644$

Rpta.: A

2. Las edades de las hijas de Anita son la suma de las cifras de los números capicúas de cinco cifras divisibles por 315, ¿cuál es la diferencia positiva entre las edades de la mayor y la menor de las hijas de Anita?

A) 10 B) 17 C) 8 D) 9

Solución:

$\overline{abcba} = \overset{o}{315} \rightarrow \overline{5bcb5} = \overset{o}{63}$

$\overline{5bcb5} = \overset{o}{7}$ $\qquad$ $\overline{5bcb5} = \overset{o}{9}$

$31\,2\,31$ $\qquad$ $2b + c + 10 = \overset{o}{9}$

$-\quad +$

$2b + 2c = \overset{o}{7} + 3$ $\qquad$ $b + b + c = \overset{o}{9} + 8$

$2(b + c) = 10 \rightarrow b + c = 5$ $\qquad$ $b + 5 = 8 \rightarrow b = 3\,;\, c = 2$

$2(b + c) = 24 \rightarrow b + c = 12$ $\qquad$ $b + 12 = 17 \rightarrow b = 5\,;\, c = 7$

Luego,

$$2a + 2b + c = \begin{cases} 2(5) + 2(3) + 2 = 18 \\ 2(5) + 2(5) + 7 = 27 \end{cases}$$

$\therefore\ 27 - 18 = 9$

Rpta.: D

3. Hace algunos años, los costos de tres autos fueron $\overline{4aa13}$, $\overline{4b124}$ y $\overline{386c4}$ dólares, y dichas cantidades son divisibles por 9; 11 y 17 respectivamente. Si los años de garantía para los tres autos coincide con el residuo por defecto que se obtiene de dividir $[a(b + c)]$ por $(a + b + c)$, ¿de cuántos años es la garantía?

A) 4 $\qquad$ B) 3 $\qquad$ C) 1 $\qquad$ D) 2

Solución:

$\overline{4aa13} = \overset{o}{9} \rightarrow 2a + 8 = \overset{o}{9} \rightarrow a = 5$

$\overline{4b124} = \overset{o}{11} \rightarrow 7 - b = \overset{o}{11} \rightarrow b = 7$

$\overline{386c4} = \overset{o}{17} \rightarrow 38604 + 10c = \overset{o}{17} \rightarrow \overset{o}{17} + 14 + 10c = \overset{o}{17} \rightarrow c = 2$

$a \times (b + c) = 5(7 + 2) = 45 \quad ; \quad a + b + c = 14$

$45 / 14 \rightarrow \mathbf{r_d} = 3 \quad \therefore$ Garantía $= 3$ años

Rpta.: B

4. En una división entera inexacta la suma del dividendo y el divisor es 32 veces el residuo por defecto, además el cociente por exceso es igual al residuo por defecto. Determine la suma de las cifras del mayor valor posible del dividendo.

A) 18 $\qquad$ B) 16 $\qquad$ C) 22 $\qquad$ D) 20

Solución:

- $r = q + 1$
- $D + d = 32\,r$

- D = d.q + r

32r – d = d(r – 1) + r → d = 31

D = 31(r – 1)+r → D = 32r – 31

- 0 < r < 31 → Máx. r = 30
- Máx. D = 32(30) – 31 = 929 → Suma de cifras = 20

Rpta.: D

5. En una división entera inexacta por defecto, el cociente es 32 y el residuo es 7. Si al dividendo se le aumenta 200 unidades y se efectúa nuevamente la división, el cociente y el residuo aumentan 3 y 2 unidades respectivamente, ¿en cuántas unidades es mayor el dividendo que el divisor, en la división inicial?

A) 3207 B) 3702 C) 2053 D) 2253

Solución:

D = d.32 + 7
D + 200 = d.35 + 9
d.32 + 200 + 7= d.35 + 9

d = 66
D = 66.32 + 7 = 2119
D – d = 2053

Rpta.: C

6. La clave para abrir una caja fuerte es $\overline{xyzwx}$, siendo dicho número un múltiplo de 375. Halle la cifra de tercer orden, de la clave, sabiendo que es la mayor posible.

A) 8 B) 1 C) 6 D) 3

Solución:

$$\overline{xyzwx} = \overset{o}{375} = \begin{cases} \overset{o}{125} \\ \overset{o}{3} \end{cases} \Rightarrow x \neq 0;\ x = 5 \quad \therefore\ \overline{zw5} = \overset{o}{125} = 125(7) = 875 \Rightarrow z_{máx} = 8$$

Rpta.: A

7. Juan le dice a David, el número de soles que tengo ahorrado es el mayor posible y no llega a los diez mil soles que tú tienes ahorrado; además dicho número al ser expresado en base 2 termina en 101; en base 5, termina en 23 y en base 12, termina en 1. ¿Cuántos soles más son los ahorros de David que de Juan?

A) 395 B) 340 C) 387 D) 321

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} J=\ldots 101_{(2)}=\overset{0}{8}+101_{(2)}=\overset{0}{8}+5=\overset{0}{8}+13 \\ J=\ldots 23_{(5)}=\overset{0}{25}+23_{(5)}=\overset{0}{25}+13 \\ J=\ldots 1_{(12)}=\overset{0}{12}+1=\overset{0}{12}+13 \end{array}\right\} J=MCM\left(\overset{0}{8},25,12\right)+13=\overset{0}{600}+13<10000$$

$$\Rightarrow \quad J=600.(16)+13=9613$$

$$D=10000 \quad \therefore \quad D-J=10000-9613=387$$

Rpta.: C

8. Con el fin de capacitar a sus docentes, la UNMSM ha programado un ciclo de talleres de investigación científica, y solo cuenta con cierto número de aulas. Cuando se consideran 20 docentes por aula, falta un aula para 17 inscritos y cuando se consideran 22 personas por aula, sobran aulas y faltan 15 inscritos para completar un aula. Si el total de inscritos es el máximo posible, menor que un millar, ¿con cuántas aulas se cuenta para dicha capacitación?

A) 50 B) 49 C) 45 D) 46

Solución:

$$N=\begin{cases} \overset{o}{20}+17 = \overset{o}{20}+100+17 = \overset{o}{20}+117 \\ \overset{o}{22}-15=\overset{o}{22}+7 = \overset{o}{22}+110+7 = \overset{o}{22}+117 \end{cases}$$

$$N=\overset{o}{220}+117=997 \begin{cases} 20m+117=997 \rightarrow m=49 \\ 22n+117=997 \rightarrow n=45 \end{cases}$$

$\therefore$ Hay 49 aulas disponibles.

Rpta.: B

9. Se coloca cierta cantidad de bacterias en un recipiente y al cabo de una hora se observa que hay 9^{11} bacterias. Si el número de bacterias que había al inicio coincide con la suma de las cuatro últimas cifras del número de bacterias, que había al cabo de una hora, expresado en base 2, ¿cuántas bacterias se colocó en el recipiente?

A) 3 B) 1 C) 2 D) 4

Solución:

$$\#\,Bacterias\ al\ cabo\ de\ una\ hora = 9^{11} = \overline{...abcd}_{(2)} = \overset{0}{16} + \overline{abcd}_{(2)}$$

$$9^{11} = \left(9^2\right)^5 .9^1 = \left(\overset{0}{16}+1\right)^5 .9 = \overset{0}{16} + 9 = \overset{0}{16} + 1001_{(2)}$$

$$De\ donde: \overline{abcd}_{(2)} = 1001_{(2)}$$

$$\therefore\quad \#\,Bacterias\ al\ inicio = a+b+c+d = 1+0+0+1 = 2$$

Rpta.: C

10. Si $N = \overline{(a-2)(3a)b}$ es un número capicúa, halle el residuo por defecto que se obtiene al dividir $N^{\overline{ab}}$ por $(\overline{ba}+a+b)$.

A) 4 B) 12 C) 5 D) 13

Solución:

$$N = \overline{(a-2)(3a)b}\ \text{es capicúa} \Rightarrow\ a-2 = b \neq 0;\ a \leq 3 \rightarrow b = 1 \wedge a = 3$$

$$N = 191\quad ;\ \overline{ba} + a + b = 17$$

$$\text{luego}\quad 191^{\overline{ab}} = (191)^{31} = (\overset{o}{17}+4)^{31} = \overset{o}{17} + 4^{31} = \overset{o}{17} + (4^2)^{15}.4$$

$$N = \overset{o}{17} + (\overset{o}{17}-1)^{15}.4 = \overset{o}{17} - 4 = \overset{o}{17} + 13\quad \therefore\quad r_d = 13$$

Rpta.: D

Aritmética

EJERCICIOS

1. Melisa lleva al parque $\overline{(a-1)2a}$ granos de maíz para alimentar a cierta cantidad de palomas. Si da un mismo número de granos a cada paloma le sobraría un solo grano; pero si reparte un grano más a cada paloma le faltarían 34 granos para alimentar a todas por igual, determine el valor de a.

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5

Solución:

$Sean: G = \overline{(a-1)2a}\ granos;\ \ p: \#\ palomas: \quad \overline{(a-1)2a} = pq+1\ y$

$\overline{(a-1)2a} = p(q+1)-34$

$\text{Luego}: pq+1 = p(q+1)-34, entonces \quad \overline{(a-1)2a} = \overset{0}{35}+1 \qquad \therefore\ a=6$

Rpta.: C

2. Si $a>b>c>0$ y $\overline{bbcc} = \overset{0}{3}$, determine el residuo que se obtiene al dividir el mayor número de la forma $\overline{accbb}_{(7)}$ por 24.

A) 9 B) 6 C) 1 D) 3

Solución:

Sea:

$$\overline{bbcc} = \dot{3} \Leftrightarrow 2(b+c) = \dot{3} \quad \therefore\ b+c = \dot{3};\ \overline{accbb}_{(7)} = \begin{cases} \dot{8}+(a+c+b)-(c+b) = \dot{8}+a \\ \dot{6}+a+\overbrace{2(c+b)}^{\dot{6}} = \dot{6}+a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \overline{accbb}_{(7)} = \dot{MCM}(8;6)+a = \dot{24}+a.\ \text{Así}\ máx(\overline{accbb}_{(7)}) \Leftrightarrow a=6.\ \therefore\ \overline{accbb}_{(7)} = \dot{24}+6$$

Rpta.: B

3. Al repartir por igual 1081 acciones entre cierta cantidad de socios de una empresa, se observa que el número de acciones que recibió cada uno y la cantidad de acciones que quedaron sin repartirse son iguales. Si el número de socios es el doble del número de acciones que recibió cada uno de ellos, ¿cuántos socios hay en dicha empresa?

A) 48 B) 46 C) 44 D) 42

Solución:

$N = 1081 = \text{número de acciones};\quad n = \text{número de socios.}$

$q = \text{número de acciones que sobraron};\quad$ n=2q

$N = 1081 = n\times q+q = q\times(2q+1). \qquad \therefore\ n=46$

Rpta.: B

4. Un juguete cuesta S/ 26. Si Jaime solo tiene 16 monedas de S/ 5 y María la cajera solo cuenta con 27 monedas de S/ 2. (en ambos casos no tomar en cuenta la igualdad o repetición de las monedas), ¿de cuántas maneras diferentes, Jaime puede efectuar el pago del juguete y a su vez recibir el vuelto exacto dado por María?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4

Solución:

Sean:

	Número de monedas que tiene	Valor unitario de las monedas
Jaime:	16	$S/\ 5.00$
María:	27	$S/\ 2.00$

$$\boxed{\text{Precio del juguete}} = \boxed{\text{Pago realizado por Jaime}} - \boxed{\text{Vuelto dado por María}}$$

$$26 = 5x - 2y$$

$$Entonces:\ \dot{5}+1=\dot{5}-2y \Leftrightarrow y=\dot{5}+2 \Rightarrow \begin{cases} y=2,7,12,17,22,27 \\ x=6,8,10,12,14,16 \end{cases}$$

$\therefore$ Jaime tiene 6 formas distintas de realizar el pago.

Rpta: B

5. En un festival de música contemporánea se han instalado tres tipos diferentes de juegos de luces; el más rápido se enciende cada 18 segundos, el intermedio cada 36 segundos y el más lento cada minuto. Si los tres juegos de luces coincidieron en encender a las 6:30p.m., determine la cantidad de veces que volverán a coincidir los tres en encender hasta las 6:45 p.m.

A) 8 B) 6 C) 4 D) 5

Solución:

Sea: $N =$ mínimo número de segundos en que coinciden los tres tipos de luces.

$$N(\text{segundos}) = MCM(\dot{18},36,60) = 180k \Rightarrow N_{mín} = 180seg = 3\text{min}.$$

Luego en 15 minutos coincidirán otras 5 veces.

Rpta: D

6. Zoé le pregunta a su abuelo Luis Alberto por su edad y este responde: “mi edad es el mayor número posible de dos cifras, tal que la diferencia entre la cifra de las decenas y el doble de la cifra de las unidades es un múltiplo de siete”. Determine la suma de cifras de la edad de Luis Alberto.

A) 17 B) 15 C) 14 D) 10

Solución:
Sea:

$N=\overline{ab}$ la edad del abuelo tal que: $a-2b=\dot{7}$

entonces: $\dot{7}=a-2b...(I)\Leftrightarrow$

$\dot{7}=7a+a-2b\Leftrightarrow\dot{7}=8a-2b\Leftrightarrow\dot{7}=4a-b...(II)$

$(II)-(I):\dot{7}=3a+b\Leftrightarrow\dot{7}=9a+3b...(IV)$

$(I)+(IV):\dot{7}=10a+b\Leftrightarrow\overline{ab}=\dot{7}.\quad\therefore \mathrm{N}_{máx}=98.\quad\therefore\ a+b=17.$

Rpta.: A

7. En una panadería solo se venden dos tipos de pan, francés e integral, cuyos precios unitarios son S/ 0,25 y S/ 0,30 respectivamente. Cierto día la producción de ambos tipos de pan fue la misma y en la primera hora de venta se vendió un sexto de los panes integrales y un quinto de los panes franceses que se preparó para ese día, recaudándose en dicha hora una cantidad entera de soles mayor que 170 y menor que 174. Determine la cantidad total de panes vendidos durante la primera hora.

A) 138 B) 724 C) 123 D) 627

Solución:
Sea:

Variedad de pan	Cantidad de panes	Valor unitario	Recaudación
Francés:	a	$S/\ 0,25$	$S/\ (0,25)\frac{a}{5}$
Integral:	b	$S/\ 0,30$	$S/\ (0,30)\frac{b}{6}$

Como: $a=b,\quad 170<\frac{a+b}{20}<174,\quad y\quad a=b=\dot{30}\quad\Rightarrow a=b=1710$

Por lo tanto, en la primera hora se vendió $\frac{a}{5}+\frac{b}{6}=627$ panes en total.

Rpta.: D

8. El número de DNI de Raúl es $\overline{103ab45c}$. Si dicho número es divisible por 792, determine el menor divisor positivo de dos cifras de $\overline{bac}$.

A) 11 B) 13 C) 17 D) 23

Solución:
Sea:

$$\overline{103ab45c} = \dot{792} \Leftrightarrow \overline{103ab45c} = \begin{cases} \dot{8} & \Rightarrow \overline{45c} = \dot{8} \Leftrightarrow c = 6 \\ \dot{99} & \Rightarrow \overline{103ab456} = \dot{99} \end{cases}$$

$$\overline{103ab456} = \dot{99} \Leftrightarrow \overline{3a} + \overline{b4} = \dot{99} - 66 \Leftrightarrow \overline{ba} = 98 \quad \therefore \overline{bac} = 2 \times 17 \times 29$$

Rpta.: C

9. Al intentar ordenar la cantidad de libros de una biblioteca en grupos de 25 faltan ocho libros para formar un último grupo, pero ordenándolos en grupos de 4 libros, no faltan ni sobran libros. Si dicha cantidad de libros se representa con cuatro cifras en la base 5, determine la mayor suma posible de las dos primeras cifras de dicha representación.

A) 3 B) 4 C) 5 D) 7

Solución:
Sea:
N : # de libros, luego

$$N = \overline{abcd}_{(5)} = \begin{cases} \dot{25} - 8 = \dot{25} + 17 = \dot{25} + 32_{(5)} = \overline{ab32}_{(5)} \\ \dot{4} \end{cases}. \qquad \text{Como: } \overline{ab32}_{(5)} = \dot{4}$$

$$\Rightarrow \overline{ab32}_{(5)} = \dot{4} + a + b + 3 + 2 \Leftrightarrow a + b = \dot{4} - 1 = \begin{cases} 3 \\ 7 \end{cases} \quad \therefore (a+b)_{máx} = 7.$$

Rpta: D

10. Si el primer y último día del mes de cierto año es un día domingo, ¿qué día de la semana es el 20 de junio de ese mismo año?.

A) sábado B) lunes C) martes D) domingo

Solución:

De los datos el año es bisiesto, luego desde el domingo 1 de febrero hasta el 20 de junio de ese mismo año se tiene:

	Febrero	*Mar*	*Abr*	*Ma*	*Jun*	*Total*	*día*
nació: Domingo 01 feb	29 +	31 +	30 +	31 +	20 =	$141 = \dot{7} + 1$	$\cong$ Domingo 20 *Junio*

Rpta: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En cierta ocasión Víctor reparte cierta cantidad de refrescos entre los amigos que lo visitaron el día de su cumpleaños, entregando la misma cantidad de refrescos a cada uno de ellos. Si al sumar el número total de refrescos repartidos y el número total de amigos que lo visitaron resulta 54, y al restar resulta 18; ¿cuántos refrescos recibió cada amigo que lo visitó?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

Solución:
Sean:

$C =$ número de refrescos repartidos. $n =$ número de amigos.

$x =$ número de refrescos que recibió cada amigo.

$C = n.x \Rightarrow n(x+1) = 54 \wedge n(x-1) = 18 \quad \therefore \quad x = 2$

Rpta.: A

2. Sea N el mayor número posible de tres cifras, tal que al dividirlo por 37 se obtiene como residuo por exceso la suma de las cifras de N. Determine el producto de las cifras de N.

A) 45 B) 144 C) 72 D) 54

Solución:

$N = \left(\overline{abc}\right)_{máx}$; $\overline{abc} = \overset{\bullet}{37} - (a+b+c) \Rightarrow 11b + 2c = \overset{\bullet}{37} + 10a$

Luego: $N = \left(\overline{abc}\right)_{máx} \Leftrightarrow a = 9,\ b = 8$ y $c = 1. \quad \therefore \ a.b.c = 72$

Rpta.: C

3. En un concurso para ocupar plazas de ingenieros, operarios y secretarias en la compañía minera Volcán se presentaron 475 candidatos. Si de los ganadores del concurso los 2/11 son varones, los 7/18 son mujeres y los 5/12 son deportistas, ¿cuántos participantes no alcanzaron plaza alguna?

A) 78 B) 79 C) 80 D) 81

Solución:

Sea N el número de ganadores del concurso.

De los datos: N es $\overset{\bullet}{11}, \overset{\bullet}{18}\ y\ \overset{\bullet}{12} \Rightarrow N = \overset{\bullet}{396} = 396k \leq 475 \ \rightarrow k = 1.$

Luego: $N = 396 \quad \therefore \ No\ alcanzaron\ plaza = 475 - 396 = 79.$

Rpta.: B

4. Si un número múltiplo de cuatro se representa con cuatro cifras en la base seis, determine la mayor suma posible de las dos últimas cifras de dicha representación.

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8

Solución:

$N=\overline{abcd}_{(6)}=\dot{4} \Leftrightarrow \dot{36}+\overline{cd}_{(6)}=\dot{4} \Rightarrow 2c+d=\dot{4};\ c,d<6.$

$$\text{Luego}:\begin{cases} c=2;\ 0;\ 2;\ 4;\ 3;\ 4;\ 5 \\ d=0;\ 4;\ 4;\ 0;\ 2;\ 4;\ 2 \end{cases} \Rightarrow (c+d)_{máx}=8$$

Rpta.: D

5. Determine el residuo por exceso de dividir $F=(36)^{2n}+(32)^{2n+1}+3\times(2)^n$ por 7.

A) 6 B) 5 C) 4 D) 2

Solución:

Tenemos:

$$F=(36)^{2n}+(32)^{2n+1}+3\times(2)^n=\left(\dot{7}+1\right)^{2n}+(4)^{2n+1}(8)^{2n+1}+3\times(2)^n$$

$$F=\left(\dot{7}+1\right)^{2n}+4\times\left(4^2\right)^n\times\left(\dot{7}+1\right)^{2n+1}+3\times(2)^n=\dot{7}+1+4\times\left(\dot{7}+2\right)^n\times\left(\dot{7}+1\right)+3\times(2)^n$$

$$F=\dot{7}+1+4\times\left(\dot{7}+2^n\right)\times\left(\dot{7}+1\right)+3\times(2)^n=\dot{7}+1+4\times\left(2^n\right)+3\times(2)^n=\dot{7}+1=\dot{7}-6.$$

Rpta.: A

6. Se reparte cierta cantidad de raciones entre 5 excursionistas y sobran 3. La misma cantidad de raciones, si se hubiera repartido entre 8 excursionistas hubiesen sobrado 6. Si el número de raciones es mínimo y el reparto se hubiera hecho entre siete excursionistas, determine el número de raciones que hubieran sobrado.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

Solución:

Sea: $N=\text{el número de raciones.}$

$$N=\begin{cases} \dot{5}+3=\dot{5}-2 \\ \dot{8}+6=\dot{8}-2 \end{cases} \Rightarrow N=\dot{40}-2=40k-2\ \therefore\ N_{mín}=38=\dot{7}+3$$

Rpta.: C

7. En una panadería, la cantidad de panes que se produce el día lunes es múltiplo de nueve, el día martes se produce la misma cantidad del día anterior aumentada en dos y esta cantidad resulta múltiplo de once. Si el día miércoles se produce lo mismo que el día anterior aumentada en dos y resulta múltiplo de trece, determine la mínima cantidad de panes producidos el día lunes.

A) 1200 B) 1256 C)1294 D) 1296

Solución:

Día	Producción de panes	Resulta
Lunes:	a	$\dot{9}$
Martes:	$a+2$	$\dot{11}$
Miércoles:	$a+4$	$\dot{13}$

$\therefore a = \dot{MCM}(9,11,13)+9$

Como: $a = \dot{1287}+9 \quad \Rightarrow a_{mín} = 1296$

Rpta.: D

8. El libro que está leyendo la mamá de Beatríz tiene entre 400 y 450 páginas. Si se cuenta el número de páginas de 2 en 2, de 5 en 5 y de 7 en 7, no sobra ninguna página, determine la suma de las cifras de la cantidad de páginas que tiene el libro que está leyendo la mamá de Beatríz.

A) 8 B) 7 C) 5 D) 6

Solución:

Sea $N =$ mínimo número de páginas del libro. $400 \le N \le 450$

$N(\text{pág.})$ es : $\dot{2}$, $\dot{5}$ y $\dot{7} \Rightarrow N = \overline{\dot{MCM}(2,5,7)} = 70k \Rightarrow 400 \le 70k \le 450 \therefore N = 420.$

Rpta.: D

9. Al dividir $\overline{674ab50}_{(9)}$ por 8 se obtiene un residuo por exceso igual a 6, pero si es dividido por 10 se obtiene un residuo nulo. Determine el mayor valor de $a \times b$.

A) 56 B) 28 C) 35 D) 30

Solución:

De los datos tenemos:

$$\overline{674ab50}_{(9)} = \begin{cases} \dot{8}-6 = \dot{8}+2 & \Leftrightarrow 0+b+4+6+5+a+7 = \dot{8}+2 \quad \Leftrightarrow a+b = \dot{8}+4 \\ \dot{10} & \Leftrightarrow (0+b+4+6)-(5+a+7) = \dot{10} \quad \Leftrightarrow b-a = \dot{10}+2 \end{cases}$$

$b = a+2 \;\; y \;\; a+b = 12 \quad \therefore (a \times b)_{máx} = 5 \times 7 = 35$

Rpta.: C

10. Determine la suma de cifras del mayor número posible de dos cifras, tal que la diferencia entre la cifra de las decenas y nueve veces la cifra de las unidades es un múltiplo de trece.

A) 10 B) 15 C) 12 D) 11

Solución:
Sea:

$N = \overline{ab}$ el mayor número tal que : $a - 9b = \dot{13}$

entonces: $\dot{13} = a - 9b \Leftrightarrow b - 3a = \dot{13} \Leftrightarrow \overline{ab} = \dot{13}.$ $\therefore \mathrm{N}_{máx} = 91.$ $\therefore$ $a + b = 10.$

Rpta: A

Aritmética

EJERCICIOS

1. Si se divide un número comprendido entre 200 y 220, por un número múltiplo de 44, se obtienen como residuos por defecto y por exceso, números que están en la relación de 5 a 6 respectivamente. Determine la suma de las cifras del dividendo de dicha división.

A) 12 B) 9 C) 18 D) 8 E) 15

Solución:

200 < D < 220, r_d=5k ,r_e=6k entonces d= 11k= $\overset{0}{44}$, de aquí k=4,8,12,…

$D = dq + r_d$

D = 88(2) + 40= 216

∴ suma de cifras de D = 2+1+6 = 9

Rpta.: B

2. El dueño de un restaurante piensa repartir la ganancia del día, representada por una cantidad exacta de soles, entre todos sus empleados y se da cuenta que, si le da 12 soles a cada uno, le sobran 2 soles; pero si hubiese tenido 6 soles más, entonces cada uno recibiría 1 sol más, con lo que no le sobraría ni le faltaría soles. Determine la ganancia en soles de ese día.

A) 76 B) 90 C) 98 D) 84 E) 74

Solución:
G: ganancia e: # de empleados

G = 12e+2 G+6 = 13e
→ 12e+8 = 13e → e=8
G= 12(8)+2 = 98

Rpta.: C

3. Una caja contiene entre 660 y 760 lapiceros. Si para venderlos se agrupasen de 9 en 9, sobrarían 3, si se agrupasen de 7 en 7, faltaría uno; pero si se agrupan de 6 en 6, no faltaría ni sobraría. Determine la suma de las cifras del número de lapiceros que contiene la caja.

A) 14 B) 12 C) 17 D) 21 E) 18

Solución:

Sea N: el número de lapiceros → 660 < N < 760

$N = \overset{0}{9} + 3 = \overset{0}{9} + 45 + 3 = \overset{0}{9} + 48$

$N = \overset{0}{7} - 1 = \overset{0}{7} + 49 - 1 = \overset{0}{7} + 48$

$N = \overset{0}{6} = \overset{0}{6} + 48$

De donde: $N = \overset{0}{\overbrace{MCM(9,7,6)}} + 48 = \overset{0}{\overbrace{126}} + 48 = 126(5)+48 = 678$

∴ Suma de cifras = 21

Rpta.: D

4. El profesor Daniel ofrece, a sus sobrinos, recompensar con dinero en soles, una cantidad equivalente a la suma de todos los valores posibles del numeral $\overline{ab}$, al primero que resuelva el siguiente ejercicio cuyo enunciado dice: Hace un momento tenía $\overline{abab}$ soles, pero gasté 10 soles entonces el número de soles que me quedó es un múltiplo de 19. Si su sobrino Marcos fue el primero que resolvió correctamente, ¿cuántos soles recibió?

A) 138 B) 198 C) 325 D) 298 E) 222

Solución:

$\overline{abab} - 10 = \overset{0}{19} \rightarrow \overline{abab} = \overset{0}{19} + 10$

$101.\overline{ab} = \overset{0}{19} + 10 \rightarrow (\overset{0}{19} + 6)\overline{ab} = \overset{0}{19} + 10$

$6.\ \overline{ab} = \overset{0}{19} + 10 = \overset{0}{19} + 48$

$\overline{ab} = \overset{0}{19} + 8 = 27; 46; 65; 84$

∴ Suma de valores= 222 Por lo tanto: Recibió 222 soles.

Rpta.: E

5. Edgar nació el 25 de noviembre de 1977, si en el año 2017 su cumpleaños fue sábado, ¿qué día de la semana cumplió dos años?

A) Sábado B) Miércoles C) Domingo
D) Lunes E) Viernes

Solución:

De 1977 a 2017: 40 años → # Años Bisiestos (1980, 84, 88, …, 2016) = 10
Años comunes = 30

Días transcurridos = 10 (366) + 30 (365) = $(\overset{0}{7}+3)(\overset{0}{7}+2)+(\overset{0}{7}+2)(\overset{0}{7}+1)$
$= \overset{0}{7}+8 = \overset{0}{7}+1$

Día que nació = Sábado – $(\overset{0}{7}+1)$ = Viernes

Día que cumplió dos años=Domingo

Rpta.: C

6. Cierto local solo tiene filas de 15 asientos y del total de asientos 2 están inhabilitados. En un evento, se llenó completamente y se dejó ingresar a 53 personas que aceptaron estar parados. Si el costo de cada entrada fue de 64 soles y a cada uno de los parados se les rebajó 9 soles, ¿cuánto será el residuo por defecto que se obtiene al dividir el número de soles recaudado ese día por 15?

A) 10 B) 12 C) 3 D) 9 E) 6

Solución:

sentados = $\overset{0}{15} - 2$; Precio c/ entrada= $\overset{0}{15}+4$

parados = $\overset{0}{15}+8$; Precio c/ entrada = $\overset{0}{15}-5$

Recaudación = $(\overset{0}{15}-2)(\overset{0}{15}+4)+(\overset{0}{15}+8)(\overset{0}{15}-5)$
$= (\overset{0}{15}-8)+(\overset{0}{15}-40) = \overset{0}{15}-48 = \overset{0}{15}-3 = \overset{0}{15}+12$

→ $r_d = 12$

Rpta.: B

7. Luis compró tres tipos de cuadernos que valen 5, 8 y 10 soles respectivamente. Si Luis compró tantos cuadernos de 8 soles como de 10 soles, gastando en total 99 soles, ¿cuántos cuadernos compró en total?

A) 15 B) 16 C) 14 D) 13 E) 18

Solución:

$5x + 8y + 10y = 99 \rightarrow 5x + 18y = 99$

$\overset{0}{5} + (\overset{0}{5} + 3)y = \overset{0}{5} + 4$

$3y = \overset{0}{5} + 4 \rightarrow y = 3 \quad ; \quad x = 9$

cuadernos = x + y + y = 9 + 3 + 3 = 15

Rpta.: A

8. A una ceremonia de graduación asistieron entre 100 y 150 personas. De dichas personas se observó que la tercera parte usan anteojos, la quinta parte usan relojes, y a la novena parte son mayores de 25 años. ¿Cuántos no usan anteojos?

A) 108 B) 45 C) 90 D) 120 E) 60

Solución:

N : # de asistentes

#anteojos: $\frac{1}{3}N$; #relojes : $\frac{1}{5}N$; # mayores de 25: $\frac{1}{9}N$

$N = \overset{o}{3} \; ; \; N = \overset{o}{5} \; ; N = \overset{o}{9} \rightarrow N = \overset{o}{MCM(3,5,9)} = \overset{o}{45} = 45K$

N = 45(3) = 135

$\therefore$ No tienen anteojos: $\frac{2}{3}(135) = 90$

Rpta.: C

9. Al convertir un número N de cuatro cifras, expresado en base 10, a las bases 9, 5 y 3 en ese orden se observa que los dígitos en los que terminan los mismos, son 2, 30 y 102 respectivamente. Halle el valor mínimo que puede tomar N expresado en base 10.

A) 1284 B) 1415 C) 1210 D) 1390 E) 1380

Solución:

$N = \overline{abcd}$

$N = \overline{...2}_{(9)} = \overset{0}{9} + 2_{(9)} = \overset{0}{9} + 2 = \overset{0}{9} + 65$

$$N = \overline{\ldots 30}_{(5)} = \overset{0}{25} + 30_{(5)} = \overset{0}{25} + 15 = \overset{0}{25} + 65$$

$$N = \overline{\ldots 102}_{(3)} = \overset{0}{27} + 102_{(3)} = \overset{0}{27} + 11 = \overset{0}{27} + 65$$

Entonces: $N = \overset{0}{\overline{MCM(9; 25; 27)}} = \overset{0}{675} + 65$

$$N = 675(2) + 65 = 1415$$

Rpta.: B

10. Si el menor numeral de tres cifras diferentes cuya base es el producto de los residuos por defecto y exceso obtenidos al dividir 9089^{2020} por 7, se expresa en base 10; determine la suma de sus cifras.

A) 22 B) 20 C) 11 D) 18 E) 16

Solución:

$(9089)^{2020} = (\overset{0}{7} + 3)^{2020} = \overset{0}{7} + 3^{2020} = \overset{0}{7} + \mathbf{3^{\dot{6}+4}} = \overset{0}{7} + 4 = \overset{0}{7} - 3$

Base = $r_d.r_e$ = 4(3) = 12

Menor Número = $102_{(12)}$ = 146

∴ 1+4+6 = 11

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Con la finalidad de motivar al estudio de la aritmética un padre le dice a su hijo: «Si obtienes correctamente el valor del residuo por defecto y exceso luego que dividas el numero N = $(\overline{abcd2019})^{2342019}$ por 8, te daré tantos soles como el producto de dichos residuos». Si el hijo resolvió correctamente, ¿cuántos soles recibirá?

A) 16 B) 15 C) 12 D) 7 E) 14

Solución:

N= $\left(\overset{0}{8} + 3\right)^{\overset{0}{4+3}} = \overset{0}{8} + 3^{4k+3} = \overset{0}{8} + (3^2)^{2k}.\ 3^3 = \overset{0}{8} + \left(\overset{0}{8} + 1\right)^{2k}.\left(\overset{0}{8} + 3\right)$

→ r_d= 3 ; r_e = 5

∴ recibió = 3×5 = 15 soles

Rpta.: B

2. José le dice a su amigo Edgar que le preste cierta cantidad de dinero. Edgar le dice que solo le podrá prestar una cantidad en soles igual a la suma de los cuadrados de los residuos por exceso y por defecto que se obtiene de dividir $N = 23 + 23^2 + 23^3 + 23^4 + ... + 23^{69}$ por 9. ¿Cuántos soles podrá prestar Edgar?

A) 63 B) 65 C) 41 D) 53 E) 45

Solución:

$N = (\overset{0}{9}+5)^1 + (\overset{0}{9}+5)^2 + (\overset{0}{9}+5)^3 + (\overset{0}{9}+5)^4 + (\overset{0}{9}+5)^5 + \ldots + (\overset{0}{9}+5)^{69}$

$N = \overset{0}{9} + 5^1 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + 5^6 + \ldots + 5^{69}$

$N = \overset{0}{9} + [\,(\overset{0}{9}+5) + (\overset{0}{9}-2) + (\overset{0}{9}-1) + (\overset{0}{9}-5) + (\overset{0}{9}+2) + (\overset{0}{9}+1)\,] + \ldots + 5^{69}$

$N = \overset{0}{9} + [\overset{0}{9}] + [\overset{0}{9}] + \ldots + [\overset{0}{9}] + 5^{67} + 5^{68} + 5^{69}$

$N = \overset{0}{9} + [(\overset{0}{9}+5) + (\overset{0}{9}-2) + (\overset{0}{9}-1)]$

$N = \overset{0}{9} + 2 = \overset{0}{9} - 7 \rightarrow r_e = 7$

∴ préstamo = 53

Rpta.: D

3. Al dividir 76543^{149} por 5, determine la diferencia positiva de los residuos por exceso y por defecto.

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Solución:

$$76543^{149} = (\overset{0}{5}+3)^{149} = \overset{0}{5} + 3^{149} = \overset{0}{5} + (3^2)^{73}.3^3 = \overset{0}{5} + (\overset{0}{5}-1)^{73}.27$$
$$= \overset{0}{5} - 27 = \overset{0}{5} - 2 = \overset{0}{5} + 3$$

∴ diferencia: 1

Rpta.: B

4. En una división inexacta, el residuo por exceso excede en 39 unidades al residuo por defecto y este es excedido en 54 unidades por el divisor, que a su vez excede al cociente por defecto en 23 unidades. ¿En cuántas unidades excederá el dividendo al cociente por exceso?

A) 3 143 B) 3 144 C) 3 142 D) 3 134 E) 3 133

Solución:

$r_e - 39 = r_d \quad ; \quad r_d + 54 = d \quad ; \quad d - 23 = q_d$

Como: $r_d + r_e = d \rightarrow r_d + 54 = r_d + r_e \rightarrow r_e = 54$

Luego: $r_d = 15$, $d = 69$; $q_d = 46$; $q_e = 47$

De donde: $D = d.q_d + r_d = (69)(46) + 15 = 3189$

$\therefore$ $D - q_e = 3189 - 47 = 3142$

Rpta.: C

5. Un comerciante pagó por 7 televisores de una marca $\overline{ab(a-2)(b+1)}$ soles y por 13 televisores de otra marca $\overline{(a+2)b(b-3)(a+2)}$ soles . ¿Cuántos soles más costará un televisor de una marca que de la otra?

A) 10 B) 16 C) 20 D) 56 E) 48

Solución:

A: $\overline{(a+2)b(b-3)(a+2)} = \overset{0}{13} \rightarrow 7b + 4 = \overset{0}{13} \rightarrow b = 5$

B: $\overline{ab(a-2)(b+1)} = \overline{a5(a-2)6} = \overset{0}{7} \rightarrow 2a + 10 = \overset{0}{7} \rightarrow a = 2$

B : c/u = 2506/7 = 358 soles
A : c/u = 4524/13= 348 soles
Costará 10 soles más

Rpta.: A

6. Marcelo alquila un número máximo de sillas, que no llegan al millar, y tiene que ordenarlos por filas. Si los pone en filas de 5 le sobra una, pero si los pone en filas de 6 o de 7, no le sobrarían sillas. Determine el número de sillas que alquiló.

A) 927 B) 966 C) 918 D) 924 E) 915

Solución:
Sea N: # de sillas. ; $N_{(máx)} < 1000$

$N = \overset{0}{42} = \overset{0}{42} + 42(3) = \overset{0}{42} + 126$

$N = \overset{0}{5} + 1 = \overset{0}{5} + 5(25) + 1 = \overset{0}{5} + 126$

De donde: $N = \overset{0}{\widehat{MCM(42;5)}} + 126 = \overset{0}{\widehat{210}} + 126$

$N\ (máx.) = 210(4) + 126 = 966$

Rpta.: B

7. Juan tiene 3 cajas que contienen la misma cantidad de lapiceros no menor que 500 en cada caja. En la primera caja los cuenta de 3 en 3 le sobran 2, en la segunda caja los cuenta de 4 en 4 y le sobran 3, finalmente en la tercera caja los cuenta de 5 en 5 y le sobran 2. Determine el menor número de lapiceros que puede tener en las tres cajas.

A) 1581 B) 1519 C) 1610 D) 1493 E) 1512

Solución:

Sea. N : # lapiceros en cada caja ; $N_{(mín.)} > 500$

$N = \overset{0}{3} + 2 = \overset{0}{3} - 1$

$N = \overset{0}{4} + 3 = \overset{0}{4} - 1$ De donde: $N = \overset{0}{12} - 1$

$N = \overset{0}{12} - 1 = \overset{0}{12} + 48 - 1 = \overset{0}{12} + 47$

$N = \overset{0}{5} + 2 = \overset{0}{5} + 45 + 2 = \overset{0}{5} + 47$

Luego: $N = \overset{0}{60} + 47$

$N_{(Mín.)} = 60(8) + 47 = 527$. Entonces en las tres cajas 527(3)=1581

Rpta.: A

8. Al estreno de una película apta para todas las edades, ingresaron a una de las salas $\overline{abc}$ personas, donde $\overline{(a+3)b}$ son varones adultos y $\overline{ca}$ son mujeres adultas. Si las tres cantidades mencionadas anteriormente son múltiplos de 11, 7 y 9 respectivamente, ¿cuántos niños de ambos sexos ingresaron a ver la película a dicha sala?

A) 86 B) 131 C) 77 D) 122 E) 68

Solución:

i) Mujeres adultas: $\overline{ca} = \overset{0}{9} \Rightarrow c + a = \overset{0}{9} \Rightarrow c + a = 9$

ii) Total : $\overline{abc} = \overset{0}{11} \Rightarrow a - b + c = \overset{0}{11}$

De i) y ii) : $9 - b = \overset{0}{11} \Rightarrow b = 9$

Varones adultos : $\overline{(a+3)b} = \overset{0}{7} \Rightarrow \overline{(a+3)9} = \overset{0}{7} = 49 \rightarrow a = 1 \; ; \; c = 8$

∴ #niños = 198 – 49 – 81 = 68

Rpta.: E

9. Con $\overline{abc}$ soles se compró un número mínimo de libros. Si cada libro costó $\overline{(a-6)(b-1)(c-5)}$ soles, ¿cuántos libros se compró?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 10 E) 16

Solución:

$\overline{abc} = \overline{(a-6)(b-1)(c-5)} \,.\, K$

$\overline{abc} = (\overline{abc} - 615).\, K$

$615.K = (\overline{abc}).\,(K-1)$

Para K = 4: $615.(4) = (\overline{abc}).\ (4-1) \rightarrow \overline{abc} = 820$ (No cumple)

Para K = 6: $615.(6) = (\overline{abc}).\ (6-1) \rightarrow \overline{abc} = 738$ (Sí cumple)

∴ # menor de libros comprados = 6

Rpta.: C

10. Un comerciante tenía cierta cantidad de manzanas y las repartió todas entre sus 39 clientes, en cantidades iguales; además esa cantidad es equivalente al menor número de tres cifras diferentes, disminuido en la suma de sus cifras. ¿Cuántas manzanas tenia al inicio?

A) 130 B) 124 C) 117 D) 152 E) 115

<u>Solución</u>:

Cantidad de manzanas: $\mathbf{N} = \overset{0}{\mathbf{39}}$

$\mathbf{N} = \overline{\mathbf{abc}} - (\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}) = \overset{0}{\mathbf{39}}$

$\mathbf{N} = \mathbf{99a} + \mathbf{9b} = \overset{0}{\mathbf{39}}$

$21a + 9b = \overset{\circ}{39}$, entonces a = 1, b = 2,

$N_{min} = \overline{12c} - (1+2+c) = 117$

Rpta.: C

Aritmética

EJERCICIOS

1. Sabiendo que $F=\left(\underbrace{222...222}_{\text{abcde00 cifras}}{}_{(3)}\right)^{\overline{mnpq}}$, halle el resto de dividir F por 10.

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Solución:

$$\left(3^{\overline{abcde00}}-1\right)^{\overline{mnpq}}=(3^{4k}-1)^{\overline{mnpq}}=((3^4)^k-1)^{\overline{mnpq}}=((\dots\dots 1)^k-1)^{\overline{mnpq}}$$
$$= \ . \ . \ . \ 0$$

Rpta.: A

2. Si $\overline{abc}=\dot{6}$ y $\overline{cba}=\dot{5}$, donde a,b y c son diferentes entre si, halle el máximo valor de (a+b+c).

A) 15 B) 18 C) 21 D) 12 E) 24

Solución:

$\overline{cba}=\dot{5} \rightarrow a=5$ y $\overline{abc}=\dot{6} \rightarrow \overline{5bc}=\dot{3} \rightarrow c=2,4,6,8$

$b+c=\dot{3}+1=13,\ b=7,\ c=6\ maximo\ (a+b+c)=18$

Rpta.: B

3. En una división entera inexacta, la diferencia entre el residuo por defecto y el cociente por defecto es igual a la diferencia entre el residuo por exceso y el cociente por exceso, en ese orden. Si el dividendo es el mayor número posible de dos cifras y el divisor es igual a 7, halle el cociente por exceso.

A) 5 B) 2 C) 14 D) 11 E)

Solución:

$D=d.q_d+r_d$ y $D=d.q_e-r_e$

$r_d-q_d=r_e-q_e$, entonces $q_e-q_d=r_e-r_d$, luego $r_e-r_d=1$ y $r_e+r_d=7=d$

$\rightarrow r_e=4$ y $r_d=3$

$\therefore D=\overline{ab}_{máx}=7q_{máx}+3 \rightarrow q_{máx}=13 \rightarrow q_e=q+1=14$

Rpta.: C

4. Roger regalará a su hijo cierta cantidad de canicas equivalente a $(r_e)^2$, cuando este encuentre correctamente su valor. Si r_e representa al residuo por exceso luego de dividir $(6664)^{666}$ por 11, ¿cuántas canicas regalara Roger?

A) 1 B) 100 C) 64 D) 4 E) 81

Solución:

$$(6664)^{666} = \left(\dot{11} - 2\right)^{666} = \dot{11} + 2^{666}$$

$$= \dot{11} + \left(2^5\right)^{133} \times 2 = \dot{11} + (\dot{11} - 1)^{133}.2 = \dot{11} - 2 \rightarrow r_e = 2 \rightarrow \left(r_e\right)^2 = 4$$

Rpta.: D

5. Dos hermanos tienen $\overline{zx}$ y $\overline{xy}$ años, donde z e y son números pares. Si $\overline{zx}_{(y)} = \overline{xy}_{(z+3)}$ y además $x + y + z = 13$, halle el resto por exceso que resulta al dividir la edad del mayor por la edad del menor.

A) 22 B) 28 C) 19 D) 21 E) 29

Solución:

$\overline{zx}_{(y)} = \overline{xy}_{(z+3)} \rightarrow z < y < z + 3 \rightarrow y = z + 2$

$x + y + z = 13 \rightarrow x + z + 2 + z = 13 \rightarrow x = 11 - 2z$

$\overline{z(11 - 2z)}_{(z+2)} = \overline{(11 - 2z)(z + 2)}_{(z+3)}$

$z(z + 2) + 11 - 2z = (11 - 2z)(z + 3) + z + 2$

$z^2 + 11 = 6z - 2z^2 + 35 \rightarrow 3z^2 - 6z - 24 = 0$

$z^2 - 2z - 8 = 0 \rightarrow z = 4;\ y = 6;\ x = 3$

Luego, $\overline{zx} = 43;\ \overline{xy} = 36 \rightarrow 43 = 2 \times 36 - 29 \quad \therefore \mathbf{r_e} = \mathbf{29}$

Rpta.: E

6. Joaquín le plantea el siguiente problema a Hugo: "Dado tres números enteros positivos, se cumple que al multiplicar los dos menores y dividir el resultado por 19 se obtiene 4 de residuo; al multiplicar los dos mayores y dividir el resultado por 19 el residuo es 1; pero al multiplicar los tres números enteros y el resultado se divide por 19, el residuo por exceso es 9. Halle el residuo al dividir la suma de los tres números por 19". Si Hugo respondió correctamente, ¿cuál fue dicho residuo?

A) 11 B) 9 C) 7 D) 5 E) 13

Solución:

$a<b<c$

$a.b=\overset{o}{19}+4;\ b.c=\overset{o}{19}+1\ y\ a.b.c=\overset{o}{19}+10$

Entonces

$a=\overset{o}{19}+10;\ b=\overset{o}{19}+8;\ c=\overset{o}{19}+12$

Por lo tanto: $a+b+c=\overset{o}{19}+11;$ r = 11

Rpta.: A

7. Julio le pregunta a Julieta: ¿Cuántos años tiene tu hijo mayor?, ella le responde: Mi primogénito tiene tantos años como el residuo por exceso que se obtiene al dividir correctamente $\left(\overline{\mathbf{ab1ab4}}\right)^{\overline{\mathbf{ab5}}}$ por 11. ¿Cuántos años tiene el primogénito de Julieta?

A) 9 B) 10 C) 4 D) 7 E) 2

Solución:

$\mathrm{M}=\overline{\mathrm{ab1ab4}}$, entonces $(4+a+b)-(a+1+b)=\dot{11}+3$

$M^{\overline{ab5}}=(\dot{11}+3)^{\overline{ab5}}=\dot{11}+3^{\overline{ab5}}$, Potencia de 3 Módulo 11:

$$3^1=\dot{11}+3$$
$$3^2=\dot{11}+9$$
$$3^3=\dot{11}+5$$
$$3^4=\dot{11}+4$$
$$3^5=\dot{11}+1$$

Cada vez que la potencia de 3 es múltiplo de 5, el residuo por defecto es 1, por lo tanto el residuo por exceso será 10.

Por lo tanto: El primogénito de Julieta tiene 10 años

Rpta.: B

8. Betty acaba de llegar a Lima luego de unas vacaciones por la costa mediterránea. Ella trajo lapiceros y llaveros como regalos para sus hermanos y amistades cercanas. Al repartir los regalos se da cuenta que entregando 12 artículos a cada uno de sus hermanos, sólo le quedan 7 para sus amistades. Entonces decide obsequiar la mayor cantidad posible a sus hermanos quedándole 2 artículos para su mejor amiga. ¿Cuántos artículos trajo en total Betty al regreso de su viaje?

A) 57 B) 115 C) 67 D) 117 E) 91

Solución:

N: número de presentes,

q: número de hermanos,

m: número máximo de presentes para cada hermano

N = 12(q) + 7 y N = q(m) + 2

Luego: N = 12(q) + 7 = 12(q) + 5 + 2 = q(m) + 2

Luego: $12(q) + 5 = \dot{q} \rightarrow q = 5$

$\therefore N = 12(5) + 7 = 67$

Rpta.: C

9. Raúl escribe en la pizarra un número natural x, enseguida su profesora escribe en la misma pizarra los números (x + 2), (2x + 2) y (4x + 4). ¿Para cuántos valores de x se cumple que el promedio de los números escritos por la profesora es un múltiplo del número que escribió Raúl?

A) 4 B) 3 C) 1 D) 2 E) 0

Solución:

Por dato: $\frac{7x+8}{3} = \overset{\circ}{x}$

Luego:

$$7x + 8 = \overset{\circ}{3} \rightarrow x = \overset{\circ}{3} + 1 = 3k + 1$$

$$k = 0 \rightarrow x = 1$$

$$k = 1 \rightarrow x = 4$$

Por lo tanto: x toma solo 2 valores

Rpta.: D

10. El presidente de una ONG compró cierta cantidad de juguetes que oscila entre 1300 y 1500, para obsequiarlos a un grupo de niños.
– Si él los agrupa de dos en dos, le sobra uno.
– Su secretaria los agrupó de tres en tres y le dijo que no le sobró juguetes.
– Nuevamente el presidente los agrupó de cinco en cinco y le faltó dos juguetes.
– Finalmente su secretaria formó grupos de siete y le comentó a su jefe que le sobraron cuatro juguetes.
¿Cuántos juguetes compró el presidente de esa ONG?

A) 1323 B) 1353 C) 1473 D) 1443 E) 1383

Solución:
Del recuento del presidente se deduce que es un número impar.
De la primera observación de la secretaria se deduce que se trata de un múltiplo de 3.
Con el nuevo resultado del presidente se puede deducir que debe acabar en 3 o en 8, entonces, como tiene que ser impar debe acabar en 3.
Los múltiplos de 3 que terminan en 3 y que se encuentran entre 1300 y 1500 son: 1323, 1353, 1383, 1413, 1443 y 1473.
Al dividir por 7, el único que tiene resto 4 es 1383 = 197 x 7 + 4

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La cantidad de amigos que invitará David a su cumpleaños este año, está representada por el número total de valores que puede tomar $\overline{ab}$ en el siguiente problema. Si David tuvo 265 invitados el año anterior y al multiplicar $\overline{ab}$ veces esta cantidad resulta un número que es múltiplo de la cantidad de días de la semana más 6, determine la cantidad de amigos que invitará David en este año.

A) 45 B) 43 C) 25 D) 50 E) 28

Solución:
$(265)^{\overline{ab}} = (\overset{o}{7}+6)^{\overline{ab}} = \overset{o}{7}+6^{\overline{ab}} = \overset{o}{7}+6 \Rightarrow 6^{\overline{ab}} = \overset{o}{7}+6,$

Luego $6^1 = \overset{o}{7}+6 = 6^{\overset{o}{2}+1}$; $6^2 = \overset{o}{7}+1 = 6^{\overset{o}{2}}$

$\overline{ab}$ es impar, entonces tomara los valores 11; 13; 15; …; 99. Por lo tanto hay 45 valores.

Rpta.: A

2. Determine la suma de las cifras del mayor número entero de tres cifras que al ser dividido por otro número de dos cifras se obtiene los restos por defecto y por exceso que son dos números enteros cuyo producto es 377.

A) 18 B) 23 C) 19 D) 25 E) 26

Solución:
Se sabe que: $D = d\,q + r_d$, $D = d\,(q + 1) - r_e$,

además, por dato: $r_d . r_e = 377 = 29.13$

Considerando: $r_d = 29$ y $r_e = 13$, entonces se tiene que

$D = 42q + 29 = 42(23) + 29 = 995$.

Rpta.: B

3. Los niños del aula A del Centro Educativo "Guamán Poma de Ayala" compraron un boleto de rifa y ganaron cierta cantidad de lapiceros. Al repartir los lapiceros entre todos los niños del aula, en partes iguales, la profesora observó que la división resultaba inexacta. Si, además, el residuo por defecto, el residuo por exceso, la cantidad de niños disminuido en uno y el cociente por defecto forman una progresión aritmética de razón 7, ¿cuántos lapiceros ganaron los niños del aula A?

A) 965 B) 657 C) 675 D) 727 E) 624

Solución:
$r,\ r_e,\ n-1,\ q$ es una PA con razon 7

$r,\ r+7,\ r+14,\ r+21 \Rightarrow r+15 = d \Rightarrow r_e = 15$

pero $r+7 = 15 \Rightarrow r = 8 \Rightarrow q = 8+21 \Rightarrow q = 29 \Rightarrow d = 23$

$D = 23x29 + 8 = 675$

Rpta.: C

4. María va de compras llevando cierto número entero de soles. Al dividir dicho número por 67, el residuo por defecto es el triple del cociente por defecto y el residuo por exceso es el cuádruplo del cociente por exceso. Si María gastó una cantidad de soles equivalente a 14 veces el residuo por exceso, ¿cuántos soles le quedó?

A) 252 B) 80 C) 152 D) 70 E) 30

Solución:
$r_d = 3q$; $r_e = 4(q+1)$, entonces $r_d + r_e = d$, luego $3q + 4(q+1) = 67$, de donde $q = 9$; $r_d = 27$ y $r_e=40$

por lo tanto $D = 67(9) + 27 = 630$, finalmente le queda = 630 – 14(40) = 70 soles.

Rpta.: D

5. Un grupo de 23 amigos debe compartir una cuenta por consumo en partes iguales. Pedro, que es un matemático, realiza la división tomando como base una cantidad menor a la cuenta y logra obtener un residuo máximo. Terminada la reunión, el mesero le indica a Pedro que a la cuenta que asumió le faltó 70 soles; por lo que cada integrante aportó 24 soles. Determine la suma de las cifras del número de soles que pagaron al cancelar la cuenta.

A) 14 B) 10 C) 16 D) 18 E) 12

Solución:
Sea la cuenta: N
Por dato del problema tenemos: divisor = 23; cociente = q y el $r_{máx}$ = 22, entonces se tiene que $N = 23q + 22$
Como el mesero dice que la cuenta es $N + 70$; divisor = 23 y cociente = 24
Luego $N + 70 = 23(24)$, entonces $23q + 22 + 70 = 552$, por lo tanto, la suma pedida será 12

Rpta.: E

6. La suma de los términos de una división inexacta es 791. Si triplicamos el dividendo y el divisor, y volvemos a efectuar nuevamente la división, resulta que la suma de los términos es 2339. Halle la suma de las cifras del menor número que representa al dividendo inicial.

A) 24 B) 14 C) 13 D) 12 E) 15

Solución:
Por ser división inexacta se cumple: $D = dq + r$
Por dato: $D + d + q + r = 791$……(α)
Si triplicamos el dividendo y el divisor, entonces el residuo también se triplica y el cociente no varía, entonces se tiene: $3D = 3dq + 3r$ y del dato:
$3D + 3d + 3r + q = 2339$ ……(β)
Luego:

$$\begin{array}{rl} (\alpha)x3: & 3D + 3d + 3q + 3r = 2373 \\ (\beta): & 3D + 3d + q + 3r = 2339 \\ \hline & 2q = 34 \\ & q = 17 \end{array}$$

Reemplazando en (α)

$9d + r = 387$
$\downarrow \ \downarrow$
$39 \ \ 36 \rightarrow D = 39x17 + 36 = 699$
$40 \ \ 27 \rightarrow D = 40x17 + 27 = 707$
$41 \ \ 18 \rightarrow D = 41x17 + 18 = 715$
$42 \ \ 9 \rightarrow D = 42x17 + 9 = 723$
Nos piden:
D = 699→ 6+9+9 = 24

Rpta.: A

7. Un numero N, de cuatro cifras, se divide por su complemento aritmético. Si el cociente resultante es 77 y el residuo 94. Halle la suma de las cifras de N.

A) 26 B) 27 C) 28 D) 29 E) 25

Solución:

$N = 77(10^4 - N) + 94$

$N = 9873$

$9 + 8 + 7 + 3 = 27$

Rpta.: B

8. En una división entera inexacta, el residuo por defecto y el residuo por exceso están en la relación de 4 a 9, además, el divisor es el menor múltiplo de 5. Halle el menor dividendo de cuatro cifras.

A) 1040 B) 1030 C) 1060 D) 1020 E) 1050

Solución:

$\left.\begin{array}{l} r_d = 4k \\ r_e = 9k \end{array}\right\} \rightarrow \ d = 13k = \overset{0}{5} \ \rightarrow \ k = 5 \rightarrow \ d = 65; \ r_d = 20; \ r_e = 45$

Ahora, como

$D = dq + r_d \ \rightarrow \overline{abcd} = 65q + 20 \ \rightarrow \ q = 15 \ o \ q = 16$

Por lo tanto $D = \overline{abcd} = 65 \times 16 + 20 = 1060$

Rpta.: C

9. Juan invirtió S/ 1136 en la compra de camisas y pantalones. Si los costos por unidad fueron S/ 28 y S/ 45, respectivamente, y la cantidad de camisas que compró fue la menor posible, ¿cuántos artículos compró en total?

A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

Solución:

1136=28c+45p, entonces $\dot{45}$+11=28c+$\dot{45}$, de donde $\dot{45}$+11=28c, luego $\dot{45}$+56=28c y finalmente, como c es mínimo tendremos c = 2 y p = 24. Por lo tanto el total de artículos será 24+2=26

Rpta.: D

10. El dividendo y el cociente de una división inexacta son 458 y 10, respectivamente. ¿Cuál es la suma de todos los posibles valores del residuo?

A) 76 B) 88 C) 86 D) 78 E) 92

Solución:

458 = d (10) + R

R < d

r = 8; 18; 28; 38

Suma = 92

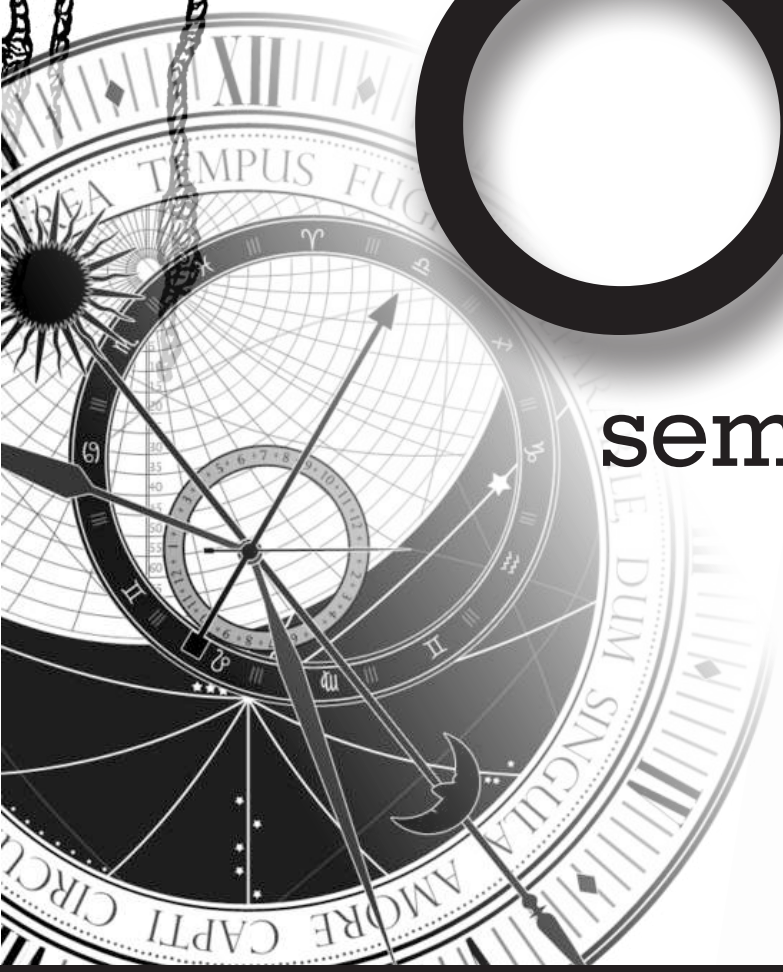
Rpta.: E

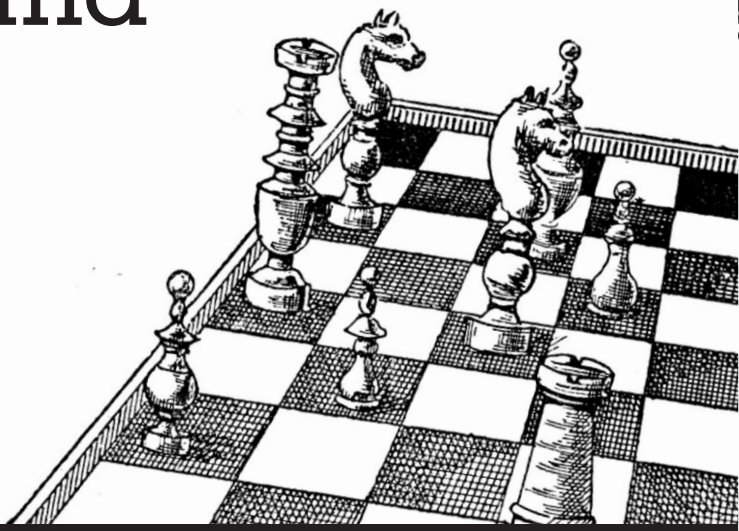
ARITMÉTICA

MANUAL DE PRACTICAS Y EJERCICIOS

06

semana





pre SAN MARCOS

Manhattan Editores

Aritmética

NÚMEROS PRIMOS

Se dice que un número natural es primo o primo absoluto, cuando admite tener únicamente 2 divisores positivos que son la unidad y él mismo.

Ejemplo: 17 admite como divisores a 1 y 17.

Observaciones:

1) La unidad es el único número que no es primo ni compuesto por tener un solo divisor.
2) Se llama número primo en Z a todo número entero que posee exactamente 4 divisores
3) Si p es un número primo en Z, entonces –p es un número primo en Z.

NÚMEROS COMPUESTOS

Se dice que un número natural es compuesto cuando admite tener más de dos divisores positivos.

Los números primos menores a 100: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97

Teorema (Criterio de Eratóstenes)
Sea $n \in \mathbb{N}$ ($n > 1$). Si no existe $q \in \mathbb{N}$ (primo), $1 < q \leq \sqrt{n}$, que divide a n, entonces n es un número primo.
Ejemplo: Si $\sqrt{227}$ = 15,06… Los números primos ≤ que 15 son: 2, 3, 5, 7, 11, 13
Como ninguno de los números: 2, 3, 5, 7, 11, 13 divide a 227 $\therefore$ 227 es primo.

Teorema Fundamental de la Aritmética

Si $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$, entonces existe un conjunto finito de números primos p_k y $\alpha_k \in \mathbb{N} - \{0\}$, donde $k = 1, 2, 3, 4,\ldots, m$ tales que $0 < p_1 < p_2 < p_3 <\ldots< p_m$ donde:

$$\boxed{n = p_1^{\alpha_1} . p_2^{\alpha_2} . p_3^{\alpha_3} \ldots p_m^{\alpha_m} \text{ (descomposición canónica de n).}}$$

Ejemplo:

Sea $a^b . (a + 1)^a . \overline{ab}$ la descomposición canónica del número N. Si N es el menor posible, halle la suma de cifras de N.

Solución

$N = 2^3.3^2.23 \rightarrow$ N = 1656. Por lo tanto 1+ 6 + 5 + 6 = 18.

CANTIDAD DE DIVISORES POSITIVOS (CD)

Sea $n \in \mathbb{N}$ $(n > 1)$, cuya descomposición canónica es de la forma $p_1^{\alpha_1} . p_2^{\alpha_2} . p_3^{\alpha_3} \ldots p_m^{\alpha_m}$, la cantidad de divisores positivos de n denotada por CD(n), está definida como:

$$CD(n) = (\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1)(\alpha_3 + 1)\ldots(\alpha_m + 1)$$

Nota: Sea $n \in \mathbb{N}$, entonces:

1) (CD (n)) = (CD primos) + (CD compuestos) + 1

2) (CD (n)) = (CD primos) + (CD no primos)

3) # (Divisores simples) = # (Divisores primos) + 1.

4) Divisor propio: Es aquel que, siendo divisor de un número, no es igual a él.

Ejemplos:

- Los divisores propios de 8 son: 1; 2 y 4
- Los divisores propios de 20 son: 1; 2; 4; 5 y 10

Ejemplo:

El número $N = 3^n + 3^{n+3}$ tiene 33 divisores positivos que no son números primos, halle el número de divisores primos del número $\overline{nnn}$.

Solución

$N = 3^n + 3^{n+3} = 3^n(1 + 3^3) = 3^n.2^2.7$ entonces $N = 3^n.2^2.7$

(CD (n)) = (CD primos) + (CD no primos)

(n + 1)(3)(2) = 33 + 3 entonces n = 5. Luego $\overline{\mathbf{nnn}}$ = 555 = 5.3.37. Por lo tanto el número de divisores primos es 3.

SUMA DE DIVISORES POSITIVOS

Sea n $\in \mathbb{N}$ (n > 1), cuya descomposición canónica es de la forma $a^{\alpha} . b^{\beta} . c^{\theta}$, la suma de los divisores positivos de n denotada por SD(n), está definida como:

$$\boxed{\mathbf{SD(n)} = \left(\frac{a^{\alpha+1}-1}{a-1}\right).\left(\frac{b^{\beta+1}-1}{b-1}\right).\left(\frac{c^{\theta+1}-1}{c-1}\right)}$$

PRODUCTO DE DIVISORES POSITIVOS

Sea n $\in \mathbb{N}$ (n > 1), cuya descomposición canónica es de la forma $a^{\alpha} . b^{\beta} . c^{\theta}$, el producto de los divisores positivos de n denotado por PD(n), está definido como:

$$\boxed{\mathbf{PD(n)} = \sqrt{n^{CD(n)}}}$$

Ejemplo:

El producto de los divisores positivos de un número es $\mathbf{3^{12} \times 5^{6} \times 7^{6}}$, además tiene 12 divisores positivos. Calcule la suma de los divisores que no son múltiplos de 7.
Solución:

SD(N) = 624 ; PD(N) = $3^{12}.5^{6}.7^{6}$ entonces $N^{CD/2} = (3^{2}.5.7)^{12/2}$ entonces N = $3^{2}.5.7$

Por lo tanto SD(N no $\overset{0}{7}$) = $\frac{3^3-1}{3-1}.\frac{5^2-1}{5-1}$ = 13(6) = 78

Aritmética

EJERCICIOS

1. José sabe que el número 420 no tiene 760 divisores positivos, para que los tenga, ¿cuántas veces debe multiplicarlo por 12?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 9

Solución:

Multiplicando "n" veces 12 por 420:

$12^n.420 = 2^{2n+2}.3^{n+1}.5.7$, entonces (2n + 3)(n + 2).2.2 = 760, luego n = 8.

Por lo tanto: Debe multiplicar 8 veces.

Rpta.: C

2. Juan debe colocar en paneles de una sala para exponer 24 cuadros de su obra de arte. Si por cada forma de exponer en un panel cobra 25 soles, ¿cuánto recauda al final de todas las formas de su exposición?

A) 1500 B) 1350 C) 1800 D) 1650

Solución:

$24 = 2^3 \times 3$

Considerando los modos de exposición, son todas las formas de panel posible, consideraremos:

1 panel con los 24 cuadros, 2 paneles de 12, 3 paneles de 8, etc. Es decir el número de paneles nos indica el modo de exponer, y observamos que son divisores de 24.

El número de paneles que utilizó en toda la exposición es la suma de divisores de 24, es decir: $SD = \frac{2^4-1}{2-1} \cdot \frac{3^2-1}{3-1} = 60$

Luego, recauda: 60 x 25 = 1500

Rpta.: A

3. Un grupo de amigas encargan a su amigo Ramón para que compre prendas de vestir del mismo tipo (mismo precio) cuyos precios en soles son 6, 8, 12, 16, 18, 24, 30,…, cada uno. Si Ramón debe comprar las prendas con los 2016 soles que le dieron entre sus amigas, y mínimo debe comprar 2, ¿cuántas opciones tiene Ramón para elegir las prendas para sus amigas?

A) 18 B) 22 C) 25 D) 20

Solución:
El número de maneras distintas de comprar que tiene Ramón, está dado por el número de divisores que admita

$$2016 = 2^5 \times 3^2 \times 7$$

El número de opciones que tiene Ramón para realizar la compra conforme lo ordenado, es igual a la cantidad de divisores múltiplos de ocho o seis.

$$\left.\begin{array}{l} 2016 = 6\left(2^4 \times 3^1 \times 7^1\right) \to CD_{\underset{6}{0}}\left(2016\right) = 5 \times 2 \times 2 = 20 \\ 2016 = 8\left(2^2 \times 3^2 \times 7^1\right) \to CD_{\underset{8}{0}}\left(2016\right) = 3 \times 3 \times 2 = 18 \\ 2016 = 24\left(2^2 \times 3^1 \times 7^1\right) \to CD_{\underset{24}{0}}\left(2016\right) = 3 \times 2 \times 2 = 12 \end{array}\right\} 20 + 18 - 12 = 26$$

Por lo tanto Juan tiene 26 – 1 =25 opciones para elegir la prenda de vestir para sus amigas.

Rpta: C

4. La edad de Miguel es un número de dos cifras que posee 5 divisores positivos, pero si se multiplica su edad por 10, la cantidad de divisores positivos aumenta en 15. Determine la edad de Miguel hace 10 años.

A) 71 B) 54 C) 62 D) 66

Solución:

CD ($\overline{ab}$) = 5 → $\overline{ab}$ = p^4 ; (p es primo).

Al multiplicarlo por 10:
CD ($\overline{ab0}$) = 20 → $\overline{ab0}$ = p^4.2.5 → CD = 5.2.2 = 20 (cumple)
De donde: p = 3; $\overline{ab}$ = 3^4 = 81
Por lo tanto: Hace 10 años = 81 – 10 =71

Rpta.: A

5. Se entregan boletos numerados de 100 hasta 999 y serán premiados los boletos de numeración par que no sea múltiplo de 4 pero que tengan seis divisores positivos. ¿Cuántos boletos ganadores hay?

A) 5 B) 4 C) 6 D) 2

Solución:

$$CD_N = 6 = \left(5+1\right) = \left(1+1\right)\left(2+1\right)$$

$$N = 2^5 = 32 < 100 \text{ No existe}$$

$$N = p^1 q^2 = 2q^2 \to 50 \le q^2 < 500 \quad \therefore \quad q^2 \in \left\{11^2, 13^2, 17^2, 19^2\right\}$$

Hay 4 números con las condiciones iniciales, entonces habrá 4 boletos ganadores.

Rpta.: B

6. Las edades de dos hermanos son respectivamente la cantidad de divisores cuadrados perfectos y divisores cubos perfectos del número 540^3. ¿Cuántos años tenía el mayor, cuando nació su hermano?

A) 18 B) 17 C) 14 D) 16

Solución:

Sea

$$L=(540)^3=2^6\times 3^9\times 5^3=\underbrace{\left(2^3\right)^2\times\left(3^3\right)^3\times\left(5^3\right)^1}_{24\ cubos\ perfectos}=\underbrace{\left(2^2\right)^3\times\left(3^2\right)^4\times 3\times\left(5^2\right)^1\times 5}_{40\ cuadrados\ perfectos}$$

Edad hermano menor: 3.4.2=24
Edad hermano mayor: 4.5.2=40
Por tanto la diferencia solicitada es 16.

Rpta.: D

7. La edad del hijo mayor de Esteban es la suma de cifras del mayor de número N, cuya descomposición en sus factores primos de una cifra es $2^{\alpha}5^3m^u3^r$, sabiendo que cuando se divide por 40 se obtiene otro número de 54 divisores positivos y además $a+u+r<9$. ¿Cuál es dicha edad?

A) 18 B) 10 C) 15 D) 9

Solución:

De los datos, se tiene:

$$N_{máx.}=2^a\cdot 5^3\cdot m^u\cdot 3^r$$

$$N=2^a\cdot 5^3\cdot 7^u\cdot 3^r$$

$$\frac{N}{40}=\frac{2^a\cdot 5^3\cdot m^u.3^r}{2^3\cdot 5}=2^{a-3}\cdot 5^2\cdot m^u\cdot 3^r$$

$$\rightarrow CD_{\frac{N}{40}}=(a-2)\cdot 3\cdot(u+1)\cdot(r+1)=54$$

$$(a-2)(u+1)(r+1)=18$$

Analizando se tiene:

$$\underbrace{(a-2)}_{2}\underbrace{(u+1)}_{3}\underbrace{(r+1)}_{3}=18$$

3 2 3

→ a = 4; u = 2; r =2 v a = 5; u = 1; r = 2

Como $N_{máx}\rightarrow$

$$N=2^4\cdot 5^3\cdot 7^2\cdot 3^2=882\ 000$$

$$\rightarrow\sum cifras=18$$

Luego, el hijo de Esteban es 18 años

Rpta.: A

8. Sabiendo que el número N = 5000 .3^a .7^b tiene 240 divisores positivos, donde a y b son las edades de dos hermanos, determine la mayor suma de las edades que podrían tener dentro de 5 años.

A) 15 B) 16 C) 18 D) 20

Solución:

N = 5000.3^a .7^b N = $2^3.5^4 \cdot 3^a$ .7^b

CD(N) = 4.5.(a + 1)(b + 1) = 240 → (a + 1)(b + 1) = 12 → (a = 3 y b = 2) o (a = 5 y b = 1)

En 5 años:

- Sus edades serán 8 y 7, su suma será 15
- Sus edades serán 10 y 6, su suma será 16

Rpta.: B

9. Elmer posee $2^{m.}3^n.125$ soles que es lo máximo posible donde n, m $\in Z^+$ y se sabe que dicho número, de soles, tiene 64 divisores positivos. Si todo su dinero lo repartirá exactamente en cantidades iguales que sean múltiplos de 250, determine el producto de las cifras significativas de la suma de todas esas cantidades que pueda obtener Elmer.

A) 9 B) 16 C) 10 D) 18

Solución:

E = $2^{m.}3^n.5^3$; Por dato: CD(E) = 64

$\Rightarrow$ (m + 1)(n + 1).4 = 64 $\Rightarrow$ (m + 1)(n + 1) = 16 = 2x8 $\Rightarrow$ m = 1, n = 7

De donde:

$$E = 2\times 3^7 \times 5^3 \rightarrow SD_{\underset{125}{0}}(E) = 250\times\left\lfloor \frac{3^8-1}{3-1}\right\rfloor = 820000$$

Producto de cifras signif. = 8(2)=16

Rpta.: B

10. ¿Cuántos triángulos rectángulos de área 5 096 cm^2 existen, si la medida de la base debe ser menor a la medida de la altura y ambas medidas en cm están representadas por enteros?

A) 12 B) 15 C) 30 D) 16

Solución:

Base: b ; Altura: h ; Área = $\frac{b.h}{2}$

b.h=$2^4.7^2.13$
Cantidad de triángulos (base un cateto)= CD(bh)/2= (5.3.2)/2=30/2=15
Cantidad de triángulos (base la hipotenusa)= CD(bh)/2= (5.3.2)/2=30/2=15

En total, 30 triángulos.

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Una de las máquinas envasadoras llena 120 envases de 1 litro de leche cada hora. La sección de almacenaje, por cuestión de costos, necesita empaquetarlos en cajas que contengan un número de envases impar. Halle el número de formas que puede hacerlo, para almacenar los envases producidos en una hora.

A) 4 B) 5 C) 6 D) 3

Solución:

120 = 2^3 x 3 x 5, entonces CD_{imp} = 2.2 = 4

Rpta.: A

2. En una tienda se venden jarras de chicha morada de 12 litros cada una. El comerciante distribuye el contenido de cada jarra en envases que contiene igual cantidad entera de litros. ¿Cuántos envases habrá empleado?

A) 28 B) 24 C) 36 D) 16

Solución:

12 = 2^2 x 3

SD = $\frac{2^3-1}{2-1} \times \frac{3^2-1}{3-1}$ = 28

Rpta.: A

3. A lo largo de cincuenta kilómetros de una carretera se desea colocar señales de tránsito, de tal manera que la distancia entre señal y señal sea la misma y un número entero de metros. Si al inicio y al final de este tramo debe colocarse una señal, ¿de cuántas maneras diferentes se pueden colocar las señales en dicha carretera?

A) 18 B) 30 C) 24 D) 12

Solución:
Según los datos tenemos: $N = 50000 = 2^4 \times 5^5 \Rightarrow CD^+(N) = 5 \times 6 = 30$

Rpta.: B

4. Si el producto de los divisores de un número N es 331 776, determine la suma de los divisores del número N.

A) 60 B) 36 C) 64 D) 72

Solución:

Descomponiendo: 331 776 = 2^{12} x 3^4 = $(2^3 \text{ x } 3)^4$ = $\sqrt{24^8}$

Luego el número es N = 24 = 2^3 x 3 y la suma de los divisores de N es:

SD = $\frac{2^4-1}{2-1} \times \frac{3^2-1}{3-1}$ = 15 x 4 = 60

Rpta.: A

5. En una reciente encuesta sobre la preferencia del consumo de bebidas gaseosas, se registró con un número entero positivo del 01 al 10! , a las 10! primeras personas mayores de 16 años. Los directivos de la empresa que obtuvo la más alta preferencia de su bebida, decidieron premiar a todos los encuestados que cuenten con un número de registro que sea divisor par de 10!, ¿cuántas personas serán las premiadas por dicha empresa?

A) 480 B) 120 C) 210 D) 240

Solución:

El número de premiados es igual al número de divisores de 10! que son $\dot{2}$.

$$CD^+_{\dot{2}}(10!) = CD^+_{\dot{2}}\left(2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7\right) = CD^+(2^7 \times 3^4 \times 5^2 \times 7) = 8 \times 5 \times 3 \times 2 = 240.$$

Rpta.: D

6. Luis profesor del CEPRE le dice a sus estudiantes: “tengo dos nietos cuyas edades son números primos que suman 36 y el producto de las edades más uno, tiene 15 divisores positivos. Determine la suma de cifras de la mayor edad.

A) 10 B) 11 C) 12 D) 7

Solución:

$5+31=36 \rightarrow 5\times 31+1=156=2^2\times 3\times 13 \rightarrow CD=3\times 2\times 2=12$

$7+29=36 \rightarrow 7\times 29+1=204=2^2\times 3\times 17 \rightarrow CD=3\times 2\times 2=12$

$13+23=36 \rightarrow 13\times 23+1=300=2^2\times 3^1\times 5^2 \rightarrow CD=3\times 2\times 3=18$

$17+19=36 \rightarrow 17\times 19+1=324=2^2\times 3^4 \rightarrow CD=3\times 5=15$ Si cumple

Luego la mayor edad es 19, suma de cifras: 1 + 9 = 10

Rpta.: A

7. Cuando un número entero se divide entre 9 su cantidad de divisores disminuye en 8. Si se multiplica el mismo número por 27, ¿cómo varía el número de divisores?

A) 10 B) 16 C) 15 D) 12

Solución:

$$CD_N - CD_{\frac{N}{9}} = 8$$

Del dato $N = 3^x \cdot p^n \rightarrow \dfrac{N}{9} = 3^{x-2} \cdot p^n$

$$CD_N = (x+1)(n+1) \quad \wedge \quad CD_{\frac{n}{9}} = (x-1)(n+1)$$

Luego $(x+1)(n+1) - (x-1)(n+1) = 8$

$$(n+1)(x+1-x+1) = 8 \rightarrow (n+1)2 = 8 \rightarrow n+1 = 4 \rightarrow n = 3$$

Nos piden:

$$\begin{array}{ccc} CD_{27N} & - & CD_N \\ \downarrow & & \downarrow \\ 3^3 \cdot 3^x \cdot p^n & & 3^x \cdot p^n \end{array}$$

$$3^{3+x} \cdot p^n$$

$$\rightarrow (x+4)(n+1) - (x+1)(n+1)$$

$$(x+4)4 - (x+1)4 \rightarrow 4x + 16 - 4x - 4 = 12$$

Rpta.: D

8. El área de una ventana rectangular mide N = $3^n.5^{n-3}.7^{n+1}.13^{n-4}$ cm^2 y existen 810 ventanas posibles donde la longitud de la base es múltiplo de 117, ¿cuál es el valor de n?

A) 9 B) 4 C) 8 D) 7

Solución:

$$N = 3^n.5^{n-3}.7^{n+1}.13^{n-4} \rightarrow N_{\underset{117}{\circ}} = 3^2.13(3^{n-2}.5^{n-3}.7^{n+1}.13^{n-5})$$

$$CD_{N_{\underset{117}{\circ}}} = (n-1)(n-2)(n+2)(n-4) = 810 = 6.5.9.3 \Rightarrow n = 7$$

Rpta.: A

9. Un número entero positivo de tres cifras admite ocho divisores positivos, de los cuales tres son primos; además la suma de sus divisores positivos, que son múltiplos de 13, es 624. Determine el producto de las cifras del mayor número posible, que cumpla las condiciones anteriores.

A) 100 B) 120 C) 80 D) 90

Solución:

$CD(N) = 8 = 2\times 2\times 2 \rightarrow N = 13\times p\times q$

$SD_{\substack{0\\13}}(N) = 13(p+1)(q+1) = 624 \rightarrow (p+1)(q+1) = 48$

$\rightarrow \ (p = 5 \wedge q = 7) \ \vee (p = 3 \wedge q = 11)$

$\therefore N = 13\times 5\times 7 = 455 \ \vee \ N = 13\times 3\times 11 = 429$

$Se\ \ pide: 4\times 5\times 5 = 100$

Rpta.: A

10. ¿Cuántas ventanas de forma de triángulo rectángulo, donde la base es un cateto, existen tal que tengan un área de 12 376 cm^2, si la medida de la base y respectiva altura son números enteros en centímetros?

A) 30 B) 40 C) 36 D) 32

Solución:

Base: b ; Altura: h ; Área = $\frac{b.h}{2}$

(Un triángulo de base 13 y altura 7, es diferente que uno de base 7 y altura 13)

b.h = 12 376.(2) = $7.13.17.2^4$

Cantidad de triángulos= CD(b.h)=2.2.2.5 = 40

Rpta.: B

Aritmética

EJERCICIOS

1. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones, en ese orden:

I. Existen dos números primos p y (p^2+8), tal que (p^3+4) también es un número primo.

II. Si N es el menor número primo positivo de la forma (a^2-b^2) donde $a,b \in \mathbb{Z}^+$, entonces la cantidad de divisores positivos de $(a+b)$ es 4.

III. El producto de los divisores positivos del número 199 no es un número primo.

A) FVV B) VFV C) VVF D) VFF

Solución:

I. Para $p = 3$, existen p y (p^2+8) números primos

Luego $p^3+4=3^3+4=31$ es un número primo. **(V)**

II. $N=a^2-b^2=(a+b)(a-b)\rightarrow(a+b)(a-b)=(2+1)(2-1)=3$

Luego $a+b=2+1=3\rightarrow CD(a+b)=CD(3)=1+1=2$ **(F)**

III. Se tiene que $N=199$ es un número primo entonces $CD(199)=1+1=2$

Luego $PD(199)=1x199=199$ es un número primo. **(F)**

Rpta.: D

2. Si se desea dibujar un rectángulo de lados enteros en centímetros y 30 centímetros cuadrados de área, ¿cuántos valores diferentes puede tomar su lado mayor?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6

Solución:
Los divisores positivos de 30 son 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 y 30
Los rectángulos serán (largo x ancho): 30x1, 15x2, 10x3, 6x5.
Por lo tanto, habrá 4 valores diferentes.

Rpta.: B

3. Si el profesor de Álvaro tiene 50 años de edad, ¿de cuántas formas diferentes puede representarse los años que tiene como suma de dos números primos, sin importar el orden de los sumandos?

A) 5 B) 6 C) 3 D) 4

Solución:
50 = 3 + 47 = 7 + 43 = 13 +37 = 19 + 31
Por lo tanto, habrá 4 formas diferentes

Rpta.: D

4. Luciano, un comerciante de juguetes, respondiendo a la solicitud de sus 21 clientes, adquiere de un almacén el menor número par de carros en miniatura para entregar a cada cliente el mismo número de carros. Si el encargado del almacén tiene 30 maneras diferentes de entregar el total de carros a Luciano, al colocarlos en bolsas que contengan la misma cantidad de carros, ¿cuántos carros entregará Luciano a cada cliente?

A) 44 B) 38 C) 42 D) 48

Solución:

Sea N: #(carros en miniatura que compra Luciano en el almacén)

$N = 2^{\alpha} x 3^{\beta} x 7^{\delta}$

$(\alpha+1)(\beta+1)(\delta+1) = 5x3x2 \rightarrow \alpha = 4 \;\; \beta = 2 \;\; \delta = 1$

$N = 2^4 x 3^2 x 7 \rightarrow N = 1008$

$\text{Cada cliente recibe } \dfrac{1008}{21} = 48 \text{ carros}$

Rpta.: D

5. Jaime y Lorena le piden propina a su papá. El padre le ofrece a Jaime S/ 5 por cada divisor positivo de dos cifras que encuentre de 180, y de ellos S/ 5 adicionales por cada divisor que sea cuadrado perfecto, y a Lorena solo le ofrece S/ 9 por cada divisor positivo de dos cifras que encuentre de 280. Si ambos hermanos recibieron la máxima cantidad de propina posible, halle la diferencia positiva del número de soles que recibieron.

A) 7 B) 9 C) 17 D) 15

Solución:

Jaime: $180 = 2^2 x 3^2 x 5 \quad \rightarrow CD(180) = 18$

Divisores de 180: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180

Propina= 10(5)+ 1(5) = 55

Lorena: $280 = 2^3 x 5 x 7 \quad \rightarrow CD(280) = 16$

Divisores de 280: 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 14, 20, 28, 35, 40, 56, 70, 140, 280

Propina= 8 x 9 = 72

Diferencia de lo que recibieron = 72 – 55 =17 soles.

Rpta.: C

6. En la bodega de Manuel hay 12 toneles llenos de vino con una capacidad de 72 litros cada uno. Si se envasa todo el vino que contiene cada tonel en envases completamente llenos, con una medida entera en litros diferente de la medida de los envases que utilice en los otros 11 toneles, ¿cuántos envases llenos se obtuvieron?

A) 195 B) 144 C) 305 D) 234

Solución:
De los datos, la medida del envase que utilizará para cada tonel será un número entero de litros que resulta ser divisor de 72, pues se desea envasar todo el vino que contiene cada tonel.
Además, como la medida del envase que utilizará tiene que ser diferente para cada tonel, la cantidad total de envases será la suma de todos los divisores de 72.

Como 72 = $2^3 . 3^2$, se tiene suma de divisores$^+ = \frac{2^4-1}{2-1} x \frac{3^3-1}{3-1} = 195$

Por tanto, se obtendrán 195 envases.

Rpta.: A

7. Mario compró una hectárea de terreno, en la cual plantará tantos árboles como la cantidad de números enteros positivos que son menores, y primos entre sí, con el número que representa su área en metros cuadrados. ¿Cuántos árboles plantará Mario?

A) 4000 B) 5200 C) 3300 D) 4820

Solución:

$N = 10000 \ m^2 \rightarrow N = 2^4 x 5^4$

$\phi(N) = 2^4 x 5^4 x \frac{1}{2} x \frac{4}{5} = 4000$

$\#(\text{números menores que N y PESI con N}) = 4000$

Mario plantará 4000 árboles

Rpta.: A

8. La edad de Fabiola se representa por un numeral de dos dígitos múltiplo de 5 y la edad de su hermano menor Matías está representado por el numeral de dos cifras que resulta de invertir el orden de las cifras de la edad de Fabiola. Si el número que representa la edad de Matías tiene solo dos divisores positivos, halle la suma de ambas edades.

A) 176 B)132 C)154 D) 88

Solución:

Edad de Fabiola = $\overline{ab} = \dot{5} \Rightarrow b = 5$

Edad de Matías = $\overline{ba}$ = primo $\Rightarrow$ p=53 $\vee$ p=59

Si p= 53 = $\overline{ba} \Rightarrow \overline{ab}$ = 35 = Edad de Fabiola (absurdo)

Si p= 59 = $\overline{ba} \Rightarrow \overline{ab}$ =95 = Edad de Fabiola

$\therefore$ Suma de edades = 95 + 59 = 154 años.

Rpta.: C

9. El número de la casa de Pablo es $\overline{(n+1)(n+1)(n+1)}$ y se sabe que dicho número tiene 8 divisores positivos; pero, al restarle "(n + 1)" unidades, la cantidad de sus divisores positivos se duplica. ¿Cuántos divisores positivos tiene $\overline{(n+1)(n+2)(n+3)}$?

A) 4 B) 9 C) 8 D) 6

Solución:

$\overline{(n+1)(n+1)(n+1)} = 111(n+1) = 3x37(n+1)$

como tiene 8 divisores positivos y hay tres factores primos

$\Rightarrow n+1 = 2$ ó 5 ó 7 ó 3^2

$\overline{(n+1)(n+1)(n+1)} - (n+1) = \overline{(n+1)(n+1)0} = 2x5x11(n+1)$

como tiene 16 divisores y hay 4 factores primos

$\Rightarrow n+1 = 7$ (Solo cumple para este valor) $\Rightarrow n = 6$

$\overline{(n+1)(n+2)(n+3)} = 789 = 3x263$

cantidad de divisores positivos = $(1+1)(1+1) = 2.2 = 4$

Rpta.: A

10. Si el producto de los divisores positivos de $M = 6^{2n+3}$ es 6^{90} , halle la cantidad de divisores positivos cuadrados perfectos de M.

A) 8 B) 12 C) 9 D) 6

Solución:

$$M = 6^{2n+3}$$
$$M = 2^{2n+3}.3^{2n+3}$$
$$CD_M = (2n+4)(2n+4)$$
$$= [2(n+2)]^2$$
$$= 4(n+2)^2$$
$$PD_M = \sqrt{\left[6^{2n+3}\right]^{4(n+2)^2}}$$
$$= 6^{\frac{4(2n+3)(n+2)^2}{2}}$$
$$= 6^{2(2n+3)(n+2)^2} = 6^{90}$$
$$\rightarrow 2(2n+3)(n+2)^2 = 90$$
$$(2n+3)(n+2)^2 = 45$$
$$5 \;.\; 3^2 = 45$$
$$\rightarrow 2n+3 = 5$$
$$n = 1$$
$$M = 2^5 \,.\, 3^5 = (2^2)^2 \,.(3^2)^2 \,.\, 2 \,.\, 3$$
$$CD_M \; cuadrados \;\; perfectos = 3.3 = 9$$

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Las edades de tres hermanos coinciden con tres números primos diferentes entre sí, donde la suma de estos es 20 y la diferencia de dos de ellos es 8. ¿Cuál es la edad que tiene el mayor de los hermanos?

A) 11 B) 13 C) 17 D) 7

Solución:
Sean las edades: a; b y c, donde a + b + c = 20
Entonces una de las tres edades debe ser par.
Sean a – c = 8; entonces ambos serán impares.
Si b es par, como es primo b = 2

$$a+c=18$$

Por tanto: $a-c=8$

$$\rightarrow a=13 \wedge c=5$$

El mayor tiene 13.

Rpta.: B

2. Rosa desea colocar 120, 160 y 200 lapiceros de color azul, rojo y negro respectivamente en cajas que contengan una misma cantidad, sin que sobren lapiceros y sin mezclar lapiceros de colores diferentes. Si en cada caja debe haber entre 8 y 20 lapiceros, ¿cuántos deberá contener exactamente cada caja?

A) 10 B) 15 C) 12 D) 14

Solución:
Si no sobra y no se mezcla, entonces el número de lapiceros en cada caja es un divisor común de ellos.
D(120) : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 30, 40, 120
D(160) : 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 32, 40, 80, 160
D(200): 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100, 200
El único divisor común entre 8 y 20 es 10.
Por lo tanto, cada caja debe contener 10 lapiceros.

Rpta.: A

3. En una fiesta, Martha quiere distribuir los 12 litros de vino que contiene una garrafa en envases que contengan el mismo número entero de litros. ¿Cuántos envases necesita Martha de modo que cada uno tenga la menor capacidad, pero mayor que 4 litros?

A) 2 B) 4 C) 3 D) 1

Solución:
Los divisores positivos de 12 son {1, 2, 3, 4, 6, 12}.
La menor capacidad mayor que 4 litros: es 6 litros ; 12= 2x6
Por lo tanto: necesita 2 envases

Rpta.: A

4. Ignacio es un estudiante de la UNMSM y decide ahorrar semanalmente una cantidad en soles equivalente a un número N que tiene tres divisores positivos simples y es divisible por 15. Si la cantidad de divisores positivos del ahorro en 27 semanas duplica el número de los divisores positivos de N y la cantidad de divisores positivos del ahorro en 625 semanas triplica la cantidad de divisores positivos de N, ¿cuántos soles ahorra Ignacio en dos semanas?

A) 150 B) 90 C) 30 D) 60

Solución:

N: ahorro semanal de Ignacio

$$N = 3^{\alpha} x 5^{\beta}$$

$$CD_N = (\alpha+1)(\beta+1)$$

$$27N = 2^{\alpha+3} X 5^{\beta} \rightarrow$$

$$CD_{27N} = (\alpha+4)(\beta+1) = 2(\alpha+1)(\beta+1) \rightarrow \alpha = 2$$

$$625N = 3^{\alpha} x 5^{\beta+4}$$

$$CD_{625N} = (\alpha+1)(\beta+5) = 3(\alpha+1)(\beta+1) \rightarrow \beta = 1$$

$$N = 3^2 X5 \rightarrow N = 45 \rightarrow 2N = 90$$

Rpta.: B

5. Julio es un trabajador que percibe S/ 930 mensuales. Si él planifica gastar semanalmente una cantidad igual al promedio de todos los gastos, enteros en soles, que dividen exactamente su ingreso mensual. ¿Cuántos soles planifica gastar semanalmente?

A) 384 B) 72 C) 288 D) 144

Solución:

$$930 = 2X3X5X31$$

$$CD_{930} = 16$$

$$\sum \text{divisores positivos de } 930 = \frac{2^3-1}{2-1} x \frac{3^2-1}{3-1} x \frac{5^2-1}{5-1} x \frac{31^2-1}{31-1} = 2304$$

$$\text{Promedio} = \frac{2304}{16} = 144$$

Rpta.: D

6. Treinta soldados pueden marchar en filas de 1 en 1; de 2 en 2; de 3 en 3; de 5 en 5; de 6 en 6; de 10 en 10; de 15 en 15 y en una fila de 30, es decir, de 8 formas diferentes sin que exista fila alguna con diferente número de soldados. ¿Cuál es el menor número de soldados que debe tener una compañía para poder marchar de 64 formas diferentes?

A) 5890 B) 6950 C) 8470 D) 7560

Solución:
N: menor número de soldados
$N = 2^3 x 3^3 x 5 x 7 \rightarrow \#\left(\text{divisores}^+ \text{ de } N\right) = 4x4x2x2 = 64$

luego $N = 7560$

Rpta.: D

7. María Elisa, la bibliotecaria, cuenta con 10 mesas para colocar 48 libros de Matemática y 36 libros de Lenguaje. Ella quiere colocarlos de tal manera que, utilizando el mayor número posible de mesas, se tenga en cada una de las mesas la misma cantidad de libros de Matemática y la misma cantidad de libros de Lenguaje. Halle la diferencia entre las cantidades de libros de Matemática y de Lenguaje que hay en cada mesa.

A**)** 1 B) 5 C) 3 D) 2

Solución:
La cantidad de libros en cada mesa deben ser iguales tanto para Matemática como para Lenguaje; por lo tanto estas cantidades deben ser divisores de 48 y36.
El mayor número de mesas será 6 (mayor divisor común de 48 y 36; menor que 10).
Por mesa: # Libros Matemática 48/6=8 y # Libros Lenguaje 36/6=6.
Por lo tanto: diferencia positiva = 8 – 6 = 2

Rpta.: D

8. Juan y Pepe comprueban que desde el número 98 hasta el número $\overline{abc}$ hay 330 números que son PESI con 98. Si además observan que el número $\overline{abc}$ es múltiplo de 14, halle la suma de las cifras del número $\overline{abc}$.

A) 25 B) 24 C) 22 D) 17

Solución:
Para que un número sea PESI con $98 = 7^2 x 2$ basta que sea PESI CON 14
Por Teorema de Euler : $\varphi(14) = \varphi(2x7) = 6$
Entre dos múltiplos consecutivos de 14, hay 6 números PESI con 14.

98 –	112 -	126 –	140 –	154 -	……	$\overline{abc}$
↓	↓	↓	↓	↓		↓
14(7)	14(8)	14(9)	14(10)	14(11) …	14(k-1)…	14(k)

$$\underbrace{\phi(14)+\phi(14)+\phi(14)+....+\phi(14)}_{(k-7\ \ veces)}$$

Por teorema de Euler

$$(k-7)\phi(14)=330$$
$$(k-7)6=330$$
$$k=62$$
$$\overline{abc}=14k=14(62)=868$$
$$\rightarrow a+b+c=22$$

Rpta.: C

9. La ganancia de una empresa en el año 2018 fue de N soles, donde N tiene 108 divisores positivos compuestos y cuya descomposición canónica es de la forma $(a-1)^a.a^{b+1}.b^a$ Si la cantidad de empleados de esa empresa es un número equivalente a la cantidad de divisores positivos impares de N sumado con la cantidad de divisores positivos múltiplos de 60 de N, calcule la suma de los divisores cuadrados perfectos del número de empleados de dicha empresa.

A) 54 B) 48 C) 85 D) 56

Solución:

$N=(a-1)^a a^{b+1} b^a$

cantidad de divisores compuestos = 108

cantidad de divisores simples = 3 + 1 = 4

cantidad de divisores = 112=(a+1)(b+2)(a+1)=$(a+1)^2$(b+2)

$(a+1)^2(b+2)=16\times7=4^2\times7 \Rightarrow a+1=4 \wedge b+2=7 \Rightarrow a=3 \wedge b=5$

Luego

$N=(a-1)^a\times a^{(b+1)}\times b^a=2^3\times3^6\times5^3$

$N=2^3\ (3^6\times5^3) \Rightarrow CD(N)_{impares}=(6+1)(3+1)=7x4=28$

$N=60(2\times3^5\times5^2) \Rightarrow CD(N)_{60}=(1+1)(5+1)(2+1)=2x6x3=36$

cantidad de empleados = 28 + 36 = 64

divisores de $64=2^6$ son :1, 2, 4, 8, 16, 32, 64

suma de los divisores cuadrados perfectos = 1 + 4 + 16 + 64 = 85

Rpta.: C

10. El precio fijado, en soles, de una casaca es un número N de 3 cifras iguales y 8 divisores positivos. Si Lucas compró la casaca con un descuento, en soles, equivalente al dígito de las centenas del precio fijado, con lo cual la cantidad de los divisores positivos del precio de venta resultó el doble de la cantidad de divisores positivos de N, ¿cuántos soles pagó Lucas por la casaca?

A) 220 B) 550 C) 330 D) 770

Solución:

N: precio fijado de la casaca

$N = \overline{aaa} = 3x37a$ pero $\#\left(\text{divisores}^{+} \text{ de } N\right) = 8$

luego a es primo

P : Precio de venta

$P = \overline{aaa} - a \rightarrow P = \overline{aa0} \rightarrow P = 2x5x11a \rightarrow \#\left(\text{divisores}^{+} \text{ de } P\right) = 16$

a es primo, $a \neq 2; 3; 5 \rightarrow a = 7$

Precio de venta $= 770$

Rpta.: D

Aritmética

EJERCICIOS

1. ¿Cuántos pares de números positivos primos entre sí existen, tal que su producto es 360?

A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 3

Solución:
Considerando que $p\ y\ q\ son\ PESI$ tenemos que

$$p \times q = 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \Rightarrow \underbrace{Cantidad}_{pares\ PESI}(360) = 4$$

Rpta.: B

2. Martín tiene 6^{n+1} paquetes de galletas, todos del mismo tamaño. Si el máximo número de cajas de diferentes tamaños que se pueden confeccionar es $\overline{a4}$, donde cada una de estas contienen exactamente un número de paquetes de galletas, equivalente a un divisor del número total de paquetes de galletas que tiene Martín, determine el valor de a+n.

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

Solución:
Según los datos tenemos:

N= 6^{n+1} =$3^{n+1}.2^{n+1}$ → CD(N)= $\overline{a4}$=$(n+2)^2$ → a=6 ; n=6 → a+n=12

Rpta: D

3. Las edades, en años, de Camila y Sara son dos números PESI, que se diferencian en 2. Además, el producto de sus edades que tienen, aumentado en 1 resulta un número que tiene 8 divisores positivos propios y 3 divisores positivos simples. Si ambas son no menores de 10 años y no mayores de 21 años, ¿cuántos años tiene la menor?

A) 17 B) 11 C) 13 D) 19 E) 15

Solución:
Sean p, q las edades en años de Camila y Sara

$$p.q + 1 = \underset{D.C}{a^2.b^2} \qquad \underset{15}{p} - \underset{13}{q} = 2$$

$\therefore$ 13 *años*

Rpta.: C

4. En la carretera de Coayllo a Omas, existe un tramo de 6936 metros de largo donde se pueden sembrar plantas de nísperos, tal que la distancia de planta a planta sea la misma y a su vez que tenga un número entero de metros. Si al inicio y al final del tramo debe haber una planta de níspero, ¿de cuántas maneras distintas se pueden sembrar las plantas de nísperos?

A) 28 B) 24 C) 20 D) 36 E) 18

Solución:
El número de maneras distintas que se puede sembrar las plantas de níspero, está dada por el número de divisores que admita

$$6936 = 2^3 \times 3 \times 17^2$$

La cantidad de divisores positivos de 6936 es 24.
Por lo tanto, existen 24 formas distintas de sembrar las plantas de nísperos en el tramo de la carretera.

Rpta.: B

5. Determine la cantidad de ceros en que termina el producto de los dos mil diecinueve primeros números enteros positivos.

A) 1509 B) 501 C) 2011 D) 503 E) 502

Solución:
El producto está dado por el factorial de 2019.

$$2019! = 2^{\alpha} \times 5^{\beta} \times \underset{\neq 2,5}{(\mathrm{F.I})}$$

Usando el método para descomponer canónica un factorial, obtenemos que después de dividir sucesivamente 2019 entre 2 y 5, y al sumar sus respectivos cocientes sucesivos obtenidos, se obtienen 2011 y 502 respectivamente.
Por lo que

$$2019! = 2^{2011} \times 5^{502} \times \underset{\neq 2,5}{(\mathrm{F.I})} = 10^{502} \times \underbrace{2^{1509} \times (F.I)}_{\neq 10}$$

Rpta.: E

6. La edad, en años enteros, de Carlos es un número que tiene dos divisores positivos primos y la suma de sus divisores positivos es 195. Determine el producto de las cifras del número de años que tiene Carlos.

A) 8 B) 36 C) 30 D) 24 E) 14

Solución:

Considerando que $\overline{ab} = p^a \times q^b,\ p \wedge q\ primos$ es la edad de Carlos y tenemos que

$$\overline{ab} = p^a \times q^b,\ p \wedge q\ primos.$$

$$SD^+(p^a \times q^b) = 195 = 15 \times 13 = \frac{2^{3+1}-1}{2-1} \times \frac{3^{2+1}-1}{3-1} = \frac{p^4-1}{p-1} \times \frac{q^3-1}{q-1}$$

$$\Rightarrow \overline{ab} = p^a \times q^b = 2^3 \times 3^2 = 72\ \therefore \underbrace{\text{Producto}}_{de\ cifras\ de\ 72} = 2 \times 7 = 14.$$

Rpta.: E

7. En la última campaña electoral se observó que a lo largo de los 6600 metros de la vía Expresa (Zanjón), por el lado izquierdo de norte a sur, un partido político colocó letreros luminosos con propaganda electoral. La autorización fue dada de tal manera que la distancia de letrero a letrero sea la misma y a su vez que tenga un número impar de metros. ¿De cuántas maneras diferentes ese partido político pudo colocar sus letreros, si estos letreros estaban al inicio y al final del Zanjón?

A) 12 B) 16 C) 18 D) 8 E) 6

Solución:

El número de maneras está dado por el número de divisores impares de 6600.

$6600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 11$

$CD^+_{\text{IMPARES}}(6600) = CD^+_{IMPARES}\left(2^3 \times 3 \times 5^2 \times 11\right) = CD^+(3 \times 5^2 \times 11) = 2 \times 3 \times 2 = 12.$

Rpta.: A

8. En un examen donde el máximo puntaje es 100, Néstor obtuvo un puntaje equivalente a la cantidad de divisores positivos de $\overline{2a3}_{(b)} \times \overline{54c}_{(7)} \times 213_{(a)} \times \overline{3b1}_{(c)}$. ¿Cuál fue el puntaje obtenido por Néstor?

A) 64 B) 60 C) 56 D) 72 E) 96

Solución:

$\overline{2a3}_{(b)} \times \overline{54c}_{(7)} \times 213_{(a)} \times \overline{3b1}_{(c)} \rightarrow 3 < a < b < c < 7$

$\overline{243}_{(5)} \times \overline{546}_{(7)} \times 213_{(4)} \times \overline{351}_{(6)}$

$= 73 \times 279 \times 39 \times 139 = 73 \times 3^2 \times 31 \times 3 \times 13 \times 139$

$= 73 \times 3^3 \times 31 \times 13 \times 139$

$CD = 2 \times 4 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$

Rpta.: A

9. En una rifa se vendieron 1008 boletos enumerados consecutivamente del 1 al 1008; el número de boletos premiados fue igual a la cantidad de boletos numerados con un número que es PESI con 1008 y menor que 1008. Determine la cantidad de personas que no obtuvieron premio alguno, si cada persona compró solo un boleto.

A) 728 B) 724 C) 721 D) 720 E) 719

Solución:
El número de personas participantes en la rifa es 1008,
$1008 = 2^4 \times 3^2 \times 7$
La cantidad de números PESI y menores que 1008 es dado por la función de Euler de 1008
$\phi(1008) = 2^3(2-1)\times 3(3-1)\times 7^0(7-1) = 288$
Así resulta que 288 personas obtuvieron un premio, por lo tanto 1008-288=720 personas no fueron premiadas.

Rpta.: D

10. ¿Cuántos números de la forma $\overline{abc}$ tienen doce divisores positivos y dos divisores primos positivos?

A) 17 B) 16 C) 15 D) 14 E) 13

Solución:
De los datos:
$100 \le \overline{abc} < 1000;\ \ 12 = 3\times 4 = 2\times 6.$

$$\overline{abc} = p^2 \times q^3 \left\{ \begin{array}{l} = 2^2\times 3^3 = 2^2\times 5^3 = 5^2\times 2^3 = 5^2\times 3^3 = 7^2\times 2^3 = 11^2\times 2^3 \quad \to 6\,números \end{array} \right.$$

$$\overline{abc} = p\times q^5 \left\{ \begin{array}{ll} = 2\times 3^5 = 5\times 2^5 = 7\times 2^5 = 11\times 2^5 = 13\times 2^5 & \to 5\,números \\ = 17\times 2^5 = 19\times 2^5 = 23\times 2^5 = 29\times 2^5 = 31\times 2^5 & \to 5\,números \end{array} \right.$$

Luego existen 16 valores.

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. ¿Cuántos pares de números enteros positivos existen, tal que su producto es 360?

A) 12 B) 4 C) 8 D) 16 E) 6

Solución:
Considerando que $p, q \in \mathbb{Z}^+$ tenemos que

$$p\times q = 360 = 2^3\times 3^2\times 5 \Rightarrow \underbrace{\text{Cantidad de factores}(360)}_{\text{como producto de dos factores}} = \frac{CD^+(360)}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

Rpta.: A

2. A lo largo de cincuenta kilómetros del rìo Mala se desea colocar puentes peatonales, de tal manera que la distancia entre puente y puente sea la misma y un número entero de metros. Si al inicio y al final de este tramo debe colocarse un puente, ¿de cuántas maneras diferentes se pueden colocar los puentes en dicho tramo?

A) 18 B) 30 C) 24 D) 12 E) 36

Solución:
Según los datos tenemos: $N = 50000 = 2^4 \times 5^5 \Rightarrow CD^+(N) = 5 \times 6 = 30$

Rpta.: B

3. Si el producto de los divisores positivos de N es $2^{64} \times 10^{48}$, halle la suma de cifras de N.

A) 11 B) 9 C) 10 D) 7 E) 8

Solución:
PD(N) = $2^{64}.10^{48} = 2^{112}.5^{48} = \sqrt{(2^7.5^3)^{32}}$, Luego N = $2^7.5^3$ = 16000
Por lo tanto la suma de cifras es 7.

Rpta.: D

4. En una reciente encuesta sobre la preferencia del consumo de bebidas gaseosas, se registró con un número entero positivo del 1 al 10!, a las 10! primeras personas mayores de 16 años. Los directivos de la empresa que obtuvo la más alta preferencia de su bebida decidieron premiar a todos los encuestados que cuenten con un número de registro que sea divisor par de 10!, ¿cuántas personas serán las premiadas por dicha empresa?

A) 480 B) 120 C) 210 D) 240 E) 105

Solución:
Tenemos que $10! = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1 = 2\left(2^7 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1\right)$ de donde

El número de premiados es igual al número de divisores de 10! que son $\dot{2}$.
$CD^+_{\dot{2}}(10!) = CD^+_{\dot{2}}\left(2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7\right) = CD^+(2^7 \times 3^4 \times 5^2 \times 7) = 8 \times 5 \times 3 \times 2 = 240.$

Rpta.: D

5. Sobre la frontera de un jardín de forma triangular se desea sembrar plantas de rosas rojas ubicadas a un metro de distancia y en los tres vértices se sembrarán solo rosas blancas. El jardinero responsable del trabajo solo sabe que la hipotenusa mide trece metros y que la medida en metros de los catetos son dos números enteros primos entre si. ¿Cuántas plantas de rosas rojas como mínimo utilizará el jardinero para cumplir con el trabajo?

A) 30 B) 28 C) 29 D) 26 E) 27

Solución:
De acuerdo a los datos, es necesario conocer la longitud del perímetro del jardín triangular, para esto tenemos:

$$p^2 + q^2 = 13^2 = 169 \Rightarrow 5^2 + 12^2 = 169. \quad \therefore\ p = 5\ y\ q = 12.\ (p\ y\ q\ PESI)$$

El perímetro es 30 metros, por lo que el jardinero utilizará como mínimo 27 plantas de rosas rojas.

Rpta.: E

6. Durante una clase teórica de Aritmética, el profesor manifiesta que dado un número entero positivo M lo divide separadamente entre los primeros números primos consecutivos hasta que el cociente sea menor que el divisor. Si en ningún caso ha resultado el residuo cero, el profesor manifestó que M es un número:

A) Primo
B) Compuesto
C) Simple
D) Igual al producto de por lo menos dos números primos.
E) Igual al producto de números PESI mayores que dos.

Solución:
El profesor está hablando sobre una regla que sirve para averiguar si un número es primo. Por lo tanto el profesor manifestó que M es un número primo.

Rpta.: A

7. Determine la cantidad de números primos entre sí con 2027 y menores que 2027. Dar como respuesta la suma de sus cifras de dicha cantidad.

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

Solución:
Observamos que 2027 es un número primo entonces, $\phi(2027) = 2027 - 1 = 2026$ luego existen 2026 números con las condiciones propuestas. Por lo tanto la suma de sus cifras es 10.

Rpta.: B

8. Un número entero positivo tiene 30 divisores positivos, tres divisores primos cuya suma es 16 y es el menor posible. Determine la cantidad de divisores múltiplos de 33 de dicho número.

A) 20 B) 15 C) 10 D) 12 E) 8

Solución:
Sea
$M = p^a \times q^b \times r^c,\ CD^+(M) = 30 = (a+1)(b+1)(c+1) \ \wedge\ p+q+r = 16$
$p = 2,\ q = 3\ y\ r = 11\ entonces\ a = 4,\ b = 2\ y\ c = 1$
Por lo tanto:
$M = p^a \times q^b \times r^c = 2^4 \times 3^2 \times 11^1 = 33 \times (2^4 \times 3) \Rightarrow CD^+_{\underset{33}{\cdot}}(M) = CD^+(2^4 \times 3) = 5 \times 2 = 10$

Rpta.: C

9. Determine la diferencia positiva de la cantidad de cuadrados perfectos y cubos perfectos de $L = (540)^3$

A) 18 B) 17 C) 14 D) 16 E) 15

Solución:

Sea

$$L=(540)^3=2^6\times 3^9\times 5^3=\underbrace{\left(2^3\right)^2\times\left(3^3\right)^3\times\left(5^3\right)^1}_{24\ cubos\ perfectos}=\underbrace{\left(2^2\right)^3\times\left(3^2\right)^4\times 3\times\left(5^2\right)^1\times 5}_{40\ cuadrados\ perfectos}$$

Por tanto, la diferencia solicitada es 16.

Rpta.: D

10. ¿Cuántos números de la forma $\overline{abc}$ son múltiplos de cuatro o de seis, pero no son múltiplos de 24?

A) 75 B) 41 C) 39 D) 37 E) 38

Solución:

De los datos tenemos:

$\dot{4}\ y\ \dot{6}\ \Rightarrow\ 100\le 12k<1000\Rightarrow 8{,}3\le k\le 83{,}3\ \therefore\ hay\ 75\ números.$

$\dot{24}\Rightarrow\ 100\le 24k<1000\Rightarrow 4{,}1\le k<41{,}6\ \therefore\ hay\ 37\ números.$

Luego existen 75 – 37 = 38 números de la forma $\overline{abc}$.

Rpta.: E

Aritmética

EJERCICIOS

1. Braulio le dice a su hijo Raúl que tiene 9×10^k soles en el bolsillo y este número tiene tres divisores positivos menos que el número $72\underbrace{000...000}_{(k-1)\text{ ceros}}$. ¿Cuántos soles tiene Braulio en su bolsillo?

A) 900 B) 9000 C) 9 D) 90 E) 90000

Solución:

$$9\times10^k = 3^2\times2^k\times5^k \rightarrow D_+ = 3(k+1)^2$$

$$72\underbrace{000...000}_{(k-1)\ ceros} = 3^2\times2^{k+2}\times5^{k-1} \rightarrow D_+ = 3(k+3)k$$

$$Dato:\ 3(k+1)^2 = 3(k+3)k-3 \rightarrow k=2 \quad \therefore Tiene\ 900\ soles$$

Rpta.: A

2. Hoy el producto del número de años que representa a las edades de un grupo de guepardos es 2100. Si las edades, en años, están representadas por números primos, ¿cuántos años sumarán estas edades dentro de un año?

A) 24 B) 30 C) 27 D) 28 E) 29

Solución:

Hoy: 2100 = 2×2×3×5×5×7

Dentro de un año: Suma de edades = 3 + 3 + 4 + 6 + 6 + 8 = 30

Rpta.: B

3. Halle la suma de las cifras de un número de tres cifras divisible por 6 y que tenga 21 divisores positivos.

A) 19 B) 20 C) 18 D) 17 E) 16

Solución:

$$\overline{abc} = 2\times3\times k = 2^6\times3^2 = 576 \rightarrow \sum_{cifras} = 18$$

Rpta.: C

4. Juan y su hijo Luis recorren una feria internacional de libros donde los estands están ubicados en fila y las numeraciones son consecutivas. Ellos parten del estand uno y van en busca del estand número $\overline{\mathbf{abc}}$. Al estar cerca del puesto buscado Luis se da cuenta que la numeración del estand anterior tiene una numeración que está representada por un número cuadrado perfecto, mientras que Juan nota que el número que buscan tiene cuatro divisores positivos. Si ambos intercambian ideas y verifican que el número que están buscando es el mayor posible, halle la suma de divisores positivos de este número.

A) 992 B) 918 C) 901 D) 972 E) 962

Solución:

$N = \overline{abc} = n^2 + 1 = 30^2 + 1 = 901\ (17)(53)$ *Mayor valor*

$SD_+(901) = (18)(54) = 972$

Rpta.: D

5. Harold le dice a su hermano Patricio, observo que tienes $\mathbf{M} = 32^{\mathbf{n}}.25^{\mathbf{m}}.\ 49^2$ papayas y esta cantidad posee 381 divisores positivos compuestos. Si Patricio le regala a su hermano Harold tantas papayas como la suma de divisores positivos de $\mathbf{R} = (3\mathbf{n})2^{\mathbf{m}+3}$, ¿cuántas papayas le regaló?

A) 716 B) 518 C) 621 D) 417 E) 508

Solución:

$\mathbf{M} = 32^{\mathbf{n}} \times 25^{\mathbf{m}} \times 49^2 = 2^{5\mathbf{n}} \times 5^{2\mathbf{m}} \times 7^4$, entonces

$\mathbf{\#div(M)} = (5\mathbf{n}+1)(2\mathbf{m}+1) \times 5 = 381 + 3 + 1 = 385$ **y** $(5\mathbf{n}+1)(2\mathbf{m}+1) = 77 = 11 \times 7$

Luego n = 2, m = 3; $\mathbf{R} = (3\mathbf{n})2^{\mathbf{m}+3} = 6 \times 2^6 = 2^7 \times 3$ y $\mathbf{S.D.(R)} = \dfrac{2^3-1}{2-1} \times \dfrac{3^2-1}{3-1} = 127 \times 4 = 508$

Rpta.: E

6. En un recipiente hay $\overline{\mathbf{ab}}$ bacterias que se reproducen muy rápido y en una hora alcanzan una población de $2^{\overline{ab}}$ bacterias. Si esa cantidad de bacterias que hay en una hora tiene 73 divisores positivos, determine la cantidad de divisores positivos múltiplos de 12 que tiene $\overline{\mathbf{ab}}$.

A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

Solución:

$CD[2^{\overline{ab}}] = \overline{ab} + 1 = 73 \rightarrow \overline{ab} = 72 = 2^2 \times 3(2 \times 3)$

$\therefore \; CD[\overline{ab};12] = 2x2 = 4$

Rpta.: A

7. Anthony ingresó a la UNMSM cuando tenía 2L años, donde L representa a la suma de las cifras del valor de T. Si los divisores positivos primos de T son 2 y 3, el número de divisores positivos de su raíz cuadrada es 12 y el número de divisores positivos de su cuadrado es 117, ¿cuántos años tenía Anthony cuando ingresó a la UNMSM?

A) 36 B) 18 C) 22 D) 28 E) 24

Solución:

$T = 2^{2a} \times 3^{2b} \rightarrow CD(\sqrt{T}) = (a+1)(b+1) = 12$ y $CD(T^2) = (4a+1)(4b+1) = 117$

De donde: $a = 2$ y $b = 3$ *o* $a = 3$ y $b = 2$ $\rightarrow$ T= 144 o T= 324

L= Suma de cifras de T = 9 $\rightarrow$ 2L = 18

$\therefore$ Anthony ingresó a los 18 años.

Rpta.: B

8. Si el jornal de un obrero, en soles, es una cantidad equivalente al promedio aritmético de los divisores positivos del número 360, ¿cuántos soles recibirá ese obrero por 24 días de trabajo?

A) 1100 B) 1117 C) 1170 D) 1710 E) 1107

Solución:

$N = 360 = 2^3.3^2.5 \rightarrow CD(N) = (3+1).(2+1).(1+1) = 24$

$$SD_{(360)} = \left(\frac{2^4-1}{2-1}\right)\left(\frac{3^3-1}{3-1}\right)\left(\frac{5^2-1}{5-1}\right) = 15\left(\frac{26}{2}\right)\left(\frac{24}{4}\right) = 15.13.6 = 1170$$

$Jornal = \dfrac{1170}{24} \rightarrow$ *En 24 días recibirá* 1170 *soles*

Rpta.: C

9. Las edades, en años, de Luz y Ana son dos números primos que suman 36. Si el producto del número de años que tienen aumentado en 1 resulta una cantidad que tiene 15 divisores positivos, ¿cuántos años tiene la mayor de ellas?

A) 29 B) 23 C) 31 D) 19 E) 17

Solución:

$a+b=36,\ P=ab+1\ y\ D_{+}=15$

$a=31; b=5$ no cumple

$a=29; b=7$ no cumple

$a=23; b=13$ no cumple

$a=19; b=17$, entonces $P=3^4.2^2$

$\therefore$ La mayor de ellas tiene 19 años.

Rpta.: D

10. Manuel le pide prestado cierta cantidad de dinero a Juan, y este le responde: "Solo te voy a prestar una cantidad de soles equivalente a la suma de todos los números primos que se escriben con tres cifras en el sistema ternario". ¿Cuántos soles le prestó Juan a Manuel?

A) 47 B) 59 C) 72 D) 112 E) 83

Solución:

Sea p el número primo.

$p=\overline{abc}_{(3)}$

Se sabe que $100_{(3)} \le \overline{abc}_{(3)} < 1000_{(3)} \rightarrow 9 \le p < 27 \rightarrow p = 11, 13, 17, 19, 23$

$\therefore$ *Juan prestó*: $11+13+17+19+23=83$ soles.

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Alex ha invertido en su empresa "El ABC DE LAS MATEMATICAS" una cantidad equivalente a $210^{\mathbf{n}+2}$ soles. Si dicha cantidad tiene $\overline{\mathbf{ab0}}$ divisores positivos compuestos y el primer día su empresa obtuvo un ingreso equivalente a la diferencia positiva entre la suma de los divisores positivos de $\overline{\mathbf{nnn}}$ y la suma de los divisores positivos de $\overline{\mathbf{ab}}$, halle el ingreso, en soles, de Alex en el primer día.

A) 360 B) 300 C) 320 D) 322 E) 310

Solución:

$210^{n+2}=(2\times3\times5\times7)^{n+2} \rightarrow (n+3)^4=625 \rightarrow n=2 \rightarrow a=6\ y\ b=2$

$\overline{nnn}=222 \rightarrow SD=456$

$\overline{ab}=62 \rightarrow SD=96$

$\therefore 456-96=360$

Rpta.: A

2. El sueldo mensual de Erasmo es N soles. La suma de los tres divisores positivos primos de N es 14 y N tiene 16 divisores positivos. Si al multiplicar N por 25 la cantidad de divisores positivos aumenta en 8, determine la suma entre la cantidad de divisores positivos de N que son PESI con 10 y la suma de las cifras de N.

A) 10 B) 15 C) 12 D) 13 E) 11

Solución:

$N = 2.7.5^3 = 1750 \rightarrow CD_{PESIcon10}(\mathrm{N}) = 2$, entonces 13 + 2 = 15

Rpta.: B

3. La clave de acceso a una laptop es $\overline{2x5x5x}$, donde x es el residuo de dividir $\mathbf{217416}^{2013}$ por 7. Halle la suma de cifras del número que representa la clave.

A) 26 B) 24 C) 30 D) 20 E) 28

Solución:

$$217417^{2013} = \left(\overset{o}{\overset{\frown}{7}} + 3\right)^{2013} = \overset{o}{\overset{\frown}{7}} + 3^{2013} = \overset{o}{\overset{\frown}{7}} + (3^3)^{671} = \left(\overset{o}{\overset{\frown}{7}} - 1\right)^{671} = \overset{o}{\overset{\frown}{7}} - 1 = \overset{o}{\overset{\frown}{7}} + 6$$

Clave: 265656, entonces la suma de cifras: 30

Rpta.: C

4. En un banco la cantidad de dólares que hay en un determinado instante viene dado por la siguiente descomposición canónica: N = $\mathbf{a}^{b+5}.\overline{\mathbf{ab}}^{a+15}.\overline{\mathbf{ba}}^{b+7}.(\mathbf{a}+4)$, con $\mathbf{a} < \mathbf{b}$. Si Jorge retira del banco una cantidad que representa la suma de divisores simples del número N, halle la cantidad de dólares que retira Jorge.

A) 129 B) 128 C) 124 D) 121 E) 122

Solución:

N = $a^{b+5}.\overline{\mathbf{ab}}^{a+15}.\overline{\mathbf{ba}}^{b+7}$. (a + 4) descomposición canónica entonces **a = 3** b = 7

Luego los divisores primos son: 3, 7, 37, 73

Suma de divisores simples: 3 + 7 + 37 + 73 + 1 = 121 $\rightarrow$ 121.

Rpta.: D

5. Una persona tiene una utilidad de N! soles mensuales, la cual puede depositar de 60 formas en diversas cuentas, en partes iguales y una cantidad exacta de soles. Si N es el mínimo valor posible, ¿de cuántas formas podría depositar, utilizando la misma modalidad anterior, una utilidad de (N+1)! soles?

A) 94 B) 93 C) 92 D) 95 E) 96

Solución:

Como N es mínimo:

$N! = 2^{\propto}.3^{\beta}.5.7$; $CD(N!) = 60$; $(\propto +1)(\beta + 1).2.2 = 60$ y $\propto = 4; \beta = 2$ y $N = 7$

Entonces: $8! = 2^7.3^2.5.7$, luego $CD(8!) = 96$

Rpta.: E

6. Si el número $\mathbf{N = 15^{n+2} - 15^n}$ tiene 187 divisores compuestos, halle el valor de $\mathbf{n^2 + 1}$.

A) 10 B) 5 C) 17 D) 26 E) 37

Solución:

$$15^{n+2} - 15^n = 15^n\left(15^2 - 1\right) = 3^n 5^n 224 = 2^5 3^n 5^n 7 \ (D.C)$$

Del dato: $CD_N = CD_{simples} + CD_{compuestos} = 5 + 187 = 192$

Luego: $6(n+1)^2 2 = 192 \rightarrow (n+1)^2 = 16 \rightarrow n+1 = 4 \rightarrow n = 3 \ \therefore n^2 + 1 = 10$

Rpta.: A

7. Al calcular la suma de las cantidades que representan a las edades de tres hermanitos (Julio, Carlos y José), se cometió un grave error, se dio como respuesta 36 que representa el producto de estas cantidades. Luego de notar el error, este se corrigió y se obtuvo el valor de la suma que resultó un número primo de dos cifras iguales. Si Julio es mayor que Carlos y este mayor que José, ¿cuánto es la suma de las edades de los dos menores?

A) 7 B) 5 C) 9 D) 8 E) 6

Solución:

Sean x, y, z las edades de Julio, José y Carlos. Luego x.y.z = 36; además x + y + z = 11.
Descomponiendo 36 en sus factores primos, podemos conseguir todos los divisores del mismo: $36 = 2^2.3^2$, es decir, tiene 9 divisores, 1, 2, 4, 3, 9, 6, 12, 18, 36, elegimos tres números cuya suma es el número primo de dos cifras: 11.

1 + 4 + 6 = 11. Desde luego, la suma de los dos menores es 1 + 4 = 5

Rpta.: B

8. Si $L = 32\underbrace{000...000}_{n-ceros}{}_{(6)}$ tiene 448 divisores positivos, calcule el valor de n.

A) 14 B) 12 C) 13 D) 11 E) 10

Solución:

$$L = 32\underbrace{000...000}_{n-ceros}{}_{(6)} = 32_{(6)} \times 6^n = (3\times 6+2)\times 2^n \times 3^n = 2^2 \times 5 \times 2^n \times 3^n$$

$$= 5\times 2^{n+2} \times 3^n \rightarrow 2(n+3)(n+1) = 448 \rightarrow (n+3)(n+1) = 224 \rightarrow n = 13$$

Rpta.: C

9. ¿Cuántos divisores positivos del número 226800 terminan en 1, 3, 7 o 9?

A) 6 B) 8 C) 12 D) 10 E) 14

Solución:

$$226800 = 2^4 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \rightarrow Divisores = \{1;21;81;3;63;7;27;567;9;189\}$$
$$Total = 10$$

Rpta.: D

10. La suma de los divisores positivos del número $\mathbf{T = 32ab}$, donde a y b son primos, es el triple de T. Halle la suma de las cifras de T.

A) 11 B) 14 C) 13 D) 12 E) 15

Solución:

$$T = 2^5 \times a \times b \rightarrow SD = 63(a+1)(b+1) = 3\times 32 \times a \times b$$
$$\rightarrow a = 3 \ y \ b = 7 \ (ó \ a = 7 \ y \ b = 3)$$
$$\rightarrow T = 32\times 3\times 7 = 672 \rightarrow \sum_{cifras} = 15$$

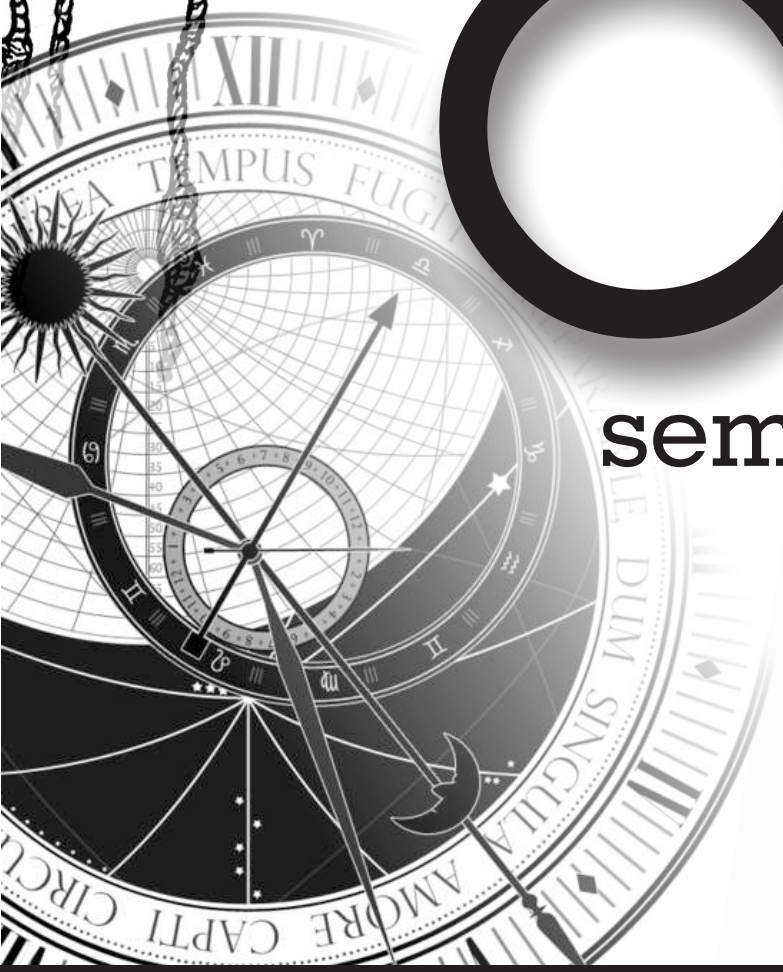
Rpta.: E

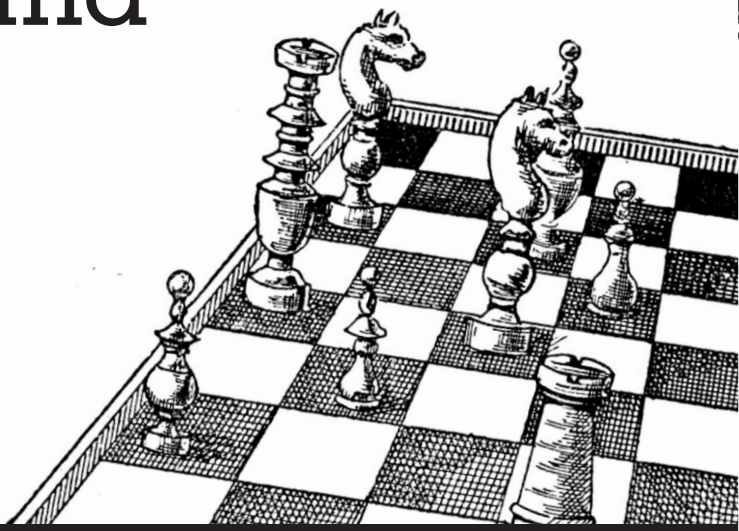
ARITMÉTICA

MANUAL DE PRACTICAS Y EJERCICIOS

07

semana





pre SAN MARCOS

Manhattan Editores

Aritmética

MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO DE NÚMEROS ENTEROS

1. **Definición:** El Máximo Común Divisor (MCD) de un conjunto de números enteros positivos es el mayor de sus divisores comunes.

Ejemplo:

Si $A = 3^4.5^7.17^{13}$ y $B = 3^{12}.7^2.17^{11}$, el MCD (A; B) = $3^4.17^{11}$

– Se dice que A y B son primos entre sí (PESI), si MCD(A; B) = 1

PROPIEDADES

Dados los números enteros A, B, C y n, entonces se cumple que:

i. MCD(nA; nB; nC) = n × MCD(A; B; C)

ii. $\text{MCD}\left(\frac{A}{n};\frac{B}{n};\frac{C}{n}\right)=\frac{\text{MCD}(A;B;C)}{n}$

iii. $\text{MCD}(A^n; B^n; C^n) = [A;B;C)]^n$

iv. MCD(A; B; C; D) = MCD(MCD(A; B); MCD(C; D))

v. MCD(A; B; C) = MCD(MCD(A; B); MCD(B; C))

Observación.

- En general, sean los números enteros A, B y C; de tal manera que el MCD(A; B; C) = d, entonces existen números enteros positivos p, q y r primos entre sí tal que:

  A = d × p; B = d × q y C = d × r

- Si a es múltiplo de b, entonces el MCD(a;b) es b.

- Si varios números naturales se dividen entre su MCD, los resultados son primos entre sí.

- El MCD de dos números enteros a y b coincide con el MCD de b y el resto de la división de a entre b. En esta propiedad se basa el Algoritmo de Euclides.

- ***Teorema de Bezout.*** a y b son números enteros con MCD(a;b) = d si y solo si existen dos números enteros p y q tales que se verifica:

  d = p.a + q.b

- Según el Teorema de Bezout. a y b son PESI si y solo si existen dos números enteros p y q tales que se verifique: p.a + q.b = 1.

2. Definición:

El Mínimo Común Múltiplo (MCM) de un conjunto de números enteros positivos es el menor de sus múltiplos comunes.

Ejemplo:

Si $A = 2^6.5^4.7^8$ y $B = 2^5.3^3.7^9$, el MCM(A; B) = $2^6.3^3.5^4.7^9$

- Si A y B son primos entre sí, entonces MCM(A; B) = $A \times B$

PROPIEDADES.

Dados los números enteros A, B, C y n, entonces se cumple que:

i. MCM(nA; nB; nC) = $n \times$ MCM(A; B; C)

ii. $\text{MCM}\left(\frac{A}{n};\frac{B}{n};\frac{C}{n}\right) = \frac{\text{MCM}(A;B;C)}{n}$

iii. MCM(A^n; B^n; C^n) = [MCM(A; B; C)]^n

- Solo para dos números enteros se cumple que

  MCD(A; B) $\times$ MCM(A; B) = $A \times B$

Observación.

- En general, sean los números enteros A, B y C; de tal que el MCM(A; B; C) = m; entonces existen números enteros positivos p, q y r primos entre sí tal que:

  $m = A \times p, m = B \times q$ y $m = C \times r$

- Si a es múltiplo de b, entonces el MCM de ambos es a.

ALGORITMO DE EUCLIDES PARA EL CÁLCULO DEL MCD DE DOS NÚMEROS

El procedimiento se puede organizar en el siguiente esquema:

Cocientes →		q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
Dividendo y divisor	# Mayor A	# Menor B	r_1	r_2	r_3	r_4 = d = MCD(A;B)
Residuos →		r_1	r_2	r_3	r_4	0

TERMINA EL PROCESO CUANDO EL RESIDUO ES CERO.

Ejemplo: Halle el MCD de 42 y 9

	4	1	2
42	9	6	3
	6	3	0

→ MCD(42 ; 9) = 3

Por lo tanto, MCD (42; 9) = 3

PROPIEDADES.

- MCD $[P^a - 1; P^b - 1] = P^{MCD(a;\, b)} - 1$
- Si $N = \overset{\circ}{a} \pm k$ y $N = \overset{\circ}{b} \pm k$, $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow N = \overset{\circ}{\overline{MCD(a;b)}} \pm k$
- Si $a = q.b + r$, $0 < r < b$ entonces MCD(a, b) = MCD(b, r).

Aritmética

EJERCICIOS

1. En este año, Alfredo y su sobrino nieto concluyeron que sus edades tienen a ocho como el mayor divisor común y en el siguiente año, sería nueve. ¿Cuál es la diferencia de sus edades?

A) 72 años B) 64 años C) 54 años D) 63 años

Solución:

Sean

A: Edad de Alfredo y B: Edad del sobrino nieto con $A > B$

* $MCD(A;B) = 8$ y $MCD(A+1;B+1) = 9$

* $A = 8p = 9K - 1 \rightarrow p = 10,\ K = 9$

* $B = 8q = 9L - 1 \rightarrow q = 1,\ L = 1$

$\rightarrow A = 80,\ B = 8 \rightarrow A - B = 72$

$\therefore$ La diferencia de sus edades es 72 años.

Rpta.: A

2. La diferencia de las edades de Alfredo y Karina es trece años. Si hace cinco años el menor múltiplo común de sus edades fue de 156 años y considerando que Alfredo es mayor que Karina, ¿cuál es la edad actual de Alfredo?

A) 60 años B) 57 años C) 58 años D) 56 años

Solución:

Hace 5 años, sean

A: Edad de Alfredo y B: Edad de Karina con $A > B$

* $MCM(A;B) = 156$, $A = \dfrac{156}{q} \wedge B = \dfrac{156}{p}$

$A - B = 156$

$156\left(\dfrac{1}{q} - \dfrac{1}{p}\right) = 13 \rightarrow q = 3$, $p = 4$

$A = \dfrac{156}{3} = 52$

$\therefore$ La edad actual de Alfredo es $52 + 5 = 57$ años.

Rpta.: B

3. La suma de las edades de una pareja de esposos es 53 veces el mayor divisor común de sus edades. Si Luis al calcular el MCD de dichas edades mediante el algoritmo de Euclides obtuvo los cocientes sucesivos $1;x;3$ y 2, en ese orden que coincide con las edades de sus hijos, halle el valor de la edad x.

A) 9 B) 8 C) 7 D) 3

Solución:

Sean las edades A y B con $MCD(A;B) = d$

Q	1	x	3	2
$7xd + 9d$	$7xd + 2d$	$7d$	$2d$	d
R	$7d$	$2d$	d	0

$A + B = 14xd + 11d = 53d$

$\rightarrow \quad x = 3$

Rpta.: D

4. La urbanización "Los Jazmines" tiene un área común en forma triangular destinada para instalaciones deportivas, cuyos lados miden 210 m; 270 m y 300 m. La junta de propietarios de la urbanización, han decidido colocar estacas igualmente espaciadas en todo el borde de dicho terreno, de modo que se coloque una estaca en cada vértice y además se sabe que la distancia entre una estaca y otra está entre 10 m y 20 m. ¿Cuántas estacas se necesitaran para cercar todo el terreno?

A) 49 B) 48 C) 52 D) 50

Solución:

La distancia de separación es un divisor del MCD

$MCD(210;270;300) = 30 \rightarrow \text{Separación} = p = 15$

$\therefore \text{N°estacas} = \dfrac{780}{15} = 52$

Rpta: C

5. El administrador de una librería recibe un lote de cuadernos y observa que si se empaquetan los cuadernos de 8 en 8 le sobran 4; pero si se empaquetan de 10 en 10 le faltan 6 y si se empaquetan de 12 en 12 le faltan 8 cuadernos. Sabiendo que la cantidad de cuadernos es mínima y mayor a 1600, ¿cuántos cuadernos tiene el lote recibido?

A) 1796 B) 1684 C) 1694 D) 1804

Solución:

Sean

L: Cantidad de cuadernos

$L = m(8) + 4 = m(10) + 4 = m(12) + 4$

$L = \overline{MCM(8;10;12)} + 4 = 120k + 4 \geq 1600$

$L = 120(14) + 4 = 1684$

$\therefore$ El número de cuadernos que tiene el lote recibido es de 1684.

Rpta.: B

6. Pedro le dice a Luis la clave de la tarjeta de crédito es: $\overline{abcdef}$ y sabía que los números: L = $\overline{abc}$ y K = $\overline{def}$. Además, para conocer sus valores le dijo que al calcular el MCD de K y L por el algoritmo de Euclides, los dos primeros residuos son 64 y 20. Asimismo, la suma de los cocientes es 14 y K es el mayor posible. Determine la suma de coeficientes de la determinada clave sabiendo que L > K.

A) 18 B) 12 C) 9 D) 15

Solución:

Q	1	5	3	5
404	340	64	20	4
R	64	20	4	0

Clave: 404340

Suma de cifras = 15

Rpta.: D

7. Marcelino tiene tres millares de jabón, cuyas dimensiones son: 15, 12 y 5 centímetros. Si las guarda en cajas cúbicas, llenándolas completamente, y los jabones sobrantes lo remata a sus clientes, ¿cuánto dinero obtuvo, como máximo, al vender todo a S/ 800 cada caja y a S/ 2 cada jabón sobrante?

A) S/ 10280 B) S/ 8240 C) S/ 9840 D) S/ 8940

Solución:

Sea

x: Longitud de la arista de cada caja cúbica

$x = \text{MCM}(15,12,5) = 60 \text{ cm}$

$\text{N°Jabones por caja}: \dfrac{60(60)(60)}{15(12)(5)} = 240$

Los 3000 jabones entran en 12 cajas cúbicas completas, sobrando 120 jabones.

$\therefore$ El dinero que obtuvo es de $12(800) + 2(120) = \text{S}/\,9840$.

Rpta.: C

8. Clementina, recibe la visita de sus nietos Jorge, Joaquín y Josué. Jorge la visita cada 10 días, Joaquín cada 11 días y Josué cada 12 días. Si un día jueves todos coincidieron por primera vez en visitar a Clementina, ¿qué día de la semana irán todos por cuarta vez?

A) Lunes B) Miércoles C) Viernes D) Domingo

Solución:

El número de días que deben transcurrir para visitar a Clementina por segunda vez es $MCM(10,11,12)=660$ días, entonces deben transcurrir $3(660)=1980$ días para visitarla por cuarta vez.

$1980=7(282)+6$ días

$\therefore$ El día miércoles irán todos por cuarta vez.

Rpta.: B

9. Los años de la fundación y refundación de una ciudad europea están representados por los números $\overline{1bbc}$ y $\overline{18ab}$, respectivamente, de modo que el MCD de dichos números es 126. ¿Después de cuántos años de la fundación fue la refundación?

A) 888 B) 828 C) 882 D) 892

Solución:

$\overline{18ab}=126p \rightarrow \overline{ab}=\overset{o}{126}-36=\overset{o}{126}+90$

$\overline{1bbc}=126q \rightarrow \overline{ab}=90 \rightarrow a=9\ ,\ b=0$

$\overline{100c}=126(q)=\overset{o}{9} \rightarrow c=8$

$\therefore$ Respuesta: 1890 – 1008 = 882

Rpta.: C

10. La longitud de una avenida interdistrital es de 18 km. Se sabe que en cada 75 m existe una señal de tránsito, la primera a 75 m del inicio y la última a 75 m del final de la avenida. Si desde el inicio de la avenida, se han colocado postes telegráficos distanciados en 40 m uno de otro, ¿cuántas veces coinciden las señales de tránsito con los postes?

A) 30 B) 28 C) 32 D) 29

Solución:

Sea

x: Longitud en que coinciden postes y señales.

$x=MCM(75;40)=600$

$N°\,Coincidencias=\dfrac{18\ 000}{600}=30-1=29$.

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En tres salas de un multicine, se recauda en sus salas A, B y C la cantidad de S/ 1248, S/ 1152 y S/ 1104, respectivamente. El precio es único y una cantidad entera. Si en la sala A asisitieron 18 personas más que en la sala C, ¿cuántas personas, en total, asisitieron a las tres salas?

A) 438 B) 368 C) 390 D) 450

Solución:

Sea

p: precio común

$$\frac{1248}{p}-\frac{1104}{p}=18 \rightarrow p=8$$

$$\text{Total}=\frac{1248}{8}+\frac{1152}{8}+\frac{1104}{8}=438.$$

Rpta.: A

2. Tres barcos parten de un mismo puerto y regresan al puerto cada 20; 30 y k días. Si partieron los tres el primero de enero del 2020 y volvieron a salir juntos el 29 de junio del mismo año y si k está comprendido entre 36 y 80 días, determine la suma de cifras del valor de k.

A) 8 B) 9 C) 10 D) 7

Solución:

$$\text{Tiempo transcurrido}=180 \text{ días}$$

$$\text{MCM}(20;30;k)=180 \rightarrow k=45$$

$\therefore$ La suma de cifras de k es $4+5=9$.

Rpta.: B

3. La cooperativa "Invasión" dispone de un terreno en forma rectangular de 1850 m por 2125 m. Si el terreno es dividido en lotes cuadrados de mayor área posible y dicha cooperativa contrata a un agente inmobiliario para la venta de los lotes cuyo precio es de 8 soles por lote, ¿cuánto espera ganar el agente por la venta total de los lotes?

A) S/ 49 560 B) S/ 48 600 C) S/ 50 320 D) S/ 53 000

Solución:

Sea

L: El lado del cuadrado (lote)

$$\text{N°Lotes}=\frac{(1850)(2125)}{(25)(25)}=6290$$

$$\text{Ingreso}=(6290)(8)=50\ 320.$$

Rpta.: C

4. En un concurso de alegorías militares, el batallón del E.P. está compuesto por "a" soldados y la M.G.P. con "b" grumetes, tal que el E.P. pueden hacer 21 diferentes grupos de igual cantidad de soldados y la M.G.P. solo 10 diferentes grupos de igual cantidad de grumetes, además el mayor grupo común de ambos equipos es de 18 personas cada uno. Determine el valor de a – b.

A) 378 B) 414 C) 432 D) 441

Solución:

$cd(a) = 21;\ cd(b) = 10;\ MCD(a;b) =$

$a = 2 \cdot 3^2 \cdot p \ \rightarrow\ a = 2^6 \cdot 3^2 = 576$

$b = 2 \cdot 3^2 \cdot q \ \rightarrow\ b = 2 \cdot 3^4 = 162$

$a - b = 414$

Rpta.: B

5. Las dimensiones de una cajita de chocolate son 3; 5 y 6 cm. ¿Cuántos chocolates, como máximo, se podrán empaquetar en una caja cúbica, cuya longitud de su arista esté comprendida entre 55 y 70 cm?

A) 1800 B) 2500 C) 2400 D) 2100

Solución:

Sea

L: Longitud de la caja cúbica

$L = MCM(3;5;6) = 30$

Pero L está entre 55 y 70 cm $\rightarrow L = 60$

$N°\text{ total de chocolates} = \dfrac{60.60.60}{3.5.6} = 2400$

Rpta.: C

6. Se tiene un terreno de 420 m de largo y 360 m de ancho,dividido en parcelas cuadradas cuyo lado, en metros, es el mayor número entero posible. Si se desea cercar con postes en los vértices de las parcelas cuadradas. ¿Cuántos postes se van a necesitar?

A) 63 B) 54 C) 48 D) 56

Solución:

Longitud del terreno:

$L = MCM(420;360) = 60m$

N° de postes $= \left(\frac{420}{60} + 1\right)\left(\frac{360}{60} + 1\right) = 56.$

Rpta.: D

7. Tres atletas compiten en una carrera sobre una pista circular de 1200 m de longitud y van en el mismo sentido con velocidades de 150 m/min y 100 m/min y 80 m/min. En un determinado instante coinciden en el punto de partida por sétima vez, en ese instante, ¿cuántos kilómetros de ventaja hay entre el más rapido y el menos veloz?

A) 58,8 km B) 62,4 km C) 56,4 km D) 60,2 km

Solución:

Sea

t_i : tiempo de una vuelta del atleta i

$t_1 = 8$ min , $t_2 = 12$ min , $t_3 = 15$ min

$L =$ Tiempo que coinciden los tres en el punto inicial

$L = MCM(8;12;15) = 120$ min

Por sétima vez $7(120) = 840$ min

$L_3 - L_1 = 840 \text{ min}(70\text{m}) = 58\ 800\text{m} = 58{,}8\text{km}$

Rpta.: A

8. Si el MCD del mayor número de 300 cifras de la base siete y el mayor número de 250 cifras de la base 49 se escribe en la base 9, la cifra de primer orden de dicha base es

A) 7. B) 8. C) 4. D) 6.

Solución:

$A = 7^{300} - 1$, $B = 7^{500} - 1$

$MCD\left[7^{300} - 1; 7^{500} - 1\right] = 7^{100} - 1 = \overset{o}{9} + x$

$7^3 = \overset{o}{9} + 1 \rightarrow 7^{100} - 1 = \overset{o}{9} + 6$

$\therefore\ x = 6$

Rpta. : D

9. Vladimir, César y Jorge pasean en bicicleta por un camino que rodea a un lago. Para dar una vuelta completa, Vladimir tarda 6 minutos, César 8 minutos y Jorge 12 minutos. Si parten juntos desde un mismo punto en el mismo sentido y acuerdan interrumpir el paseo cuando se reencuentren en el mismo punto de partida, por cuarta vez. Determine el tiempo que duró el paseo y la suma del número de vueltas que dio cada uno de ellos.

A) 1h 48min, 32 vueltas
B) 2h 24min, 42 vueltas
C) 1h 12min, 27 vueltas
D) 2h 12min, 38 vueltas

Solución:

Se reencontrarán por segunda vez en $MCM(6,8,12) = 24$ min, entonces en $3(24) = 72 \text{ min} = 1\text{h } 12 \text{ min}$ se reencontrarán por cuarta vez.

Suma del N° de vueltas $= \frac{72}{6} + \frac{72}{8} + \frac{72}{12} = 27.$

Rpta.: C

10. Mateo, Lucas y Felipe tienen cada uno cierta cantidad de dinero, en soles, donde Mateo tiene más dinero que los otros dos. Al calcular el máximo común divisor de la cantidad de dinero que tiene Mateo y Lucas mediante el Algoritmo de Euclides, se obtuvieron los cocientes sucesivos 2, 1 y 2 en ese orden y al calcular el máximo común divisor de la cantidad de dinero que tiene Mateo y Felipe por el mismo método se obtuvieron los cocientes 2, 3 y 2 siendo la penúltima división por exceso. Si entre los tres tienen S/ 731, halle la suma de cifras de la cantidad de dinero, en soles, que tiene Felipe.

A) 8 B) 12 C) 9 D) 7

Solución:

	2	1	2
$M=8x$	$L=3x$	$2x$	x
	$2x$	x	0

	2	3	2
$M=12y$	$F=5y$	$2y$	y
	$2y$	y	0

Entonces $M=8x=12y$; $L=3x$; $F=5y$

$M+L+F=731$

$8x+3x+5\left(\frac{2x}{3}\right)=731 \rightarrow x=51$

$\rightarrow M=408$; $L=153$ y $F=170$

$\therefore\ 1+7+0=8$

Rpta.: A

Aritmética

EJERCICIOS

1. El mayor de los tres hijos de una familia visita a sus padres cada 15 días, el segundo hijo cada 10 días, y la menor cada 12 días. Si el día de Navidad se reúne la familia completa, ¿cuál es la fecha más próxima que volverán a reunirse todos?

A) 22 de febrero B) 18 de febrero C) 24 de febrero D) 23 de febrero

Solución:
15 = 3.5
10 = 2.5 MCM (15, 10, 12) = 2^2.3.5 = 60
12 = 2^2.3
25 de diciembre + 60 días = 23 de febrero

Rpta.: D

2. La capacidad de cierto envase vacío es una cantidad entera en litros menor que 15. ¿Cuántos envases idénticos al mencionado, como mínimo, se requieren para envasar, sin mezclar y sin que sobre, los contenidos de dos líquidos diferentes cuyos volúmenes son 780 y 660 litros?

A) 115 B) 125 C) 105 D) 120

Solución:

$d = MCD(780;660) = 60 = 2^2.3.5$

Capacidad del envase pedido: V = 2^2. 3 = 12

$\#\text{ envases} = \frac{780}{12} + \frac{660}{12} = 65 + 55 = 120$

Rpta.: D

3. En una competencia, tres ciclistas parten juntos en el mismo sentido desde la línea de partida de un velódromo. Si para recorrer una vuelta cada uno tarda 20; 24 y 18 segundos respectivamente, ¿cuántas vueltas habrán dado en total los tres ciclistas, cuando pasen juntos por la línea de partida la próxima vez?

A) 37 B) 53 C) 44 D) 56

Solución:
T = MCM(20,24,18) = 360
Cada 360 segundos pasarán juntos por la línea de partida
El primer ciclista habrá dado 360 ÷ 20 = 18 vueltas
El segundo ciclista habrá dado: 360 ÷ 24 = 15 vueltas
El tercer ciclista habrá dado 360 ÷ 18 = 20 vueltas
Por lo tanto: # Total de vueltas = 18 + 15 + 20 = 53

Rpta.: B

4. Ana y Betty se reunieron para jugar dos veces. La primera vez que se reunieron ellas tenían $\overline{1a}$ y $1b$ muñecas respectivamente, y contaron en total 33 muñecas. Al reunirse por segunda vez, nuevamente contaron sus muñecas, resultando ahora que Ana tiene dos veces lo que tenía mientras que Betty cinco veces lo que tenía.
Si en cada reunión ellas calcularon el MCM de la cantidad de muñecas que tenían y obtuvieron el mismo resultado, halle el MCD de $1a$ y $\overline{1b}$.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

Solución:
De los datos:

$$\text{MCM}(\overline{1a},\overline{1b}) = \text{MCM}(2\times\overline{1a},5\times\overline{1b}) \rightarrow b = \overset{\circ}{2},\ a = \overset{\circ}{5}$$

$$\overline{1a} + \overline{1b} = 33$$

Luego, de lo anterior: a = 5, b = 8
Así: MCD(15,18) = 3

Rpta.: C

5. Al calcular el máximo común divisor de las edades, en años, de Marcos y de su hermano menor por el algoritmo de Euclides, se obtiene los cocientes sucesivos 1, 1 y 3, en ese orden. Si la edad del hermano menor es el menor número posible con ocho divisores positivos, determine la edad de Marcos.

A) 30 B) 42 C) 90 D) 36

Solución:

	1	1	3
7d	4d	3d	d
	3d	d	0

$$4d = 2^2 d \rightarrow d = 2.3 = 6 \quad \therefore M = 7d = 42$$

Rpta.: B

6. Ramón embala sus DVD's favoritos, inicialmente intenta formar grupos de 12 pero le sobran 6, luego en grupos de 8 pero le sobran 2, finalmente forma grupos de 7 y no le falta ni sobra DVD's. Si la cantidad total de DVD's no superan las 100 unidades, ¿cuántos DVD's tiene?

A) 56 B) 63 C) 28 D) 42

Solución:

N: número de DVD's de Ramón, $N < 100$

$$N = \begin{cases} \overset{\circ}{12} + 6 \\ \overset{\circ}{8} + 2 \\ \overset{\circ}{7} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \overset{\circ}{12} + 42 \\ \overset{\circ}{8} + 42 \\ \overset{\circ}{7} + 42 \end{cases} \quad \text{Luego} \quad N = \overset{\circ}{MCM}(12,8,7) + 42 = 168k + 42 = 42$$

Rpta.: D

7. Julieta dispone de 120 litros de chicha morada y 135 litros de maracuyá. Para su comercialización, Julieta desea envasar las bebidas, en recipientes de igual capacidad, los cuales deben contener un número entero de litros. Si la capacidad de los recipientes es menos de 5 litros, ¿cuántos recipientes como mínimo necesitará Julieta para envasar las bebidas por separado?

A) 255 B) 130 C) 85 D) 95

Solución:

Sea x = capacidad de cada recipiente.

$MCD(120,135) = 15$; $x < 5$

$\Rightarrow x = 3$

$\therefore \#\text{ Recipientes} = \dfrac{120}{3} + \dfrac{135}{3} = 85$

Rpta.: C

8. Jacinto desea cercar su terreno de forma rectangular de 2184 m de largo y 1560 m de ancho con alambre sujeto a postes equidistantes, de manera que la distancia entre dos postes esté entre 24 m y 31 m. Si en cada vértice siempre debe estar un poste, ¿cuántos postes necesita Jacinto para cercar su terreno?

A) 144 B) 242 C) 160 D) 288

Solución:

Sea x = distancia entre cada poste.

MCD(2184; 1560) = 312; $24 < x < 31 \rightarrow x = 26$

postes = $2\left(\frac{2184}{26}\right)+2\left(\frac{1560}{26}\right) = 288$

Rpta.: D

9. En cierto batallón se pueden formar grupos completos, de 3, de 5 o de 25 soldados, pero no se pueden formar grupos completos de 4, ni de 9. Si en dicho batallón se tienen más 1000 pero menos de 1250 soldados, ¿cuántos soldados hay?

A) 1050 B) 1020 C) 1030 D) 1040

Solución:

MCM (3, 5, 25) = 75

El número tiene que ser múltiplo de 75 y estar entre 1 000 y 1 250:

1 050 $1125 = \overset{\circ}{9}$ $1200 = \overset{\circ}{4}$

Por tanto, el número de soldados es 1050.

Rpta.: A

10. Fátima junto a diez amigos celebran su fiesta de cumpleaños y al abrir uno de sus regalos se da cuenta que es una caja llena de bombones donde:

- Hay menos de cinco docenas de bombones.
- Los bombones están ordenados en filas de nueve.

Si al repartir por igual el total de bombones que hay en dicha caja, entre todos sus amigos y ella, le sobra uno, ¿cuántos bombones habían?

A) 45 B) 55 C) 35 D) 75

Solución

- Hay menos de 60 bombones.
- Son un múltiplo de 9.
- Diez amigos más Fátima son once.

El número de bombones es un múltiplo de 11 más uno. Las posibilidades, según la última pista, son: 12 23 34 45 56 67…
Como ha de ser múltiplo de 9 y menor que 60, el número de bombones es 45.

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Teresa tiene tres relojes de colores diferentes que emiten señales cada 60, 150 y 300 minutos respectivamente. A las 11 a.m. los tres relojes han coincidido en dar la señal por primera vez. ¿A qué hora volverán a dar juntos los tres, la señal por segunda vez?

A) 4 p.m. B) 1p.m. C) 3p.m. D) 5p.m.

Solución:
MCM (60, 150, 300) = 300
11 a.m. + 300 min = 4 p.m.

Rpta.: A

2. Se quiere dividir un terreno rectangular de 210 metros de largo por 40 metros de ancho en parcelas cuadradas iguales. ¿Cuántas parcelas se podrá obtener, si el lado de cada parcela debe medir una cantidad entera, comprendida entre 3 y 9 metros?

A) 164 B) 120 C) 246 D) 336

Solución:

$$\text{MCD}(210;40) = 10 = 2\times 5 \quad \rightarrow \quad \text{L} = 5\text{m}$$

$$\#\text{parcelas} = \frac{210}{5}\times\frac{40}{5} = 336$$

Rpta.: D

3. Beatriz cambia el aceite de su auto cada 3500 km y le hace un mantenimiento general cada 8000 km. Si el día de hoy por primera vez realiza el mantenimiento general y también el cambio de aceite a su auto, pagando por cada cambio de aceite S/ 150 y por cada mantenimiento general S/ 400, ¿cuántos soles gastará en total hasta que realice simultáneamente las dos acciones por tercera vez?

A) 10 000 B) 10 950 C) 12 000 D) 9 850

Solución:

$$\text{MCM}(3500;8000) = 56000$$

$$\therefore\ \text{Gastará} = 150\left(\frac{112000}{3500}+1\right)+400\left(\frac{112000}{8000}+1\right) = 10950$$

Rpta.: B

4. La suma de las edades, en años, de Jaime y su abuelo es 132 años. Si el mínimo común múltiplo de sus edades es 336, ¿cuántos años más que Jaime tiene su abuelo?

A) 36 B) 40 C) 45 D) 50

Solución:

1) a + b = 132, a = pd, b = qd, p y q: PESI.
$\rightarrow$ d(p + q) = 132 … (1)

2) MCM(a, b) = 336 entonces dpq = 336… (2)

$$\frac{(1)}{(2)}:\frac{p+q}{pq}=\frac{132}{336}=\frac{11}{28}=\frac{4+7}{4\times 7}\Rightarrow p=4,\ q=7\ \rightarrow d=12$$

Asi tenemos: $a=48$ y $b=84$

$\therefore\ b-a=36$

Rpta.: A

5. Andrés calculó correctamente el MCD de $\overline{mnp}$ y $\overline{num}$, (m > n), mediante el algoritmo de Euclides y obtuvo los cocientes sucesivos 2, 4 y 6 en ese orden respectivamente, realizando la segunda división por exceso. Si $\overline{mnp}$ es el mayor valor posible, determine el valor de (m + n + p + u).

A) 21 B) 17 C) 18 D) 19

Solución:

	2	4	6
52k	23k	6k	k
	6k	k	0

$\overline{mnp}=52k,\ k<20$ y $\overline{num}=23k\ \rightarrow$ Máx. $k=16$

$\overline{mnp}=832$ y $\overline{num}=368\ \rightarrow m=8,\ n=3,\ p=2,\ u=6.$

$\therefore\ m+n+p+u=19$

Rpta.: D

6. Luis decide donar 150 frazadas y 42 pares de botas para un albergue de niños. Pero al momento de efectuar la donación, él pide que se reparta por igual la cantidad de frazadas y pares de botas a cada niño. Considerando la mayor cantidad posible de niños, ¿cuántos artículos, entre frazadas y pares de botas, recibe cada niño?

A) 12 B) 23 C) 32 D) 41

Solución:

Sea "**n**" la cantidad máxima de niños que recibirá la donación.

Luego: **n** = MCD (150,42) = 6

Además, cada niño recibirá:

Frazadas: 150/6 = 25

Pares de botas: 42/6 = 7

Total de artículos por niño: 25 + 7 = 32

Rpta.: C

7. Aldo y Marco son albañiles, se sabe que la suma de sus jornales diario es 192 soles y la diferencia es no mayor de 30. Si el MCD de ambos jornales es 12, halle los jornales en soles, de Aldo y Marco.

A) 120 y 98 B) 200 y 198 C) 108 y 84 D) 100 y 96

Solución:

Sean A y M los jornales respectivos con A > M.

Dato: A + M = 192 y A – M $\leq$ 30 tal que

MCD(A, M) = 12, entonces existen p y q PESI tales que:

A = 12p y M = 12q

Reemplazando en la suma: 12p + 12q = 192 $\rightarrow$ p + q = 16

Ahora de todos los posibles valores que toman p y q se tiene:

p = 9, q = 7, pues

A = 9 $\times$ 12 = 108

M = 7 $\times$ 12 = 84

De donde A – M = 24 $\leq$ 30

Rpta.: C

8. Si el MCM de las edades de Charo y Carmen es el doble de la edad de Charo y el MCD de las mismas edades es la tercera parte de la edad de Charo. Y además Carmen nació 24 años después que Charo. ¿Cuál es la edad de Charo?

A) 50 B) 72 C) 37 D) 48

Solución:

Sean A y B las edades con A > B, Dato $\begin{array}{l} MCM(A,B) = 2A \\ MCD(A,B) = A/3 \end{array}$

Se cumple: $MCD(A,B).MCM(A,B) = A.B$

Reemplazando: $A/3 .2A = A.B$ de donde obtenemos: $B = \frac{2A}{3}$

Además, A – B = 24, reemplazando en B obtenemos:

$A = 72$

$B = 48$

Rpta.: B

9. Se tienen 3 barriles que contienen 210, 300 y 420 litros de aceite. Se quiere vender el aceite en envases pequeños iguales entre sí, cuya capacidad está en litros. ¿Cuál es la menor cantidad de envases que se empleará para que todos estén llenos y sin desperdiciar aceite?

A) 31 B) 40 C) 13 D) 12

Solución:

Sea d = Cantidad de litros de cada envase.

Entonces d = MCD (210, 300,420) = 30

Finalmente: $\frac{210}{30} + \frac{300}{30} + \frac{420}{30} = 31$

Rpta.: A

10. Deseamos cortar una cuerda de 20 metros y otra de 30 metros en trozos iguales lo más grandes posible y sin desperdiciar cuerda. ¿Cuánto medirá cada trozo?

A) 12 B) 10 C) 16 D) 20

Solución:

$20 = 2^2 \times 5$; $30 = 23 \times 5$; MCD (20,30) = $2 \times 5 = 10$ metros

Las cuerdas han de cortarse en trozos de 10 m cada una.

Rpta.: B

Aritmética

EJERCICIOS

1. Ana, Betty, Carla y Daniela asisten al mismo teatro cada 8; 9; 10 y 12 días respectivamente. Si un día martes todas asistieron por primera vez a dicho teatro, ¿qué día de la semana irán todas por cuarta vez?

A) Miércoles B) Martes C) Jueves D) Viernes E) Sábado

Solución:

T = MCM(8; 9; 10; 12) = 360 → T=360(3) =1080 = $\overset{0}{7}+2$

Día por 4ta. vez = Martes + 2 = Jueves

Rpta.: C

2. Aldo y Beto tienen A y B soles respectivamente. Si se sabe que el MCM(A; B) equivale al MCM(13A; 7B), además Aldo tiene 30 soles más que Beto, ¿cuántos soles, como mínimo, tienen entre ambos?

A) 96 B) 82 C) 68 D) 54 E) 40

Solución:

Si MCM(A; B) = MCM (13A; 7B) → A=$\overset{0}{7}$ y B= $\overset{0}{13}$

B+30=$\overset{0}{7}$ → B = $\overset{0}{7}-2$

De donde: Mín. B = 26 → A = 56 → Mín. (A+B) = 82

Rpta.: B

3. Un alumno al hallar correctamente el MCD($\overline{abc}$;$\overline{cba}$) con a > c, mediante el algoritmo de Euclides, obtuvo los cocientes sucesivos 1; 1; 13; 2; 2 y 2, realizando solo la tercera y cuarta división por exceso. Determine el menor valor de (a – b.c).

A) 2 B) – 2 C) – 4 D) 0 E) 4

Solución:

	1	1	13	2	2	2
206d	107d	99d	8d	5d	2d	d
	99d	8d	5d	2d	d	0

$\overline{abc}$ = 206d y $\overline{cba}$=107d a – b.c

I) d=2 : 412 y 214 → 4 – (1.2)= 2

II) d=4 : 824 y 428 → 8 – (2.4)=0

Mín. (a – b.c) = 0

Rpta.: D

4. Tres albañiles Andrés, Beto y Carlos deben colocar losetas en un área de 535m^2. Para colocar 1m^2 emplean 30, 36 y 42 minutos respectivamente. ¿Cuántas horas tardarán en culminar dicho trabajo, si se desea que cada uno de los tres albañiles empleen un mínimo de tiempo y coloquen cada uno un número entero de m^2 trabajando simultáneamente?

A) 112 B) 102 C) 96 D) 84 E) 105

Solución:

MCM(A, B, C)=21 horas ≡1260min
Luego A→42m^2
B→35m^2 ⇒ 42x+35x+30x=535
C→30m^2

Tiempo total: 21x5 = 105 horas

Rpta.: E

5. Jorge tiene un terreno rectangular de 1200 y 800 metros por lado, el cual será dividido en parcelas cuadradas todas de igual área y lado entero, en metros. Calcule el número de metros del lado de cada parcela si Jorge desea obtener entre 6000 y 10000 parcelas.

A) 12 B) 10 C) 16 D) 20 E) 40

Solución:

Sea L el lado: $6000 < \frac{1200}{L} \times \frac{800}{L} < 10000 \Rightarrow 9.79 < L < 12.6$ y L divisor común de 1200 y 800 y como $MCD(800,1200) = 2^4 \times 5^2 \Rightarrow L = 10$

Rpta.: B

6. Juan tiene tres cajas de galletas sueltas idénticas con 288, 408 y 360 unidades. Si Juan desea venderlas en paquetes pequeños de igual cantidad, que estén contenidas exactamente en cada una de las caja, halle el menor número de paquetes que obtendrá, sin desperdiciar galletas.

A) 44 B) 47 C) 49 D) 32 E) 24

Solución:

$\text{G=\#galletas por paquete} = MCD(288;408;360 = 24 \therefore G_{\min} = 12+17+15 = 44$

Rpta.: A

7. Gladys hará una adquisición de un lote de libros, los cuales serán trasladados en cajas cúbicas. Las dimensiones de cada uno de los libros son 54; 8 y 36 cm y la arista en cm de cada caja es la menor posible. Si ella recibe una caja llena y le faltan 50 libros para completar la segunda, ¿cuántos libros adquirió en dicho lote, Gladys?

A) 1742 B) 1658 C) 1246 D) 1542 E) 1508

Solución:

L: longitud de la arista de la caja cúbica en cm.

$$\mathrm{L} = \mathrm{mcm}(54,8,36) = 216$$

de libros(en la caja cúbica llena)= $\left(\frac{216}{54}\right)\left(\frac{216}{8}\right)\left(\frac{216}{36}\right) = (4)(27)(6) = 648$

de libros (en la caja que falta completar) =648-50=598

de libros (total)=648+598 = 1246

Rpta.: C

8. Ángel compró 90 lápices de colores clásicos y Luis 42 lápices de colores de neón, los cuales serán repartidos solo para algunos niños de la casa hogar: "La Mano de Dios". Si todos los beneficiados deben recibir la misma cantidad de colores entre clásicos y de neón, determine el número mínimo de lápices de colores que recibirá cada niño beneficiado de esta casa hogar.

A) 22 B) 15 C) 12 D) 24 E) 21

Solución:

Cantidad Max de niños beneficiados = MCD (90,42) = 6

Num min de lápices de colores clásicos = 90/6 = 15

Num min de lápices de colores de neón = 42/6 = 7

Total de lápices que recibe cada niño= 15+7 = 22

Rpta.: A

9. Los ciclistas Alberto, Jorge y Carlos tardan 4, 6 y 7 minutos respectivamente en dar una vuelta alrededor de un velódromo. Si todos parten de un mismo punto M de dicha pista a las 8:00am a velocidad constante cada uno de ellos, ¿a qué hora se volverán a encontrar, por tercera vez en dicho punto M?

A) 12:12pm B) 10:48am C) 8:42am D) 9:56 am E) 9:24am

Solución:

T = MCM(4,6,7)=84min=1h24min
Por tercera vez: 2h 48min
8+2:48=10:48min

Rpta.: B

10. ¿Cuál debe ser la capacidad de un balde, en número entero de litros, comprendida entre 4 y 15 litros, si tenemos que llenar de forma exacta, tres tanques de agua cuyas capacidades son 224; 320 y 448 litros respectivamente, empleando cada vez dicho balde lleno de agua?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 5

Solución:

Tomamos MCD(224 ; 320 ; 448) = 32 $\Rightarrow$ La capacidade del balde debe ser um divisor de 32, compreendida entre 4 y 15; y este será 8 litros.

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determine el máximo común divisor de $\overline{mnq(2q+1)}$ y $\overline{mnq(2q-3)}$.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

Solución:

Sea d = MCD ($\overline{mnq(2q+1)}$, $\overline{mnq(2q-3)}$), entonces:

$\overline{mnq(2q+1)} = \overset{0}{\mathbf{d}}$ (–)

$\overline{mnq(2q-3)} = \overset{0}{\mathbf{d}}$

$4 = \overset{0}{\mathbf{d}}$ = dk entonces d = 1, 2, 4

Como los números son impares, d = 1

Rpta.: A

2. Ercy tiene $4^{14}-1$ chupetines y $2^{21}-1$ caramelos. Desea distribuir a los niños de su barrio de tal manera que a cada uno le corresponda igual número de chupetines e igual al número de caramelos. ¿A cuántos niños como mínimo logrará repartir?

A) 127 B) 511 C) 1023 D) $2^{35}-1$ E) 2047

Solución:

$mcd(2^{28}-1; 2^{21}-1) = 2^7-1 = 127$

Rpta.: A

3. Al calcular el MCD de dos enteros positivos mediante el algoritmo de Euclides se obtuvo como cocientes sucesivos a 1, 3, 1, 5 y 3 siendo la penúltima división por exceso. Si el menor múltiplo común de dichos enteros es igual a 2665 veces el cuadrado de su máximo común divisor, determine la suma de cifras del mayor de los enteros positivos.

A) 19 B) 13 C) 10 D) 11 E) 12

Solución:

				exceso	
	1	3	1	5	3
A	B	17d	14d	3d	d
	17d	14d	3d	d	0

$A = 82d;\ B = 65d$

$MCM(82d, 65d) = 2665[\text{MCD}(82d, 65d)]^2$

$\Rightarrow\ d = 2\ \ \Rightarrow\ A = 164$

Rpta.: D

4. Edmundo tiene un terreno rectangular de 1530m por 1428m y desea dividir su terreno en parcelas cuadradas, tal que el número de parcelas sea mínimo. Si coloca estacas en cada esquina de una parcela, ¿cuántas estacas utilizará Edmundo en su terreno?

A) 220 B) 150 C) 240 D) 180 E) 210

Solución:

Sea x la longitud en metros del lado de cada parcela.
x = MCD(1530;1428) = 102

$\therefore\ \#\,Estacas = \left(\frac{1530}{102}+1\right)\left(\frac{1428}{102}+1\right) = 240$

Rpta.: C

5. Tres amigos, Marcos, Maximiliano y Mariano recorren un circuito saliendo todos al mismo tiempo, del mismo punto de partida, y en el mismo sentido. Marcos hace el recorrido en 8 minutos; Maximiliano, en 12 minutos; y Mariano, en 18 minutos. Con la información proporcionada, ¿al cabo de cuánto tiempo se reencontrarán nuevamente en el punto de partida, por segunda vez? y ¿cuál es la suma del número de vueltas de cada uno en ese momento?

A) 2h 12min, 19 vueltas
B) 1h 12 min, 19 vueltas
C) 1h 48 min, 20 vueltas
D) 3h 12 min, 10 vueltas
E) 2h 24 min, 38 vueltas

Solución:

Sea x el tiempo en minutos que debe transcurrir para que se reencuentren nuevamente por primera vez. Entonces
x = MCM(8;12;18) = 72 minutos = 1h 12 min

$\#\,vueltas = \frac{144}{8}+\frac{144}{12}+\frac{144}{18} = 38$

$\therefore\ 2h\ 24\min\ y\ \ 38\,vueltas$

Rpta.: E

6. Tres ciclistas recorren un velódromo saliendo todos al mismo tiempo, del mismo punto de partida, y en el mismo sentido. El primero da una vuelta en 2 minutos; el segundo, en 108 segundos; y el tercero, en 90 segundos. ¿Cuántas vueltas habrán dado en total los tres ciclistas al encontrarse inmediatamente en el punto de partida?

A) 36 B) 40 C) 42 D) 31 E) 30

Solución:

Min tiempo (los 3 ciclistas se encuentran) = MCM (120, 108, 90) = 1080 segundos

No de vueltas 1º ciclista = 1080/120 = 9 vueltas
No de vueltas 2º ciclista = 1080/108 = 10 vueltas
No de vueltas 3º ciclista = 1080/90 = 12 vueltas.

Total de vueltas = 31

Rpta.: D

7. Se quiere construir una estantería de tres niveles con tres tablas superpuestas, de modo que se puedan colocar libros de $12; 18$ y 21 mm de espesor en el primer segundo y tercer nivel, respectivamente. Si la longitud de la estantería es el menor posible, de modo que den un número exacto de tomos, ¿cuántos libros entran en dicho estante?

A) 47 B) 51 C) 20 D) 62 E) 46

Solución:

La longitud de cada tabla debe ser un múltiplo del espesor de cada tomo y el mínimo posible.

$MCM(18; 12; 21) = 252$
Cantidad libros= $\frac{252}{18} + \frac{252}{12} + \frac{252}{21} = 47$

Rpta.: A

8. Si L = MCD [$\underbrace{333\ldots333}_{480\ cifras}$ (4) ; $\underbrace{777\ldots777}_{120\ cifras}$ (8)], halle la suma de sus cifras cuando L se convierta al sistema cuaternario.

A) 120 B) 240 C) 480 D) 180 E) 720

Solución:

$\underbrace{333\ldots333}_{480\ cifras}{}_{(4)} = 4^{480} - 1$; $\underbrace{777\ldots777}_{120\ cifras}{}_{(8)} = 8^{120} - 1 = 2^{360} - 1 = 4^{180} - 1$

T= MCD $[4^{480} - 1\ ;\ 4^{180} - 1\ ] = 4^{MCD(480,\ 180)} - 1 = 4^{60} - 1 = \underbrace{333\ldots333}_{60\ cifras}{}_{(4)}$

Por lo tanto: Suma de cifras = 60(3) = 180

Rpta.: D

9. Se tiene tres rollos de alambre que miden, cada uno, 2442 metros, 2772 metros y 3102 metros de longitud. Si cortamos cada uno para obtener rollos más pequeños, todos de igual longitud, ¿cuántos de estos rollos como mínimo se obtendrán?

A) 124 B) 135 C) 132 D) 126 E) 130

Solución:

Hallamos MCD(2442;2772;3102) = 66

Entonces cada rollo debe medir 66 metros cada uno, con lo cual obtendremos como mínimo $\frac{2442}{66} + \frac{2772}{66} + \frac{3102}{66} = 126$ rollos.

Rpta.: D

10. Si MCM $[\ \overline{b(a-1)}\ ;\ \overline{(a+1)5};\ ]$ = 360 y MCD $[\overline{b(a-1)}\ ;\ \overline{(a+1)5}\ ]$ = a^2, calcule la suma de las cifras del MCD($a^4 + 3$; 2b).

A) 6 B) 3 C) 9 D) 12 E) 5

Solución:

$\overline{(a+1)5}\ x\ \overline{b(a-1)}$ = 360 . a^2 = (45)(8. a^2) → a = 3 ; b = 7

→ MCD($a^4 + 3$; 2b) = MCD(84; 14) = 14

Por lo tanto: suma de cifras = 1 + 4 = 5

Rpta.: A

Aritmética

EJERCICIOS

1. Se cortan tres sogas que miden 408 m, 1428 m y 1530 m en pedazos iguales y del mayor tamaño posible. Determine la cantidad de pedazos de soga obtenidos.

A) 33 B) 51 C) 66 D) 24 E) 64

Solución:
Tenemos que dividir las 3 sogas en pedazos del mismo tamaño (el mayor valor posible) por lo que el máximo divisor común nos va a proporcionar esta medida.
MCD (408, 1428, 1530) = 102.
Luego cada pedazo de soga mide 102 metros
Como (408+1428+1530) ÷ 102 = 33
Finalmente se obtienen 33 pedazos de soga

Rpta.: A

2. La pizzería "TODOS VUELVEN" funciona todos los días de la semana y siempre tiene promociones para sus clientes, las cuales son dadas en las noches del mismo día de la promoción. Cada 4 días, el cliente tiene descuento en la compra de la pizza de calabresa; cada 3 días, por la compra de dos pizzas, gana una mini pizza americana, y cada 7 días tiene la promoción de refrescos. Si hoy están las tres promociones vigentes, ¿dentro de cuántas semanas volverá a ocurrir nuevamente esta coincidencia?

A) 40 B) 12 C) 20 D) 22 E) 7

Solución:

Vea que los descuentos ocurren cada uno, 4, 3 y 7 días. Hoy es el día de la coincidencia. Queremos saber cuándo sucederá de nuevo. En realidad, deseamos conocer el MCM (4, 3, 7) el cual es 84. Para descubrir el número de semanas, basta dividir 84 entre 7 obteniéndose 12 semanas para que las tres ofertas coincidan.

Rpta: B

3. Lucy es auxiliar de enfermería y debe usar la menor cantidad posible de gavetas para acomodar 120 frascos de medicamento tipo A, 150 frascos de tipo B y 225 frascos de tipo C. Si colocara la misma cantidad de frascos en todas las gavetas, y los medicamentos de un solo tipo en cada una de ellas, ¿cuántas gavetas debe usar Lucy?

A) 30 B) 32 C) 28 D) 36 E) 33

Solución:

Sea N: número de frascos por gaveta

Entonces N = MCD (120; 150; 225) =15

Gavetas = (120/15) + (150/15) + (225/15) = 33

Rpta.: E

4. Gustavo y Luis David publicaron cada uno un video en la web. Hace cinco días atrás tenían $\overline{a1b2}$ y $\overline{a23b}$ reproducciones respectivamente, y al inicio del día de hoy tienen 12 veces más y 16 veces más de reproducciones de lo que tenían hace cinco días respectivamente. Si el menor múltiplo común de los números de reproducciones de ambos días coincide, determine el MCD $\left(\overline{a1b2}\,;\,\overline{a23b}\right)$.

A) 4 B) 2 C) 12 D) 6 E) 8

Solución:

$MCM(J;\ M) = MCM(13J;\ 17M)\ entonces\ J = \dot{17}\ \ y\ \ M = \dot{13}$

$J = \overline{a1b2} = \dot{17}\ \ y\ \ M = \overline{a23b} = \dot{13}\ \ \therefore a = 4 \wedge b = 8.$

Por lo tanto, $MCD\left(\overline{4182};\overline{4238}\right) = 2$

Rpta.: B

5. Daniel compró 180 plantas de guanábana y 84 plantas de palta para trasplantarlas a una parte de su fundo "LOS PEDREGONES". Para la siembra todos los trabajadores reciben una misma cantidad de plantas de guanábana y una misma cantidad de plantas de palta y ninguna planta quedó sin ser sembrada. Determine el número mínimo de plantas que recibió cada trabajador de "LOS PEDREGONES".

A) 22 B) 15 C) 12 D) 24 E) 21

Solución:

Al hallar mayor número que divide 180 y 84, estamos descubriendo la cantidad máxima de empleados para los cuales las plantas pueden ser repartidas igualmente. Como MCD (84 ; 180) = 2^2 x 3 = 12. Por lo tanto, 12 es el mayor número que divide 180 y 84, entonces el número máximo de empleados de la hacienda "LOS PEDREGONES" es 12. Así cada trabajador recibió 180/12 = 15 plantas de guanábana y 84/12 = 7 plantas de palta. Por lo que cada trabajador sembró 22 plantas en total.

Rpta.: A

6. Al calcular el MCD (P; M) mediante el algoritmo de Euclides, los cocientes sucesivos fueron 1; 3; 2 y 9 respectivamente en ese orden, realizando la segunda división por exceso. Si la suma de P y M es el menor múltiplo de un número primo de dos cifras, determine el producto de cifras del número primo obtenido.

A) 18 B) 3 C) 7 D) 6 E) 9

Solución:

	1	3	2	9
67d	48d	19d	9d	d
	19d	9d	d	0

Mayor P = 67d; # Menor: M = 48d entonces

$P+M=115d=5 \text{ x } 23d=\dot{23}=23k$ entonces d = 1 y k = 5. Luego el número primo obtenido es 23 y el producto de cifras de 23 es 6.

Rpta.: D

7. Mauro es un maestro de obras quien dispone de 7 varillas de fierro de 6 m de longitud; 12 varillas de fierro de 9,6 m de longitud y 13 varillas de fierro de 12 m de longitud. Mauro necesita fabricar vigas especiales, entonces debe cortar las varillas en "pedazos" del mismo tamaño y el mayor posible sin que sobre material. Sabiendo que para la construcción de cada viga son necesarios 3 "pedazos", ¿cuántas vigas obtendrá Mauro?

A) 77 B) 84 C) 87 D) 79 E) 88

Solución:
Vamos a utilizar el MCD, pues tenemos que cortar (dividir) en el mismo tamaño y mayor posible.
Como: 9,6 m = 96dm; 6m = 60dm; 12m = 120dm. $MCD(60;96;120)=2^2x\,3=12$
Cada "pedazo" de fierro deberá medir 12dm = 1,2m.
Por lo que el total de "pedazos" será de: 7 × 5 + 12 × 8 + 13 × 10 = 261.
Por lo tanto, el maestro Mauro obtendrá 261/3 = 87 vigas.

Rpta.: C

8. La suma de dos números enteros positivos es 3972 y el mínimo común múltiplo de los mismos es 985 928. Determine la diferencia positiva de dichos números.

A) 32 B) 28 C) 44 D) 36 E) 48

Solución:

Sean $L\ y\ T$ los dos números enteros.

$$L=d.p, T=d.q \text{ donde} p\ y\ q son\ PESI. MCD(L,T)=d\ ;\ MCM(L,T)=d.p.q$$
$$985928=4(246482)=4(491)(502)\ =\ d.p.q\ ,$$
$$3972=d(p+q)=4(993)=4(491+502),$$
$$L=491d, T=502d, d=4.\ \ Luego\ T-L=11d=11(4)\ =\ 44.$$

Rpta: C

9. Sabina decidió celebrar su cumpleaños en Omas (Yauyos), lugar donde nació; ella desea que estén sus tres mejores amigas que son comerciantes y viajan periódicamente a Omas. Elena viaja cada 18 días; Lucy, cada 15 días; y Maximina, cada 13 días. La última vez que coincidieron las tres fue el 5 de enero de 2016 en la fiesta de "Bajada de Reyes", ese día Sabina se dio cuenta que, si Maximina reduce a cada ocho días sus viajes, la próxima fecha que coincidan otra vez, será justo el día de su cumpleaños. Determine la fecha de cumpleaños de Sabina.

A) 31 de diciembre B) 30 de noviembre C) 29 de diciembre
D) 30 de diciembre E) 02 de setiembre

Solución:

El número de días que han de transcurrir como mínimo para que las tres comerciantes vuelvan a coincidir en Omas tiene que ser un múltiplo de 18, 15 y 8, además tiene que ser el menor múltiplo común; luego hay que calcular el

MCM (18, 15, 8) = 360. Las tres comerciantes volverán a coincidir en Omas dentro de 360 días, es decir el 30 de diciembre de 2016, fecha del cumpleaños de Sabina.

Rpta: D

10. Con bloques cuadrados de porcelanato cuyo lado mide un número entero de decímetros, se construyó totalmente el piso de un supermercado de 18 144dm^2 de la siguiente manera: el primer día se puso un porcelanato; el segundo día, dos porcelanatos; el tercer día, tres porcelanatos, y así sucesivamente. Determine el MCD del número de bloques de porcelanato utilizados y el número de decímetros que tiene el lado de cada bloque.

A) 2 B) 1 C) 4 D) 6 E) 3

Solución:

Supongamos que fueron necesarias "n" bloques cuadrados de porcelanato, de lado "k" decímetros, de donde tenemos que:

$$\frac{n(n+1)k^2}{2} = 18144 = \frac{64}{2}(63)(3^2)$$

por lo que el número de bloques de porcelanato utilizados es $\frac{64}{2}(63) = 2016$

Así tenemos que $MCD(2016; 3) = 3$.

Rpta: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En el stock de una librería, hay una caja con varios borradores iguales y, para facilitar las ventas, el administrador de esa librería decidió hacer paquetes, todos con la misma cantidad de borradores. Al hacer esto, notó que era posible colocar 12, 14 o 18 borradores en cada paquete y, así, no quedaría borrador alguno en la caja. Determine la suma de cifras del menor número de borradores que esta caja podría contener.

A) 9 B) 6 C) 4 D) 5 E) 8

Solución:
Bastara calcular el MCM (12, 14, 18) = 252, luego la suma de cifras es 9.

Rpta: A

2. Un carpintero desea cortar una plancha de madera de 3328 mm de largo y 1248 mm de ancho, en cuadrados lo más grandes posible, sin desperdiciar madera alguna. Determine el número de cuadrados obtenidos por dicho carpintero.

A) 16 B) 24 C) 26 D) 36 E) 48

Solución:

La longitud del lado del cuadrado tiene que ser un divisor de 3328 y de 1248, y además debe ser el mayor divisor común; luego
$MCD\,(3328, 1248) = 2^5.13 = 32.13 = 416.$
La longitud del lado del cuadrado es de 416 cm.
De la plancha de madera se obtienen $\frac{3328}{416} x \frac{1248}{416} = 8x3 = 24$cuadrados.

Rpta: B

3. En una ciudad de la selva peruana se inscribieron como voluntarios 450 mujeres y 575 hombres, a fin de orientar a la población sobre los procedimientos a ser usados en la lucha contra el dengue. Para ello, todos los voluntarios forman grupos de una misma cantidad de personas, de modo que en cada grupo solo haya personas de un mismo sexo. Si cada grupo visitó un barrio distinto y en cada grupo hubo la mayor cantidad de personas, ¿cuántos barrios visitaron?

A) 18 B) 23 C) 41 D) 45 E) 37

Solución:

Sea N: número de personas por grupo
→ N = MCD (450; 575) =25
Grupos = (450/25) + (575/25) = 41. Por lo tanto: Visitaron 41 barrios.

Rpta: C

4. Tres ciclistas recorren un circuito saliendo todos al mismo tiempo, del mismo punto de partida, y en el mismo sentido. El primero hace el recorrido en 40 segundos; el segundo, en 36 segundos; y el tercero, en 30 segundos. Con base en esa información, ¿después de cuánto tiempo los tres ciclistas se reencontrarán nuevamente en el punto de partida, por primera vez? y ¿cuántas vueltas habrá dado el primero, el segundo y el tercer ciclista, en ese orden?

A) 12 minutos, 10 vueltas, 11 vueltas y 13 vueltas.
B) 6 minutos, 10 vueltas, 11 vueltas y 12 vueltas.
C) 6 minutos, 9 vueltas, 11 vueltas y 12 vueltas.
D) 6 minutos, 9 vueltas, 10 vueltas y 12 vueltas.
E) 3 minutos, 9 vueltas, 11 vueltas y 12 vueltas.

Solución:
El MCM (30, 36, 40) = 360 segundos = 6 minutos, es el menor tiempo en que los tres ciclistas se encuentran de nuevo en el punto de partida: 1º ciclista = 360/40 = 9 vueltas; 2º ciclista = 360/36 = 10 vueltas; 3º ciclista = 360/30 = 12 vueltas.

Rpta: D

5. Raúl, al calcular el MCD de dos números enteros positivos mediante el algoritmo de Euclides, obtuvo los cocientes sucesivos 2; 5; 4 y 3 en ese orden, siendo 4 el cociente por exceso y la suma de los números es 1295. Determine la última cifra del MCM de dichos números.

A) 0 B) 4 C) 8 D) 6 E) 2

Solución:

	2	5	4	3
P=127d	M=58d	11d	3d	d
	11d	3d	d	0

$P + M = 127d + 58d = 185d = 1295 \Rightarrow d = 7.$
Luego $MCM(127d, 58d) = 51\,562$, luego la última cifra es 2.

Rpta: E

6. Determine la suma de cifras de la diferencia positiva de dos números enteros si la suma de ellos es 4200 y su mínimo común múltiplo es 290 613.

A) 18 B) 21 C) 15 D) 27 E) 36

Solución:

Sean a y b los dos números enteros diferentes.
Tenemos que: $290\,613 = 3(73)(1327)\ y\ 4200 = 3(1327 + 73)$
Si $d = MCD(a\,;b)$, entonces $a = 1327d, b = 73d, d = 3.$
Luego $b - a = 3(1327 - 73) = 3762$
La suma de cifras de la diferencia es 18.

Rpta: A

7. A los números P = 1000001 y T = $1101002_{(3)}$, se les multiplica por a = 999999 y b = 999 respectivamente. Determine la última cifra del MCM (a.P ; b.T)

A) 9 B) 8 C) 3 D) 6 E) 1

Solución:

De los datos tenemos:

$$a.P = 999999(1000001) = \underbrace{999\ldots9}_{12cifras}\ y b.T = 999\left(1101002_{(3)}\right) = \underbrace{999\ldots9}_{06cifras}$$

$$MCM(a.P;\quad b.T) = MCM\left(\underbrace{999\ldots9}_{12cifras};\underbrace{999\ldots9}_{06cifras}\right) = 999999999999 = 10^{12} - 1$$

Luego la última cifra del MCM es 9.

Rpta: A

8. El piso de una sala rectangular que tiene 4,16 m de largo y 3,52 m de ancho será totalmente revestido con mayólicas cuadradas iguales cuyo lado, en cm, es un número entero. El dueño de casa solicita al albañil que utilice la menor cantidad de mayólicas, sin que sobre material. Si el albañil cumplió dicho pedido, ¿cuántas mayólicas empleó?

A) 154 B) 132 C) 143 D) 156 E) 110

Solución:

Sea L: lado de la mayólica en cm

entonces L = MCD (416; 352) = 32

Mayólicas = (416/32) (352/32) =13(11) =143

Rpta.: C

9. Matías pregunta a su abuelo sobre su edad, el abuelo le contesta: actualmente nuestras edades son números enteros cuya suma de cuadrados es 10 530 y el MCM de nuestras edades es 297. Matías efectúa los cálculos correctamente y halla la edad de su abuelo. Determine la suma actual de ambas edades.

A) 118 B) 120 C) 122 D) 126 E) 128

Solución:

Tenemos: 297=27x11,

así $a^2 + b^2 = 10\,530 = 27^2 + 99^2$. Por lo tanto, $a + b = 126$.

Rpta.: D

10. Si a = q(144) + r, 0 < r < 144 y MCD (a; 144) = 36, determine el MCD (144; r).

A) 6 B) 42 C) 12 D) 24 E) 36

Solución:

Se cumple que: MCD (144; r) = MCD (144; a) = 36.

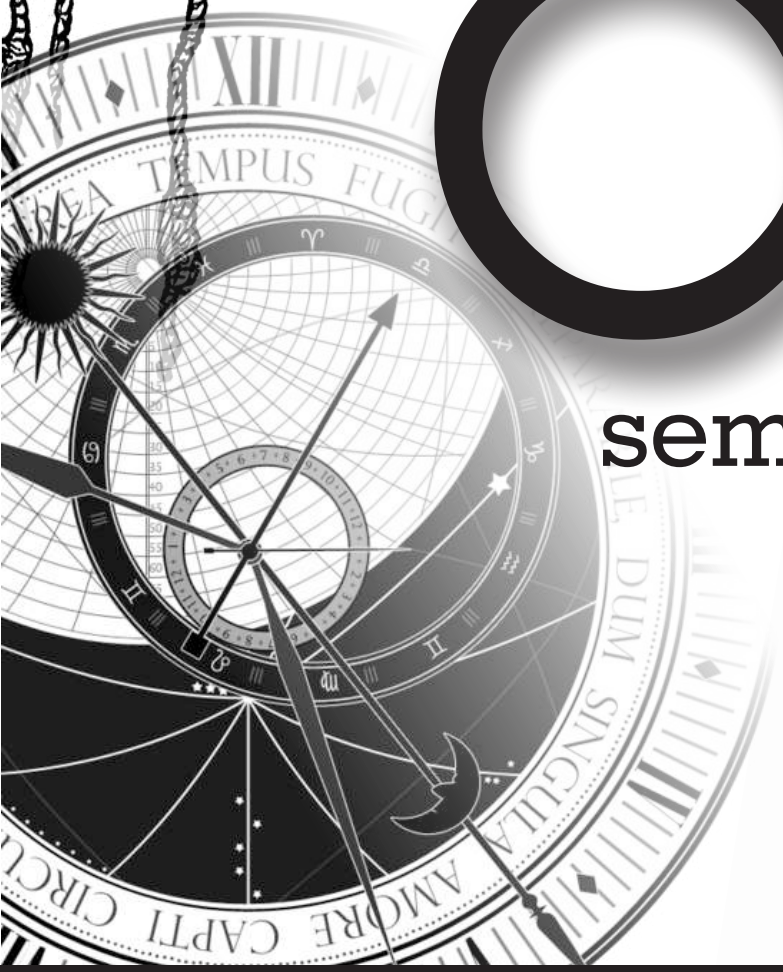
Rpta: E

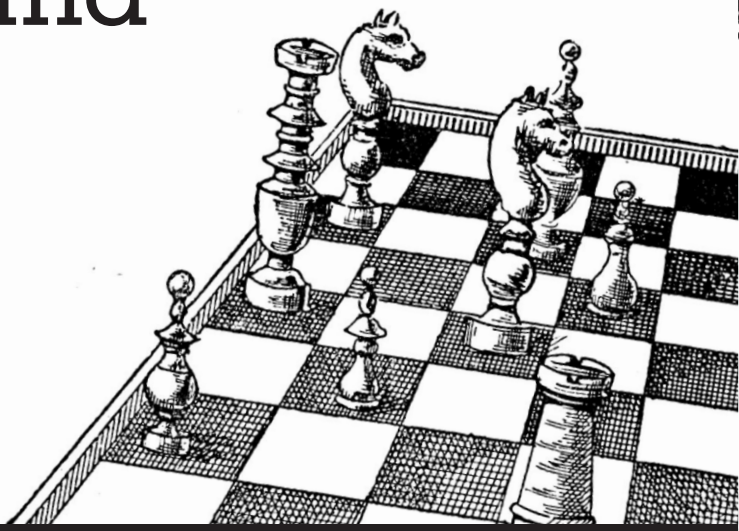
ARITMÉTICA

MANUAL DE PRACTICAS Y EJERCICIOS

08

semana





pre SAN MARCOS

Manhattan Editores

Aritmética

TEORÍA

Definición (Números Racionales)

El conjunto de los números racionales, que denotaremos por Q, está formado por todos los números de la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros, con $b \neq 0$. Es decir,

$$\boxed{Q = \left\{ \frac{a}{b} / a,b \in Z \wedge b \neq 0 \right\}}$$

Ejemplo: $\frac{1}{2}; -\frac{3}{5}; -7;...$

Definición (Números Irracionales)

El conjunto de los números Irracionales, que denotaremos por I, está formado por todos los números que no tienen la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros, con $b \neq 0$. Es decir,

$$\boxed{I = \left\{ x / x \neq \frac{a}{b} \text{ con } a,b \in Z \wedge b \neq 0 \right\}}$$

Ejemplo: $\sqrt{2}; -\sqrt{5}; \pi; ...$

Definición (Fracción)

Una fracción se define como un número de la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros positivos. Es decir, el conjunto de las fracciones se define como

$$\boxed{Fr = \left\{ \frac{a}{b} / a,b \in Z^{+} \right\}}$$

Términos de una fracción:

"a" se llama "numerador" de la fracción

"b" se llama "denominador" de la fracción

CLASES DE FRACCIONES:

1.- Fracción Propia: Es aquella fracción donde el numerador es menor que el denominador (a < b), esta clase de fracciones son menores que la unidad, es decir,

$$\boxed{\frac{a}{b} < 1}$$

Ejemplo: $\frac{1}{2}; \frac{4}{120}; \frac{3}{7}; ...$

2.- Fracción Impropia: Es aquella fracción que no es propia, es decir que el numerador es mayor que el denominador (a > b), esta clase de fracciones son mayores que la unidad, es decir,

$$\boxed{\frac{a}{b} > 1}$$

Ejemplo: $\frac{4}{3}; \frac{1000}{7}; \frac{7}{3}; ...$

3.- Fracción Aparente: Es aquella fracción donde el denominador es igual a la unidad (b = 1), esto quiere decir que las fracciones aparentes son todos los números enteros positivos o aquellas fracciones que se reduzcan a un número entero positivo.

$$\boxed{a = \frac{a}{1}}$$

Ejemplo: $1; 2; 3; \frac{16}{8}; \ldots$

4.- Fracción Irreducible: Es aquella fracción donde sus términos no se "reducen", esto significa que sus términos no deben tener divisores comunes diferentes de la unidad, es decir, sus términos deben ser PESI.

Ejemplo: $\frac{3}{4}, \frac{16}{17}, \frac{1345}{1344}, \frac{7}{3}, \frac{5}{13}, ...$

Observación:

La fracción $\frac{44}{36}$ no es irreducible, sin embargo esta se puede "reducir" o "simplificar" a la fracción irreducible $\frac{11}{9}$.

5.- <u>Fracción Decimal:</u> Esta clase de fracciones tienen en su denominador potencias de 10.

Es decir

$$\boxed{\frac{a}{10^n}}$$

<u>Observación:</u> Diremos que dos fracciones son equivalentes, esto es, $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, si se cumple que $a.d=b.c$

Esto también se puede interpretar de la siguiente manera

$$\boxed{\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\wedge\frac{c}{d}\text{ irreducible}\Rightarrow a=c\,k\ \wedge\ b=d\,k;\ \ k\in\mathbb{Z}^+}$$

<u>Propiedades:</u>

1.- Si $\frac{a}{b}<1\Rightarrow\frac{a}{b}<\frac{a+k}{b+k}$, $\forall k\in\mathbb{Z}^+$

2.- Si la suma de dos fracciones irreducibles resulta un número entero positivo, entonces las fracciones son homogéneas. Es decir, dadas las fracciones irreducibles $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ se cumple:

$$\boxed{\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=k\ \wedge\ \ k\in\mathbb{Z}^+\Rightarrow b=d}$$

3.- Dadas las fracciones irreducibles $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ y $\frac{m}{n}$ se cumple que:

$$\boxed{\text{MCD}\left(\frac{a}{b},\frac{c}{d},\frac{m}{n}\right)=\frac{\text{MCD }(a,c,m)}{\text{MCM }(b,d,n)}\ \wedge\ \text{MCM}\left(\frac{a}{b},\frac{c}{d},\frac{m}{n}\right)=\frac{\text{MCM }(a,c,m)}{\text{MCD }(b,d,n)}}$$

Aritmética

EJERCICIOS

1. Determine el valor de verdad de cada proposición, en el orden indicado.

   I) Si a los dos términos de una fracción se le suma un mismo número entero positivo entonces la fracción obtenida es equivalente a la fracción inicial.
   II) Si una fracción es equivalente a otra y, esta a su vez equivalente a una tercera entonces, la primera fracción es equivalente a la tercera.
   III) Existe una fracción equivalente a cuatro tercios cuyo numerador es diez.

   A) FVF B) FFF C) FVV D) FFV

   Solución:

   I) F II) V III) F

   Rpta.: A

2. Sarita compró una pieza de tela que mide 90 cm de ancho, que después de la primera lavada, se encoge un séptimo de su largo y dos quintos de su ancho. Si luego de la primera lavada, con dicha tela se puede cubrir exactamente una superficie máxima de 6804 cm^2. ¿Cuántos metros, medía el largo inicial de dicha pieza de tela?

   A) 1,26 B) 1,47 C) 1,64 D) 1,32

   Solución:

   Sea x cm la medida del largo de la pieza de tela comprada

   Por dato el ancho de dicha pieza de tela mide 90 cm.

   Luego de lavar la tela comprada tenemos:

   $$\text{Área} = \left(1-\frac{1}{7}\right)x.\left(1-\frac{2}{5}\right)(90)$$

   Por dato $6804 = \left(1-\frac{1}{7}\right)x.\left(1-\frac{2}{5}\right)(90)$

   $$\Rightarrow 6804 = \left(\frac{6}{7}\right)x.\left(\frac{3}{5}\right)(90) \Rightarrow 147 \text{ cm}$$

   Por lo tanto, el largo inicial de la tela mide 1,47 m.

   Rpta.: B

3. Jairo y Martín trabajando juntos terminan una obra en 18 días. Si Jairo trabajando solo la misma obra, la termina en 30 días, ¿en cuántos días terminará Martín trabajando solo la misma obra?

   A) 45 B) 25 C) 35 D) 40

Solución:

Dato: Jairo y Martín juntos terminan una obra en 18 días

Luego, Jairo y Martín en 1 día hacen $\frac{1}{18}$ de la obra

Dato: Jairo trabajando solo la misma obra lo termina en 30 días

Luego, Jairo en 1 día hace $\frac{1}{30}$ de la obra.

De esta manera Martín en 1 día hace $\frac{1}{18}-\frac{1}{30}=\frac{5-3}{90}=\frac{2}{90}=\frac{1}{45}$ de la obra

Por lo tanto, Martín trabajando solo la misma obra lo terminará en 45 días.

Rpta.: A

4. Una piscina tiene dos grifos por donde ingresa agua para llenarla. Estando la piscina vacía, los dos grifos juntos pueden llenarlo en $\frac{21}{10}$ horas; pero individualmente, uno lo llena en 4 horas menos que el otro. ¿En cuántas horas lo llenaría solo el grifo que demora menos, estando la piscina vacía?

A) 4 B) 5 C) 3 D) 3,5

Solución:

Sean

x: # horas que uno de los grifos emplea para llenar

x + 4: # horas que emplea el otro grifo para llenar

Luego en una hora el primer grifo llena $\frac{1}{x}$ y el segundo $\frac{1}{x+4}$

Entonces en una hora ambos llenan $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+4}$, como juntos llenan la piscina en $\frac{21}{10}$ horas. Luego $\frac{21}{10}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x+4}\right)=1\Rightarrow \frac{2x+4}{x(x+4)}=\frac{10}{21}\Rightarrow x=3$

Por lo tanto: el que demora menos lo llenará en 3 horas.

Rpta.: C

5. Franco salió de Lima a las 9:00 am hacia el sur, llegó a Nazca (sur de Lima) a las 5:00 pm, Juan quien pasó por Lima a las 10:00 am llegó a Nazca dos horas antes que Franco. Si ambos viajaron en sus respectivos autos a velocidades constantes y por la misma ruta, ¿a qué hora Juan alcanzó a Franco?

A) 2:20 pm B) 10:50 am C) 1:50 pm D) 11:40 am

Solución:

Sea d distancia de Lima a Nazca

V_F: Velocidad del auto de Franco

V_J: Velocidad del auto de Juan

Por dato del problema $V_F = \frac{d}{8}, \quad V_J = \frac{d}{5} \Rightarrow 8V_F = 5V_J \Rightarrow \frac{V_F}{V_J} = \frac{5}{8}$

Sea t = # horas transcurridas desde las 10 am hasta la hora, en que Juan alcanza Franco. Desde Lima al punto de encuentro de Franco y Juan tenemos:

distancia recorrida por Franco = distancia recorrida por Juan

$\Rightarrow (1+t)5k = t(8k) \Rightarrow 5+5t = 8t \Rightarrow t = \frac{5}{3}$ horas = 1 hora y 40 minutos

Por lo tanto, Juan alcanzó a Franco a las 10 am + 1hora y 40 minutos = 11:40 am

Rpta.: D

6. Dos toneles contienen 600 litros de pisco en total. Si se extrae dos quintos del primero y cuatro quinceavos del segundo de su volumen, quedaría en el primero 60 litros más que en el segundo. ¿Cuántos envases de tres litros se necesitan para envasar todo el pisco que quedó en el primer tonel?

A) 50 B) 75 C) 125 D) 150

Solución:

Sea n = # litros de pisco del primer tonel

De los datos: $\left(1-\frac{2}{5}\right)n - \left(1-\frac{4}{15}\right)(600-n) = 60$

$\Rightarrow \frac{3}{5}n - \frac{11}{15}(600-n) = 60 \Rightarrow \frac{3}{5}n + \frac{11}{15}n = 60 + \frac{11}{15}(600)$

$\Rightarrow \frac{20}{15}n = 60 + 440 \Rightarrow \frac{20}{15}n = 500 \ \therefore n = 375$

Así, el primer tonel quedó $\frac{3}{5}(375) = 225$ litros de pisco.

Por lo tanto: # envases de tres litros necesarios $= \frac{225}{3} = 75$

Rpta.: B

7. Si la octava parte del tiempo, que ha pasado desde las 8:25 am es la quinta parte el tiempo que falta para las 4:00 pm del mismo día. ¿Qué hora es?

A) 11:55 am B) 2:25 pm C) 2:50 pm D) 1:05 pm

Solución:

Sea t = # minutos transcurridos desde las 8:25 am

Desde las 8:25 am hasta las 4:00 pm han transcurrido 455 minutos.

Por dato

$$\frac{t}{8}=\frac{1}{5}(455-t)$$

$\Rightarrow 5t=4360-8t \Rightarrow 13t=3640 \Rightarrow t=280$ minutos = 4 horas y 40 minutos

Luego, 8:25 horas + 4 horas + 40 minutos = 12:65 = 13:05 horas = 1:05 pm

Por lo tanto, la hora solicitada es 1:05 pm.

Rpta.: D

8. Tito recibió de propina una cantidad máxima entera de soles, equivalente a la suma de los términos de una de las dos fracciones irreducibles cuya suma es 4 y, la suma de ambos numeradores es 28. ¿Cuántos soles de propina recibió Tito?

A) 31 B) 32 C) 34 D) 35

Solución:

Sean $\frac{a}{b},\frac{c}{d}$ las fracciones irreducibles …(i)

La propina que recibió Tito es, $P=a+b$ …(ii)

Por dato $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=4$ …(1) $a+c=28$ …(2)

De (i) y (1) por propiedad $b=d$

Luego de (1) $\frac{a+c}{b}=4 \Rightarrow \frac{28}{b}=4 \Rightarrow b=7$ y como $a+c=28$ con $a, c \in \mathbb{Z}^+$

Entonces

c	1	2	3	4	5	6	8	…	13
a	27	26	25	24	23	22	20	…	15

Así, la fracción cuya suma de términos es máxima es $\frac{a}{b}=\frac{27}{7}$, luego $a+b=27+7=34$

Por lo tanto: Tito recibió como propina máxima, 34 soles.

Rpta.: C

9. Los dos tercios de los habitantes de la Urbanización Las Gardenias tienen menos de 50 años y los tres octavos de estos tienen 30 años o menos. Si los que tienen 50 años o más, son 27 460 personas, ¿cuántos habitantes de Las Gardenias tienen entre 30 y 50 años?

A) 30 124 B) 34 325 C) 32 000 D) 33 940

Solución:

Sea: $N =$ Números de habitantes de la Urbanización Las Gardenias.

Por dato el número de habitantes con menos de 50 años $= \frac{2}{3}N$

Entonces, el número de habitantes con 50 años o más años $= \frac{1}{3}N$

$\Rightarrow 27\ 460 = \frac{1}{3}N \Rightarrow N = 27\ 460(3)$ …(1)

Por dato: el número de habitantes con 30 o menos de 30 años $= \frac{3}{8}\left(\frac{2}{3}N\right)$

Luego, el número de habitantes que tienen entre 30 y 50 años $= \frac{2}{3}N - \frac{3}{8}\left(\frac{2}{3}N\right) = \frac{5}{12}N$

Por lo tanto, por (1)

habitantes que tienen entre 30 y 50 años $= \frac{5}{12}(27\ 460)(3) = 34\ 325$

Rpta.: B

10. Del terminal terrestre "Los Reyes del Sur", salen tres líneas de microbuses. Los de la primera línea salen cada $\frac{3}{4}$ de minuto, de la segunda cada $\frac{33}{30}$ de minuto y de la tercera cada $\frac{44}{50}$ de minuto. Si a las 6:00 am salen simultáneamente microbuses de las tres líneas. ¿A qué hora saldrán simultáneamente por cuarta vez, los microbuses de las tres líneas?

A) 9:18 am B) 10:12 am C) 11:36 am D) 13:24 pm

Solución:

Sea

$n = \#$ minutos que transcurren desde las 6 am hasta cuando salen simultáneamente por segunda vez.

De los datos $\frac{33}{30}$ y $\frac{44}{50}$ no son irreducibles pero $\frac{33}{30} = \frac{11}{10}$ y $\frac{44}{50} = \frac{22}{25}$

Entonces

$n = \text{MCM}\left(\frac{3}{4}, \frac{11}{10}, \frac{22}{25}\right) = \frac{\text{MCM}\ (3, 11, 22)}{\text{MCD}\ (4, 10, 25)} = \frac{66}{1} = 66$ minutos = 1 hora y 6 minutos

Por lo tanto saldrán simultáneamente por cuarta vez a las:

6 am + 3(66 min) = 6 am + 198 min = 9:18 am

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Pedro observa que de la jaba de membrillos que tiene, se malograron los dos quintos de ellos; para evitar que los membrillos se continúen malogrando, le dice a su esposa: hoy mismo comeremos un tercio de los membrillos sanos, regalaremos un cuarto de los membrillos que no comeremos y con los 24 membrillos que quedan prepararemos un machacado de membrillo, ¿cuántos membrillos se pudrieron?

A) 36 B) 28 C) 32 D) 24

Solución:

Sea N = # de membrillos que había en la cesta

Por dato $\frac{3}{4}.\frac{2}{3}.\frac{3}{5}N = 24 \Rightarrow N = 80$

Por lo tanto, se pudrieron $\frac{2}{5}(80) = 32$ membrillos.

Rpta.: C

2. Roberto juega a las apuestas en una casa de juegos. En la primera apuesta pierde $\frac{3}{7}$ de lo que tenía, pero gana 84 soles; en la segunda apuesta pierde $\frac{1}{6}$ de lo que tiene y gana 36 soles, finalmente pierde $\frac{1}{4}$ de lo que tiene y se retira con 147 soles del juego. ¿Cuántos soles tenía, Roberto al inicio?

A) 209 B) 198 C) 189 D) 140

Solución:

Sea N lo que tenía Roberto al inicio, por dato:

$$\frac{3}{4}\left[\frac{5}{6}\left(\frac{4}{7}N+84\right)+36\right]=147 \Rightarrow \frac{5}{6}\left(\frac{4}{7}N+84\right)+36=196 \therefore N=189$$

Rpta.: C

3. Después de perder, los tres séptimos de los siete novenos de lo que había llevado Óscar a un casino, gana S/ 80 y de esta manera su pérdida final es dos séptimos de lo que llevó. ¿Cuántos soles llevó Óscar al casino?

A) 1620 B) 1450 C) 1480 D) 1680

Solución:

Sea N la cantidad que llevó Óscar

Por dato $\left(1-\frac{3}{7}.\frac{7}{9}\right)N+80=\left(1-\frac{2}{7}\right)N$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}N+80=\frac{5}{7}N \Rightarrow \frac{5}{7}N-\frac{2}{3}N=80 \Rightarrow \frac{N}{21}=80 \therefore N=1680$$

Rpta.: D

4. Un estanque tiene tres grifos, estando vacío se llenará con agua. Si se abren simultáneamente el primero y segundo grifo lo llenan en 7,2 horas, abriendo el primero y tercero en 9 horas, y abriendo el segundo y tercero en 12 horas, ¿cuántas horas tardarán en llenar los $\frac{2}{3}$ del estanque abriendo simultáneamente los tres grifos?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1

Solución:

Sean A, B, C los grifos tales que:

A llena el estanque en x horas; B en y horas y C en z horas; entonces: en una hora: A llena $\frac{1}{x}$ del estanque; B llena $\frac{1}{y}$ del estanque y C llena $\frac{1}{z}$ del estanque. Por dato

A y B llenan el estanque en 7,2 horas, entonces en una hora llenan $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{7,2}=\frac{5}{36}$

A y C llenan el estanque en 9 horas, entonces en una hora llenan $\frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{1}{9}=\frac{4}{36}$

B y C llenan el estanque en 12 h, entonces en una hora llenan $\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{12}=\frac{3}{36}$

Entonces A, B y C en una hora llenan $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{6}$ en consecuencia, los 3 juntos lo llenan en 6 horas. Por lo tanto: Los $\frac{2}{3}$ del estanque lo llenarán en $\frac{2}{3}(6)=4$ horas.

Rpta.: A

5. Adriana en base al dinero que tiene hace los siguientes gastos, primero la quinta parte en una cartera, luego los cinco octavos de lo que le quedaba en un par de zapatos y, finalmente pagó los cinco novenos del resto por un vestido. Si aún le quedó 122 soles, ¿cuántos soles pagó Adriana, por la cartera?

A) 207 B) 195 C) 183 D) 175

Solución:

Sea N el dinero que tiene Adriana

Por dato $\left(1-\frac{5}{9}\right)\left(1-\frac{5}{8}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)N=122 \Rightarrow \frac{4}{9}.\frac{3}{8}.\frac{4}{5}N=122 \quad \therefore N=915$

Por lo tanto: Precio de la cartera $=\frac{1}{5}(915)=183$

Rpta.: C

6. De la cantidad de alumnos que tenía Facultad de Ciencias Matemáticas el primer año, se retiraron 80 pero ingresaron una cantidad equivalente a un cuarto de los que quedaban. Al año siguiente se volvieron a retirar 80 pero ingresaron una cantidad equivalente a un tercio de los que quedaban. El tercer año se retiraron 150 pero ingresaron una cantidad equivalente a la quinta parte de los que quedaban. Si la cantidad de alumnos al finalizar el tercer año fue 2892, ¿cuántos alumnos tenía la Facultad de Ciencias Matemáticas al inicio del primer año?

A) 1540 B) 1680 C) 1692 D) 2180

Solución:

Sea N la cantidad de alumnos que tuvieron el primer año. Por dato

$$\frac{6}{5}\left\{\frac{4}{3}\left[\frac{5}{4}(N-80)-80\right]-150\right\}=2892 \Rightarrow \frac{4}{3}\left(\frac{5}{4}N-180\right)=2560 \Rightarrow \frac{5}{3}N=2800$$

Entonces, $N = 1680$.

Rpta.: B

7. Entre $\frac{8}{7}$ y $\frac{7}{6}$, ¿cuántas fracciones irreducibles existen, tal que la diferencia de sus términos es 8?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3

Solución:

Por dato $f=\frac{n+8}{n}$, irreducible …(1), $n \neq \overset{\circ}{2}$

Además

$$\frac{8}{7}<\frac{n+8}{n}<\frac{7}{6} \Rightarrow 48<n<56$$

Como $n \in \mathbb{Z}^+$, luego por (1) $n = 49, 51, 53, 55$

Por lo tanto, existen 4 fracciones.

Rpta.: C

8. Un camión volquete lleno de arena fina hasta sus 4/5 partes de capacidad pesa 3 toneladas y media. Otro camión idéntico al anterior lleno con arena fina hasta sus 2/17 partes de capacidad pesa 2050 kg. ¿Cuál será el peso en kilogramos, del camión lleno al máximo de su capacidad de arena fina?

A) 3 250 B) 3 740 C) 3 925 D) 3 850

Solución:

Sean C = peso del camión ; A = Peso de la arena del camión lleno

Por dato del problema $C+\frac{4}{5}A=3\,500$ y $C+\frac{2}{17}A=2\,050$

$\Rightarrow A=2\,125,\ C=1\,800$. Por lo tanto $C+A=1\,800+2\,125=3\,925$

Rpta.: C

9. Al multiplicar el número de soles que tienen ahorrado Fabiano y Manuel se obtiene 20 286 y al dividir el número de soles que tiene Fabiano entre lo que tiene Manuel se obtiene una fracción equivalente a $\frac{18}{23}$. ¿Cuántos soles suman sus ahorros?

A) 287 B) 312 C) 328 D) 246

Solución:

Sean F y M los ahorros de Fabiano y Manuel respectivamente.

Por dato del problema $F.M=20\,286,\ \frac{F}{M}=\frac{18}{23}$ que es irreducible.

Entonces $F=18k,\ M=23k,\ k\in\mathbb{Z}^+,\ F.M=20\,286=2.3^2.7^2.23=\left(2.3^2.7\right)\left(23.7\right)$,

$\Rightarrow F=18.7=126,\ M=23.7=161$. Por lo tanto: $F+M=287$

Rpta.: A

10. Julio tiene tres planchas de madera de igual espesor y uniformes, las tres tienen $\frac{1}{10}$ metros de ancho y, $\frac{125}{4},\ \frac{175}{8},\ \frac{225}{6}$ metros de largo cada una. Conservando el ancho inicial de la pieza de madera, Julio desea obtener la menor cantidad posible de piezas rectangulares todas iguales y, sin que sobre nada. ¿Cuántas piezas de madera obtendrá Julio?

A) 20 B) 24 C) 25 D) 29

Solución:

Sea d = largo de cada pieza medida en metros, el ancho se mantiene constante.

Por condición del problema d es el máximo divisor común de $\frac{125}{4},\ \frac{175}{8},\ \frac{225}{6}$.

Como $\frac{225}{6}=\frac{75}{2}$ irreducible entonces

$$d=\text{MCD}\left(\frac{125}{4},\ \frac{175}{8},\ \frac{75}{2}\right)=\frac{\text{MCD }(125,\ 175,\ 75)}{\text{MCM }(4,8,2)}=\frac{25}{8}$$

Por lo tanto:

$$\text{Menor cantidad de piezas de madera obtenidas}=\frac{\frac{125}{4}}{\frac{25}{8}}+\frac{\frac{175}{8}}{\frac{25}{8}}+\frac{\frac{75}{2}}{\frac{25}{8}}=10+7+12=29$$

Rpta.: D

Aritmética

EJERCICIOS

1. ¿Cuál es el área en metros cuadrados de un terreno rectangular, si se sabe que aumentando 3/10 partes a su largo y 1/13 partes a su ancho, el área del terreno aumentaría en 480 metros cuadrados?

A) 1200 B) 1250 C) 1300 D) 1350

Solución:

Área del rectángulo inicial: $A = b \times a$

Área del rectángulo final:

$$A_1 = a_1 \times b_1 = \frac{13}{10} b \frac{14}{13} a = \frac{7}{5} ab$$

Conclusión:

$$\frac{7}{5} ab = 480 + ab \;\rightarrow\; A = ab = 1200$$

Rpta.: A

2. Pedro tiene (a + b) soles. Si $f = \frac{a}{b}$ es una fracción equivalente a $\frac{39}{96}$ y la diferencia positiva de los términos de la fracción f es múltiplo de 7, ¿cuántos soles como mínimo tiene Pedro?

A) 360 B) 315 C) 308 D) 270

Solución:

$$f = \frac{a}{b} = \frac{13}{32} \Rightarrow \begin{matrix} a = 13k \\ b = 32k \end{matrix} \Rightarrow a + b = 45k$$

$$b - a = 32k - 13k = 19k = \overset{\circ}{7} \underset{\substack{19 \text{ y } 7 \\ \text{son PESI}}}{\Rightarrow} k = \overset{\circ}{7}$$

$$\Rightarrow k_{min} = 7 \quad \therefore \quad (a+b)_{min} = 45(7) = 315$$

Rpta.: B

3. Vanessa compró una caja llena de chocolates y los repartió a sus amigas Carla, Juana y Mariana de la siguiente manera: Carla recibió 1/7 del total de chocolates, Mariana recibió 1/6 de lo que quedó, luego Juana recibió 1/5 del nuevo resto, finalmente Vanessa se comió la mitad de lo que sobró. Si dentro de la caja aún quedan 12 chocolates, ¿cuántos chocolates había al inicio?

A) 35 B) 48 C) 42 D) 36

Solución:

x = Total de chocolates

$$Queda = \frac{1}{2} . \frac{4}{5} . \frac{5}{6} . \frac{6}{7} . x = 12 \rightarrow x = 42$$

Rpta.: C

4. En un teatro solo hay asientos de platea y galería, en una función se vende $2/3$ de los asientos de platea y $4/7$ de los asientos de galería. Si hay tantos asientos de platea como de galería, ¿qué fracción del total de asientos del teatro no se vendieron en esa función?

A) $\frac{8}{21}$ B) $\frac{9}{19}$ C) $\frac{11}{21}$ D) $\frac{4}{19}$

Solución:

Sea $\#\ \underset{\text{platea}}{\text{asientos}} = a \quad \#\ \underset{\text{galería}}{\text{asientos}} = a$

$$\underset{\text{vendidos}}{\#\ \text{Asientos}} = \frac{2}{3}a + \frac{4}{7}a = \frac{26}{21}a$$

$$\underset{\text{No vendidos}}{\#\ \text{Asientos}} = \frac{1}{3}a + \frac{3}{7}a = \frac{16}{21}a$$

$$f_{\text{no se venieron}} = \frac{\frac{16}{21}a}{\frac{2}{1}a} = \frac{8}{21}$$

Rpta.: A

5. Determine la suma de los numeradores de todas las fracciones irreducibles con denominador 108, que sean mayores que 1/12 y menores que 1/6.

A) 40 B) 41 C) 42 D) 43

Solución:

$f = \frac{N}{108} \quad \rightarrow \quad N \neq \dot{2}\ y\ \dot{3}$ (irreducible)

$$\rightarrow \frac{1}{12} < \frac{N}{108} < \frac{1}{6} \quad \rightarrow \quad 9 < N < 18$$

$$N = \{11, 13, 17\}$$

Suma de numeradores: 11 + 13 + 17 = 41

Rpta.: B

6. Fabián reparte todo el dinero que tiene entre sus cuatro sobrinos de manera que, el primero, segundo y tercero recibió la cuarta, quinta y séptima parte del total respectivamente, además el cuarto sobrino llamado Jaime recibió 44 soles más que el primero. ¿Cuántos soles recibió Jaime?

A) 102 B) 98 C) 87 D) 114

Solución:

Como piden $\frac{1}{4},\frac{1}{5},\frac{1}{7}$

$\Rightarrow \text{MCM}(4,5,7)=4\times5\times7=140$

Sea la cantidad inicial 140N

$\Rightarrow$ 1º: 35N 2º: 28N 3º: 20N

Jaime : 35N + 44

$\Rightarrow \underbrace{35N+28N+20N+35N}_{118N}+44=140N$

$\Rightarrow 22N=44\Rightarrow N=2$

$\therefore$ Jaime $=35(N)+44=114$

Rpta.: D

7. Un grifo A llena de agua un reservorio vacío en 60 horas, un grifo B en 120 horas y un grifo C desagua el mismo reservorio lleno en 240 horas. Si estando vacío el reservorio se abren los grifos A, B y C, en ese orden, en intervalos de 2 horas, ¿en cuántas horas se llenará el reservorio desde que se abrió el grifo A?

A) 120 B) 96 C) 62 D) 48

Solución:

$$A:\begin{cases}60h\to v\\ 1h\to\frac{v}{60}\end{cases}\quad B:\begin{cases}120h\to v\\ 1h\to\frac{v}{120}\end{cases}\quad C:\begin{cases}240h\to v\\ 1h\to\frac{v}{240}\end{cases}$$

$$\frac{v}{60}(2)+\left(\frac{v}{60}+\frac{v}{120}\right)(2)+\left(\frac{v}{60}+\frac{v}{120}-\frac{v}{240}\right)(t)=v$$

$$\frac{1}{30}+\frac{1}{20}+\frac{5}{240}t=1\ \Rightarrow\ \frac{5}{240}t=\frac{55}{60}\ \Rightarrow\ t=44$$

$\therefore$ $T=2+2+44=48$ horas

Rpta.: D

8. Una pieza metálica se procesa en tres etapas, en la primera se le añade acero aumentando el peso de la pieza en su cuarta parte, en la segunda al efectuar algunos cortes y agujeros pierde 1/10 del peso obtenido después de la primera etapa, y en la tercera se añade nuevamente acero aumentando el peso obtenido después de la segunda etapa en sus 3/7 partes. Si luego de las tres etapas dicha pieza metálica aumentó en total su peso en 340 gramos, ¿cuántos gramos pesaba al inicio?

A) 560 B) 550 C) 545 D) 540

Solución:

Sea el peso inicial: x

		QUEDA
i)	Aumenta 1/4	(1+1/4)x = 5/4x

ii) Pierde 1/10 (1–1/10) = 9/10

iii) Aumenta 3/7 (1+3/7) = 10/7

La ecuación es:

$$\frac{10}{7}\frac{9}{10}\frac{5}{4}x = x + 340 \quad \rightarrow \quad x = 560\ g$$

Rpta.: A

9. Tres reglas de 50 cm de longitud están graduadas uniformemente, la primera cada 3/5 de cm, la segunda cada 9/25 cm y la tercera cada 21/35 cm. Si se hace coincidir a las tres reglas en la marca del cero, ¿cuál es la mínima longitud no nula de coincidencia, en cm?

A) 3,9 B) 12,6 C) 4,15 D) 4,35

Solución:

Los trazos de las tres reglas coincidirán cada vez que la longitud contenga

$$MCM\left(\frac{3}{5},\frac{9}{25},\frac{21}{35}\right) = \frac{MCM(3,4,21)}{MCD(5,25,35)} = \frac{63}{5} = 12{,}6$$

Rpta.: B

10. Antonio, Belisario y Carlos, trabajando juntos, pueden cosechar un campo de maíz en "m" días. Si para cosechar la tercera parte del campo, trabajando solos, Antonio, Belisario y Carlos demoran "m–1", "m+1", y "m+1" días respectivamente, ¿cuántos días tardará Antonio en cosechar todo el campo trabajando solo?

A) 4 B) 3 C) 6 D) 5

Solución:

En un día cosechan: juntos A, B y C: $\frac{1}{m}.T$

En un día cosechan: solo A: $\frac{1}{3(m-1)}.T$; solo B: $\frac{1}{3(m+1)}.T$; solo C: $\frac{1}{3(m+1)}.T$

$$\frac{1}{3}\left(\frac{1}{m-1}+\frac{1}{m+1}+\frac{1}{m+1}\right) = \frac{1}{m} \quad \rightarrow m = 3$$

Antonio en 1 día cosecha T/6, por lo tanto: cosecha todo en 6 días.

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El mínimo común múltiplo de los términos de una fracción es 456. Si el valor de la fracción no cambia al sumar 15 al numerador y 20 al denominador, halle la diferencia positiva de los términos de la fracción inicial.

A) 38 B) 25 C) 66 D) 48

Solución:

$f = \frac{A}{B} \qquad MCM(A,B) = 456$

$\frac{A+15}{B+20} = \frac{A}{B} \Rightarrow AB + 15B = AB + 20A$

$\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow A = 3k \qquad B = 4k$

$MCM(A,B) = MCM(3K,4K) = 456$

$K \times MCM(3,4) = 456$

$K \times 3 \times 4 = 456 \Rightarrow K = 38$

$\therefore\ B - A = 4k - 3k = k = 38$

Rpta.: A

2. Calcule la menor suma de los términos de una fracción equivalente a $5/13$, de modo que el producto de sus términos sea un múltiplo de 25.

A) 75 B) 270 C) 85 D) 90

Solución:

$f = \frac{a}{b} = \frac{5}{13} \Rightarrow \begin{matrix} a = 5k \\ b = 13k \end{matrix} \Rightarrow ab = \overset{o}{25}$

$\Rightarrow (5k)(13k) = \overset{o}{25} \Rightarrow 13k^2 = \overset{o}{5} \underset{\substack{13 \text{ y } 5 \\ PESI}}{\Rightarrow} k_{mín.} = 5$

$\Rightarrow f = \frac{5(5)}{13(5)} = \frac{25}{65} \quad \therefore \quad \text{Menor} \sum \text{términos de } f = 90$

Rpta.: D

3. ¿Cuántas fracciones propias e irreducibles con denominador 1800 existen, tal que el numerador sea mayor que 18?

A) 480 B) 478 C) 475 D) 474

Solución:

$$\frac{N}{1800} < 1 \ \rightarrow \ N < 1800 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2$$

$$N \ y \ 1800 \ PESI \ \rightarrow \ N \neq \dot{2}, \dot{3}, \dot{5}$$

$$Cantidad\ de\ valores\ de\ N = \emptyset(1800) = 2^{3-1}(2-1)3^{2-1}(3-1)5^{2-1}(5-1) = 480$$

Pero N no puede ser: 1, 7, 11, 13 y 17 (5 valores)

Por lo tanto: # Fracciones = 480 – 5 = 475

Rpta.: C

4. Dentro de 5 años la edad de Juan será igual a la edad que Manuel tiene ahora. Si dentro de 12 años Juan tendrá 5/6 de la edad que entonces tendrá Manuel. Halle la suma de las edades actuales de Juan y Manuel.

A) 25 B) 27 C) 28 D) 31

Solución:

	Edad actual	Edad dentro 5 años	Edad dentro 12 años
Juan	a	a+5	a+12
Manuel	b	b+5	b+12

Dentro de 5 años: a+5=b
Dentro de 12 años: a+12=5/6(b+12)
6a+72=5b+60

Entonces 6a+72=5(a+5)+60
a=13, b=18

Suma de edades =13+18=31

Rpta.: D

5. Un distribuidor vende 3 bloques de hielo a las tiendas A, B y C, en ese orden, tal que el volumen del bloque dejado en la segunda tienda representa los 3/4 del volumen dejado en la primera, y también representa los 6/7 del volumen de la tercera. Sabiendo que la diferencia de volúmenes entre el primer y el tercer bloque es de 40 cm^3, halle el volumen total de los tres bloques en cm^3.

A) 810 B) 820 C) 830 D) 840

Solución:

$$B = \frac{3}{4}A = \frac{6}{7}C \quad \rightarrow \quad A = \frac{8}{7}C$$

$$40 = A - C = \frac{8}{7}C - C \quad \rightarrow \quad C = 280$$

$$\rightarrow \quad A = 320, \ B = 240$$

Volumen total=240+320+280=840

Rpta.: D

6. Un pedazo de alambre que mide **L** cm de longitud, se divide en tres partes desiguales. Si la primera es menor que $\frac{1}{5}$**L**, la segunda es menor que $\frac{1}{6}$**L** y la tercera mide 70 cm, halle el mayor valor entero que puede tomar **L**.

A) 109 B) 105 C) 110 D) 111

Solución:

Sean las partes: $a, b \ y \ 70 \ cm$

$$a < \frac{1}{5}L\,; \quad b < \frac{1}{6}L \quad \rightarrow \quad a + b < \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right)L = \frac{11}{30}L$$

$$a + b + 70 = L$$

Entonces

$$a+b+70<\frac{11}{30}L+70 \quad \rightarrow \quad L-\frac{11}{30}L<70$$

$$\frac{19}{30}L<70 \quad \rightarrow \quad L<\frac{70\times 30}{19}=110\frac{10}{19}$$

Entonces L = 110.

Rpta.: C

7. Una varilla de metal se dilata en su proceso de manufactura 1/6 de su longitud la primera vez; 1/7 de su nueva longitud la segunda vez; 1/8 de la nueva longitud la tercera vez, y así sucesivamente siguiendo esta secuencia. Si después de realizar el proceso 14 veces mide 160 cm, ¿de cuántos cm fue su longitud inicial?

A) 45 B) 44 C) 43 D) 48

Solución:

Sea L cm la longitud inicial de la varilla

$$\frac{7}{6}\times\frac{8}{7}\times\frac{9}{8}\times\ldots\times\frac{20}{19}L=160 \quad \rightarrow \quad L=48$$

Rpta.: D

8. Dos grifos llenan de agua un tanque vacío, el primero lo puede llenar en 50 h y el segundo en 40 h. Estando el tanque vacío se realiza el siguiente proceso, se abre solo el primer grifo durante 15 h y se cierra, después se abre solo el segundo durante 16 h y se cierra, luego se retira 900 litros del tanque, finalmente se abren ambos grifos simultáneamente durante 10 h y se cierran. Si no se desperdició agua y al final el tanque se encuentra lleno, ¿cuál es la capacidad del tanque, en litros?

A) 6000 B) 6200 C) 6500 D) 6400

Solución:

El 1°: En 1h llena 1/50 → en 15h llena 15/50 = 3/10 del tanque

El 2°: En 1h llena 1/40 → en 16h llena 16/40 = 4/10 del tanque

Se ha llenado 3/10 + 4/10 = 7/10 del tanque.

Luego se retira 900 litros.

En las 10 h siguientes han llenado los dos caños, 10(1/50+1/40) = 9/20 del tanque.

Capacidad tanque: T = (7/10+9/20)T – 900 = 23/20 T – 900

3/20 T = 900 entonces T = 6000 litros

Rpta.: A

9. Un ingeniero para hacer una obra dispone de cierto presupuesto. Primero gastó 1/16 del presupuesto en materiales, luego repartió 1/25 de lo que quedaba entre sus trabajadores, y finalmente pagó 1/45 del resto en un seguro. Si aún le queda S/ 40 084, ¿de cuántos soles es el presupuesto de la obra?

A) 45 500 B) 45 200 C) 45 350 D) 45 550

Solución:

Sea el presupuesto: P

Después del gasto, reparto y seguro le queda:

3° 2° 1°

$$40084 = \frac{44}{45}\left[\frac{24}{25}\left(\frac{15}{16}P\right)\right] = \frac{22}{25}P \quad \rightarrow P = 45\,550$$

Rpta.: D

10. Una empresa constructora encomienda un trabajo por partes iguales a dos grupos de 20 obreros cada uno. Al cabo de 40h el capataz observa que el primer grupo ha terminado su parte, en tanto que el otro grupo ha realizado los 3/4 de su parte. Si lo que queda por hacer se debe terminar exactamente en 10 h, ¿cuántos obreros del primer grupo deben trabajar junto a los del segundo grupo?

A) 9 B) 6 C) 4 D) 5

Solución:

1° grupo: 40h=T → 1h=1/40 T

2° grupo: 40h=3/4 T → 1h=3/160 T

Falta 1/4 T, juntos en 10 h:

1° grupo 2° grupo

10[x. (1/40 T) + 1. (3/160 T)] = 1/4 T → x=1/4

Por lo tanto: # obreros = x partes del 1° grupo = (1/4).(20) = 5

Rpta.: D

Aritmética

EJERCICIOS

1. José apuesta su dinero y pierde la tercera parte, luego apuesta lo que le queda y gana las 2/5 partes. Motivado apuesta todo lo que tiene y pierde la cuarta parte, por lo que se retira con S/ 70. ¿Cuánto ganó o perdió José?

A) Perdió S/ 30. B) Ganó S/ 30. C) Perdió S/ 20.
D) Ganó S/ 20. E) No ganó ni perdió.

Solución:

Sea lo que tiene: x

$\frac{3}{4}.\frac{7}{5}.\frac{2}{3}.x = 70 \rightarrow x = 100 \therefore$ Perdió $S/30$.

Rpta.: A

2. Luisito regala sus figuritas de la siguiente manera: a María le da los 3/5 del total, más 4 figuritas; a Martha los 2/5 del resto, menos 12 figuritas; y por último a Juan los 2/7 del nuevo resto, más 20 figuritas. Si aún le queda 100 figuritas, ¿cuántas figuritas regaló en total Luisito?

A) 660 B) 560 C) 480 D) 600 E) 620

Solución:

Número de figuritas: x

$\frac{5}{7}\left[\frac{3}{5}\left(\frac{2}{5}x-4\right)+12\right]-20=100 \rightarrow x=660 \therefore$ Regaló 560

Rpta.: B

3. Se tiene tres grifos: A, B y C, los cuales pueden llenar un reservorio vacío en 60; 48 y 80 horas respectivamente. Si el reservorio está vacío y se abren los grifos A, B y C en ese orden con intervalos de 4h (se abre un grifo y se cierran los otros dos), ¿en cuántas horas se llenará el reservorio, desde que se abrió el primer grifo?

A) 64 B) 72 C) 60 D) 48,5 E) 28,5

Solución:

$A=\frac{4}{60}$; $B=\frac{5}{60}$; $C=\frac{3}{60}$

En 12h esta los 1/5

Tiempo total = 12.5 = 60

Rpta.: C

4. Determine la suma de todas las fracciones impropias e irreducibles menores que cinco, que tengan por denominador a 40 y por numerador a un número cuadrado perfecto.

A) 8 B) 9,5 C) 10 D) 10,5 E) 12

Solución:

$1<\frac{k^2}{40}<5 \rightarrow 40<k^2<200$

Las fracciones:

$\frac{49}{40}+\frac{81}{40}+\frac{121}{40}+\frac{169}{40}=\frac{420}{40}$ $\therefore\ S=10,5$

Rpta.: D

5. Halle el valor de $S=\frac{1}{2}+\frac{5}{6}+\frac{11}{12}+\frac{19}{20}+...+\frac{599}{600}$

A) 20 B) 20,6 C) 22,05 D) 23,08 E) 23,04

Solución:

$$S=\underbrace{\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(1-\frac{1}{6}\right)+\left(1-\frac{1}{12}\right)+...+\left(1-\frac{1}{600}\right)}_{24\text{ sum.}}$$

$$S=24-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+...+\frac{1}{600}\right)$$

$$S=24-\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...+\frac{1}{24}-\frac{1}{25}\right)$$

$$S=24\left(\frac{24}{25}\right)=23,04\ .$$

Rpta.: E

6. En la Compañía Minera Volcán, desean aumentar la extracción de mineral, para lo cual se aumentó el personal de obreros en sus 2/9 partes y luego en sus 7/30 de los obreros que había después del primer aumento. Si en total se aumentó 411 obreros, determine la suma de las cifras de la cantidad inicial de obreros de la Minera Volcán.

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

Solución:

Cantidad inicial : x

$$\frac{37}{30}.\frac{11}{9}x-x=411\ \Rightarrow x=810$$

$$\therefore\ S_{cif}=8+1+0=9$$

Rpta.: A

7. Determine la suma de las cifras del valor de n, si la fracción $\frac{n}{\overline{3a5a}}$ es equivalente a $\frac{13}{17}$.

A) 21 B) 20 C) 18 D) 15 E) 13

Solución:

$n = 13k \quad \wedge \quad \overline{3a5a} = 17k$

Resolviendo $a = 7 \quad \wedge \quad k = 221$

$n = 2873 \quad \therefore \; S_{cif} = 20$

Rpta.: B

8. Un alumno en el desarrollo de un examen lee los problemas en 1/12 del tiempo asignado, luego descansa 5 minutos y se pone a resolver empleando 10/21 del tiempo que le queda. Luego demora 1/6 del tiempo asignado para escribir el desarrollo de la prueba, y entrega el examen con 35 minutos de anticipación. ¿Cuál fue el tiempo, en horas, asignado para dicho examen?

A) 3 B) 2,5 C) 2 D) 1,5 E) 1

Solución:

Tiempo: 12k

$k + \frac{5}{60} + \frac{10}{21}\left(11k - \frac{5}{60}\right) + 2k + \frac{35}{60} = 12k \Rightarrow k = \frac{1}{6}$ → 12k=2

Rpta.: C

9. Un niño va de paseo y gasta 2/5 de lo que no gasta, luego pierde 1/4 de lo que no pierde. Si al final regala 2/3 de lo que no regala y aún así le queda S/ 24, ¿cuántos soles suman lo que gastó, perdió y regaló el niño?

A) 70 B) 60 C) 54 D) 46 E) 40

Solución:

Sea x la cantidad inicial m

$\frac{3}{5}.\frac{4}{5}.\frac{3}{7}.x = 24 \rightarrow x = 70 \quad \therefore$ Gastó $70 - 24 = 46$

Rpta.: D

10. Dadas las 73 fracciones siguientes $\frac{19}{n+21}, \frac{20}{n+22}, \frac{21}{n+23}, \ldots, \frac{91}{n+93}$. Determine el menor valor de $n \in Z^+$, para que todas las fracciones sean irreducibles.

A) 103 B) 97 C) 101 D) 93 E) 95

Solución:

$$\frac{19}{n+21}, \frac{20}{n+22}, \frac{21}{n+23}, \ldots, \frac{91}{n+93}$$

Equivale

$$\frac{19}{n+2}, \frac{20}{n+2}, \frac{21}{n+2}, \ldots, \frac{91}{n+2}$$

$n+2 \;\; y \;\; 91 pesi \quad \rightarrow \quad n+2 = 97 \therefore n = 95$

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un técnico electricista sustrae cable eléctrico. El primer día lleva 1/4 de su longitud, el segundo día se usa 1/5 de lo que no se utilizó, el tercer día 1/6 del nuevo resto y así sucesivamente hasta el noveno día. Al día siguiente se llevó los últimos 7 metros que quedó del día anterior. ¿Cuál es la longitud inicial en metros?

A) 28 B) 30 C) 24 D) 32 E) 36

Solución:

Longitud inicial: x

$$\frac{11}{12}.\frac{10}{11}.\frac{9}{10}....\frac{5}{6}.\frac{4}{5}.\frac{3}{4}x = 7 \quad \rightarrow \quad \frac{3}{12}x = 7 \quad \therefore \; x = 28$$

Rpta.: A

2. Cuatro trabajadores se dividen un rollo de cable de longitud 17,5 m, se le hace tres cortes de modo que la longitud de cada trozo es igual a la anterior aumentada en la tercera parte. Halle la diferencia de la mayor y menor longitud de los trozos.

A) 4,1 B) 3,7 C) 3,5 D) 2,9 E) 3,3

Solución:

$$a+\frac{4}{3}a+\frac{16}{9}a+\frac{64}{27}a=\frac{175}{10} \quad \rightarrow L_1=2,7$$

$$\rightarrow L_4=\frac{64}{27}(2,7)=6,4$$

$$\therefore\ 6,4-2,7=3,7$$

Rpta.: B

3. ¿Qué hora será cuando los 5/8 del tiempo transcurrido sea la mitad de lo que falta por transcurrir?

A) 10:00 B) 10:10 C) 10:40 D) 10:50 E) 10:55

Solución:

Tiempo transcurrido: t
Tiempo que falta transcurrir: 24 - t

$$\frac{5}{8}t=\frac{1}{2}(24-t) \quad \rightarrow t=\frac{32}{3}h=10\frac{2}{3}h \quad \therefore\ t=10:40$$

Rpta.: C

4. Si existen 24 fracciones propias irreducibles de denominador $3^a.5^b$, halle la suma de dichas fracciones.

A) 11,4 B) 11,6 C) 12,4 D) 12,0 E) 11

Solución:

$$\frac{N}{3^a.5^b} \quad \rightarrow \phi(3^a.5^b)=24 \quad \rightarrow 3^{a-1}.2.5^{b-1}.4=24 \rightarrow a=2\ ;\ b=1$$

$N\ y\ 45$ (pesi) ; $N<45$

$$S=1+2+3+....+44=990$$

$$S_1=3+6+9+....+42=315$$

$$S_2=5+10+15+....+40=180$$

$$15+30=45$$

$$\sum N=990-315-180+45 \quad \therefore \frac{540}{45}=12$$

Rpta.: D

5. Si $\frac{\overline{mn}}{\overline{np}}$; $\frac{m}{n}$ *y* $\frac{\overline{6m}}{\overline{4n}}$ son equivalentes, halle el valor de $m+n+p$.

A) 13 B) 14 C) 15 D) 17 E) 19

Solución:

$$\frac{m}{n}=\frac{60+m}{10+n}\rightarrow\frac{m}{n}=\frac{3}{2}$$

$$\frac{\overline{mn}}{\overline{np}}=\frac{m}{n}\rightarrow\frac{n}{p}=\frac{m}{n}=\frac{3}{2}$$

$$\frac{m}{n}=\frac{n}{p}=\frac{3}{2}\rightarrow m=9\ ;\ n=6\ ;\ p=4\quad\therefore\ m+n+p=19$$

Rpta.: E

6. Un reservorio tiene cinco conductos de desagüe de igual diámetro. Si se abren dos de ellos, el reservorio queda vacío en $8\frac{1}{3}$ horas. Si abren los cinco, ¿en cuantas horas se desocupará?

A) $3\frac{1}{3}$ B) $3\frac{2}{3}$ C) $2\frac{1}{3}$ D) $2\frac{2}{3}$ E) $3\frac{2}{5}$

Solución:

C/u en a horas

$$\frac{2}{a}=\frac{3}{25}\rightarrow\frac{1}{a}=\frac{3}{50}$$

$$\frac{5}{a}=\frac{3}{10}\rightarrow T=\frac{10}{3}=3\tfrac{1}{3}$$

Rpta.: A

7. En una votación por el SÍ y NO, los 3/4 del total de electores votó por el SÍ, la mitad del resto por el NO y los 17 restantes no votaron. Se llevó a cabo la segunda vuelta, en la que el SÍ obtuvo la mitad de los votos que obtuvo en la primera vuelta, además 1/34 del total no votó y el resto votó por el NO. ¿Por cuántos votos ganó el NO?

A) 25 B) 30 C) 36 D) 40 E) 42

Solución:

En la primera vuelta:

$$\frac{3}{4}T+\frac{1}{8}T+17=T \quad \rightarrow \frac{1}{8}T=17 \rightarrow \text{ Total}=136$$

En la primera vuelta:

SI = 51 ; NO = 81 ; No voto = 4 Resp.: 81 – 51 = 30

Rpta.: B

8. ¿Cuántas fracciones irreducibles con denominador 35, comprendidas entre 1/4 y 2/3 existen?

A) 11 B) 15 C) 12 D) 9 E) 10

Solución:

f=n/35 ; 1/4 < n/35 < 2/3 entonces 8,7 < n < 23,3
Como f es irreducible: 35=5x7 entonces ”n” no es múltiplo de 5 ni de 7.
n= 9; 11; 12; 13; 16; 17; 18; 19; 22; 23
“n” toma 10 valores, por lo tanto habrán 10 fracciones.

Rpta.: E

9. Si $\frac{\overline{aaa}}{\overline{bbb}}$ y $\frac{CA(\overline{ba})}{CA(\overline{ab})}$ son equivalentes, además a y b son números primos, halle el valor de: a – b.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Solución:

$$\frac{\overline{aaa}}{\overline{bbb}}=\frac{100-\overline{ba}}{100-\overline{ab}} \rightarrow$$

$$\frac{a}{b}=\frac{100-10b-a}{100-10a-b} \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{10-b}{10-a}$$

$$\frac{a-b}{b}=\frac{(a-b)}{10-a} \Rightarrow a+b=10 \Rightarrow a=7\ ;\ b=3$$

$$\therefore a-b=4$$

Rpta.: D

10. Si $\dfrac{560}{79}=a+\dfrac{1}{b+\dfrac{1}{c+\dfrac{1}{d}}}$, halle el valor de a+b+c+d.

A) 22 B) 25 C) 24 D) 26 E) 23

Solución:

$$\frac{560}{79}=7+\frac{1}{11+\dfrac{1}{3+\dfrac{1}{2}}} \quad \therefore \quad a+b+c+d=23$$

Rpta.: E

Aritmética

EJERCICIOS

1. En el proceso de admisión 2018-1 de la UNMSM, del total de ingresantes a la Facultad de Derecho, los $\frac{2}{9}$ ingresaron por la modalidad del centro pre y de los que ingresaron por otras modalidades los $\frac{3}{8}$ son mujeres y 175 son varones. Determine el producto de las cifras significativas del número que representa el total de ingresantes a la Facultad de Derecho en dicho proceso.

A) 18 B) 27 C) 9 D) 72 E) 24

Solución:

Sea x el total de ingresantes

$$x=\underbrace{\frac{2x}{9}}_{\text{Pre}}+\underbrace{\frac{7x}{9}}_{\text{otras mod}}=\frac{2x}{9}+\left(\underbrace{\overbrace{\frac{5}{8}\left(\frac{7x}{9}\right)}^{175}}_{\text{Hombres}}+\underbrace{\frac{3}{8}\left(\frac{7x}{9}\right)}_{\text{Mujeres}}\right)\Rightarrow x=360\ \therefore\ \underset{\text{Cifras no nulas}}{\text{Prod}}=3\times 6=18$$

Rpta.: A

2. Se ha extraído cierta cantidad de vino de un barril para el brindis por el matrimonio de Víctor y Lisbeth. Las dos terceras partes de lo que queda es igual a las tres cuartas partes de lo que se ha extraído. Si se extrae las tres quintas partes de lo que queda para un segundo brindis, ¿qué fracción de lo que había inicialmente de vino es lo que queda en el barril?

A) $\frac{27}{85}$ B) $\frac{18}{85}$ C) $\frac{40}{85}$ D) $\frac{45}{85}$ E) $\frac{9}{85}$

Solución :

q: es lo que queda; e: es lo que se extrae.

$$\frac{2}{3}q=\frac{3}{4}e \Rightarrow \frac{q}{e}=\frac{9k}{8k} \quad \text{Luego: } \underbrace{\text{quedó después}}_{\text{del 2°brindis}}=\frac{2}{5}(q)\Rightarrow f=\frac{\frac{2}{5}(9k)}{9k+8k}=\frac{18}{85}$$

Rpta.: B

3. ¿Cuántas fracciones impropias e irreducibles que tengan a 6000 como numerador existen?

A) 1600 B) 4000 C) 800 D) 4800 E) 2400

Solución:

Tenemos:

$$f=\frac{6000}{D}>1 \quad \text{además} \quad \mathbf{f} \text{ es irreducible}$$

$$6000=2^4.3^1.5^3 \Rightarrow \phi(6000)=2^3(2-1)\times 3^0(3-1)\times 5^2(5-1)=1600$$

Rpta.: A

4. Un estudiante de PRE San Marcos afirma que de los S/ 140 de propina que le dio su padre gastó las 3/4 partes de lo que no gastó. ¿Cuántos soles le quedaría si gastara la cuarta parte de lo que le quedó?

A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 80

Solución:

$$G+NG=140 \Rightarrow \frac{3}{4}NG+NG=\frac{7}{4}NG=140 \Rightarrow NG=80$$

$$\text{Gasta}=\frac{1}{4}(80)=20 \quad \therefore \quad \text{le queda}=60$$

Rpta.: D

5. Vidal, Raúl y Marcelino transportan mercadería del depósito a un camión. El primero va y regresa en dos minutos y cuarto, el segundo en veinticinco doceavos de minuto y el tercero en quince octavos de minuto. Si todos por primera vez se encontraron en el depósito a las 8:00 am, ¿después de cuántos minutos se encontrarán los tres en el depósito por quinta vez?

A) 281,25 B) 112,5 C) 56,25 D) 168,75 E) 225

Solución:

Tenemos el tiempo que cada uno demora en ir y regresar del depósito al camión.

Vidal: $2\,{}^{1}\!/_{4}\,\text{min} = \frac{9}{4}\,\text{min}$, Raúl: $\frac{25}{12}\,\text{min}$, Marcelino: $\frac{15}{8}\,\text{min}$

El tiempo que debe transcurrir para que los tres coincidan en el depósito por segunda vez es

$$\text{MCM}\left(\frac{9}{4},\frac{25}{12},\frac{15}{8}\right) = \frac{\text{MCM}(9,25,15)}{\text{MCD}(4,12,8)} = \frac{225}{4}\,\text{min}$$

Por lo tanto, la quinta vez que se encontrarán los tres en el depósito se dará a los 225 minutos después de iniciado el trabajo.

Rpta.: E

6. Un comerciante de manzanas, distribuye jabas llenas de manzanas a sus ocho clientes uno por uno. El sale con toda su mercadería y a cada uno le reparte la mitad de jabas que lleva más media jaba. Si jamás partió una manzana o jaba y repartió toda su mercadería. Determine la cantidad de jabas llenas de manzanas que tenía al inicio de la venta.

A) 255 B) 127 C) 256 D) 128 E) 129

Solución:
Sea N el número de jabas llenas de manzanas que tiene al inicio.

Cliente	Jabas con que llega	Jabas que vende	Si termina con este cliente (entonces tenia)	
1°	N	$\frac{N}{2}+\frac{1}{2}$	$N=\frac{N}{2}+\frac{1}{2}$	$\therefore N=2^1-1=1$ jabas
2	$N-\left(\frac{N}{2}+\frac{1}{2}\right)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{N}{2}+\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}$	$\frac{N}{2}-\frac{1}{2}=\frac{N}{4}+\frac{1}{4}$	$\therefore N=2^2-1=3$ jabas
3°	$\left(\frac{N}{2}-\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{N}{4}+\frac{1}{4}\right)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{N}{4}-\frac{3}{4}\right)+\frac{1}{2}$	$\frac{N}{4}-\frac{3}{4}=\frac{N}{8}+\frac{1}{8}$	$\therefore N=2^3-1=7$ jabas
4°	$\left(\frac{N}{4}-\frac{3}{4}\right)-\left(\frac{N}{8}+\frac{1}{8}\right)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{N}{8}-\frac{7}{8}\right)+\frac{1}{2}$	$\frac{N}{8}-\frac{7}{8}=\frac{N}{16}+\frac{1}{16}$	$\therefore N=2^4-1=15$ jabas
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$n°$	…	…	$\frac{N}{2^{n-1}}-\frac{2^{n-1}-1}{2^{n-1}}=\frac{N}{2^n}+\frac{1}{2^n}$	$\therefore N=\left(2^n-1\right)$ jabas

Por lo tanto: si son 8 clientes, entonces tenía: 2^8-1=255 jabas.

Rpta.: A

7. En la imprenta "EL TURBO" se debe tipear un libro de Aritmética con la mayor cantidad de páginas posibles. Se inicia el lunes tipeando la mitad del trabajo, el martes la tercera parte de lo que le falta, el miércoles la cuarta parte de lo que resta y el jueves la quinta parte de lo que queda por hacer. El viernes se debe entregar el trabajo y se observa que quedan menos de 42 páginas por tipear. Si todos los días se tipeó un número entero de páginas, determine el número de páginas que se tipeó el viernes.

A) 45 B) 36 C) 18 D) 48 E) 72

Solución:

Sea n el número (entero) de páginas del libro.

	Trabajo realizado	Trabajo restante
Lunes:	n/2	n/2
Martes:	n/6	n/3
Miércoles:	n/12	n/4
Jueves:	n/20	n/5
Viernes:	n/5	termina=0

Como: n/5 < 42 entonces n < 210 y n=MCM (2,6,12,20). k=60k < 210 entonces n=180. Por lo tanto, el viernes se tipeó n/5=36 páginas.

Rpta.: B

8. Lucho y Martín, trabajando juntos, llenan con agua un tanque vacío en 2 horas y 24 minutos. Si trabajando solos Lucho lo llena en dos horas menos que Martín, ¿en cuántas horas llenará Martín el tanque, trabajando solo?

A) 8 B) 3 C) 6 D) 4 E) 5

Solución:

Trabajando solos: [Martín: demora x horas → Lucho: demora (x-2) horas]

$$\text{Juntos: } 2+\frac{24}{60}=2+\frac{2}{5}=\frac{12}{5}\Rightarrow\frac{1}{x}+\frac{1}{x-2}=\frac{5}{12}=\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\ \therefore\ x=6$$

Por lo tanto: Martín lo llena en 6 horas.

Rpta.: C

9. Augusto es un agricultor que está preparando una mezcla entre un herbicida y agua pura, para fumigar su plantación de chirimoyas. Si para que la mezcla tenga efecto y liquide toda la yerba mala, el volumen de herbicida puro debe ser como mínimo el 1/20 de la mezcla total. Augusto preparó una mezcla de nueve litros de agua pura con un litro de herbicida(puro). Cuando está a punto de terminar el trabajo, se da cuenta que solo le quedan dos litros de mezcla y que no le alcanzará para terminar de fumigar toda la plantación, por lo que decide agregar dos litros de agua, determine la cantidad en litros de agua pura en esta última mezcla.

A) 3,9 B) 3,2 C) 3,4 D) 3,8 E) 3,6

Solución:

Para que la mezcla sea efectiva se debe considerar que: de 20 litros de una mezcla, al menos un litro es de herbicida puro y 19 litros de agua pura.
La mezcla la hizo con 9 litros de agua pura y un litro de herbicida puro.
Cuando solo le quedan dos litros de la mezcla, Augusto tiene:

$$\text{Herb}_{\text{puro}}=\frac{1}{10}(2\text{L})=0{,}2\text{L y Agua}_{\text{pura}}=\frac{9}{10}(2\text{L})=1{,}8\text{L}$$

Si a estos dos litros de mezcla agrega dos litros de agua pura, entonces tiene

$$\text{Herb}_{\text{puro}}=\frac{1}{20}(4\text{L})=0{,}2\text{L y Agua}_{\text{pura}}=\frac{19}{20}(2\text{L})=3{,}8\text{L}$$

Finalmente, en la mezcla final hay 3,8litros de agua pura.

Rpta.: D

10. Para filmar un matrimonio se contrata al camarógrafo profesional Alberto, él cuenta con una cinta de video que puede grabar, la ceremonia en la iglesia hasta dos horas en modo SP, o la visita de los recién casados a la costa verde hasta cuatro horas en modo LP, o hasta seis horas en modo XLP para grabar la fiesta matrimonial. Después de grabar 32 minutos en la iglesia y 44 minutos en la visita a la costa verde, determine el mayor tiempo que puede grabar Alberto la fiesta matrimonial.

A) 3horas 15 minutos B) 2horas 58 minutos. C) 3horas 28 minutos.
D) 3horas 8 minutos. E) 3horas 18 minutos.

Solución:

Tenemos:
Ceremonia en la iglesia:

32 minutos grabados en SP, consumió $\frac{32}{120}$ de la capacidad total de la cinta de video.

Visita a la costa verde:

44 minutos grabados en LP, consumió $\frac{44}{240}$ de la capacidad total de la cinta de video.

Fiesta matrimonial:

Solo podrá grabar como máximo $\left(\mathbf{1}-\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{20}}\right)\times\mathbf{360}=\mathbf{198}$ minutos en XLP, es decir la fiesta podrá grabar a lo más 3horas 18minutos.

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un cilindro está lleno con agua, se extrae 1/6, luego se extrae 2/3 de lo que quedaba y finalmente se extrae la mitad de lo que quedaba. Si al final se tiene 200 litros, ¿cuál es la capacidad del cilindro?

A) 1440 B) 200 C) 1840 D) 2130 E) 1790

Solución:

De los datos: $\frac{1}{2}\frac{1}{3}(\frac{5}{6}L)=200\Rightarrow L=1440$

Rpta.: A

2. Los $\frac{2}{3}$ de los miembros de un club son damas y $\frac{1}{4}$ de los varones están casados. Si hay 9 varones solteros, ¿cuántas damas hay en total?

A) 22 B) 24 C) 36 D) 12 E) 40

Solución:

$$\mathbf{D}=\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\mathbf{x}\ ,\quad \mathbf{V}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\mathbf{x}\begin{cases}\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\mathbf{x}\right)\mathbf{:casados}\\ \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{4}}\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\mathbf{x}\right)\mathbf{:solteros}\end{cases}$$

luego del dato: $\frac{1}{4}x=9\rightarrow x=36$

Nos piden: $\frac{2}{3}x=\frac{2}{3}(36)=24$

Rpta.: B

3. Al abrir simultáneamente dos grifos colocados en la parte superior de un tanque vacío, lo llenan de agua en 6 horas y al abrir un grifo de desagüe colocado en la parte inferior lo deja vacío, al tanque lleno de agua, en 8 horas. Si se modifica el grifo de desagüe, el cual es colocado a la mitad del tanque y se abren simultáneamente los 3 grifos, estando el tanque vacío, ¿en cuántas horas se llenará el tanque?

A) 12 B) 10 C) 15 D) 6 E) 9

Solución:

Sean "a" y "b" la cantidad de horas que toman en llenar los grifos de la parte superior.
En una hora llenan: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{6}$ y el de desagüe vacía: $\frac{1}{8}$
La mitad del tanque, la llenan los dos grifos superiores en 3 horas y la otra mitad los tres grifos en "t" horas:

$$\rightarrow 3\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)+\mathbf{t}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{8}\right)=1\rightarrow 3\left(\frac{1}{6}\right)+\mathbf{t}\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{8}\right)\rightarrow \mathbf{t}\left(\frac{1}{24}\right)=\frac{1}{2}\rightarrow \mathbf{t}=12$$

por lo que el tiempo empleado es 15horas.

Rpta.: C

4. Lupe y Julieta llenan un tanque de agua, cada una con rapidez constante. Estando el tanque vacío las dos juntas pueden llenarlo en 2.10 horas; pero individualmente, Julieta lo llena en 4 horas menos que Lupe. Determine el número de horas que Lupe demora llenar sola el tanque, si este está vacío.

A) 2,4 B) 2 C) 3 D) 7 E) 2,5

Solución:

Juntos llenan en: 2.10 horas=21/10horas
Julieta sola llena en: x horas; Lupe sola llena en: (x + 4) horas

$$\frac{21}{10}\left[\frac{1}{x}+\frac{1}{x+4}\right]=1\rightarrow\frac{2x+4}{x(x+4)}=\frac{10}{21}\rightarrow x=3$$

Por lo tanto: Lupe sola, llenará el tanque en 7 horas.

Rpta.: D

5. Determine la cantidad de números enteros positivos de dos cifras $\overline{ab}$ tales que:

$$\frac{\overline{ab}}{\overline{ba}} = \frac{7}{4}$$

A) 14 B) 12 C) 8 D) 5 E) 4

Solución:

Como la fracción $\frac{\overline{ab}}{\overline{ba}} = \frac{7}{4}$ es irreducible, investiguemos los múltiplos de numerador y denominador y veamos cuáles cumplen la condición:

7 / 4; 14 / 8; 21 / 12; 28 / 16; 35 / 20; 42 / 24; 49 / 28;
56 / 32; 63 / 36; 70 / 40; 77 / 44; 84 / 48; 91 / 52; 98 / 56

Como se puede apreciar, los números que cumplen son cuatro **21, 42, 63, 84.**

Rpta.: E

6. Se forman dos fracciones irreducibles que suman 5, además la suma de ambos términos de una de las fracciones es múltiplo de 35 y ambos términos de la otra fracción son menores que 10. Si los términos de ambas fracciones representan las edades, en años, de cuatro hermanos; determine la edad del mayor.

A) 29 B) 18 C) 20 D) 27 E) 19

Solución:

$\underbrace{\frac{a}{b} + \frac{c}{d}}_{\text{irreducible}} = 5 \rightarrow$ Por propiedad: $b = d$, luego $a + c = 5b$,

Como $a + b = \overset{0}{35}$ y $c, d < 10 \Rightarrow a = 29,\ b = d = 6,\ c = 1$ $\therefore$ Mayor edad $= 29$.

Rpta.: A

7. Se tiene un tonel lleno de vino tinto que tiene dos grifos en la parte inferior. Si se abre el primer grifo, esta demora 5 horas para vaciar todo el contenido, en cambio el segundo grifo demora 3 horas. Determine el tiempo que se demora en vaciar todo el contenido del tanque, si se abre el primer grifo y luego de una hora se abre el segundo grifo y estos permanecen abiertos hasta que se vacíe todo el contenido.

A) 1h: 50 min B) 2h: 30 min C) 1h: 45 min
D) 2h: 20 min E) 2h: 15 min

Solución:

Sea x horas el tiempo en vaciar todo el contenido. Entonces

$$1-\left[\frac{1}{5}+(x-1)\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\right)\right]=0 \quad \Rightarrow \quad x=2h:30\min$$

Rpta.: B

8. Luis Alberto dispone de cierta cantidad de dinero para comprar útiles escolares para sus tres sobrinos. Las 3/8 partes de lo que dispone los gastó en el menor; 3/5 del resto en el intermedio y lo que sobró en el mayor. ¿De cuántos soles disponía Luis Alberto, si gastó en el mayor 200 soles menos que en intermedio?

A) 800 B) 900 C) 1600 D) 500 E) 1000

Solución:

Supongamos que Luis Alberto dispone de S/ D

Menor: 3/8 D; Intermedio= 3/5(5/8D) = 3/8D

Mayor: 2/8 D = 3/8 D – 200

1/8 D = 200 → D = 1600

Rpta.: C

9. La señora Dora decide repartir los cuatro quintos de sus ahorros de manera equitativa a sus 3 hijos: Roberto, José y Félix, quedándose con el resto. A su vez, Roberto renuncia a su herencia a favor de sus hijas Janeth, Nicole y Elena, que se dividen lo heredado en partes iguales. José que es el padrino de Elena, le da a su ahijada la mitad de lo que le corresponde. Si Elena recibe en total $8000, determine la cantidad en dólares con que se quedó la señora Dora.

A) 6250 B) 5240 C) 8640 D) 7200 E) 4860

Solución:

Supongamos que el ahorro de la señora Dora es x. Dora se queda con $\frac{1}{5}x$

c/ hijo le corresponde $= \frac{4}{5}.\frac{1}{3}x = \frac{4}{15}x$

Luego: Roberto reparte su derecho a sus 3 hijas,

a c/hija le corresponde $= \frac{4}{15}.\frac{1}{3}x = \frac{4}{45}x$

Además: José le da la mitad que le corresponde a su ahijada Elena:

Entonces: $\frac{4}{45}x + \frac{2}{15}x = 8000 \rightarrow \frac{10}{45}x = 8000 \rightarrow x = 36000$

La señora Dora se queda con: 7200.

Rpta.: D

10. Jorge asiste a un restaurante donde venden comida por kilos, como tenía mucha hambre se sirve una cantidad entera en gramos de los diversos potajes existentes en un plato grande. Después de aplacar su hambre manifestó: comí 2/7 de lo que no comí, luego invité 1/6 de lo que no invité y finalmente llevé a mi cachorro "cachito" 2/3 de lo que no llevé. Si después de todo le sobró 540 gramos de comida, ¿cuántos gramos comió Jorge?

A) 360 B) 240 C) 600 D) 480 E) 300

Solución:

C	N-C
10k	35k
I	N-I
5k	30k
Llevé (Cachito)	No Llevé (Cachito)
12k	18k=SOBRÓ

18k = 540 k = 30. Por lo tanto, Jorge comió = 10K=10(30) = 300 gramos.

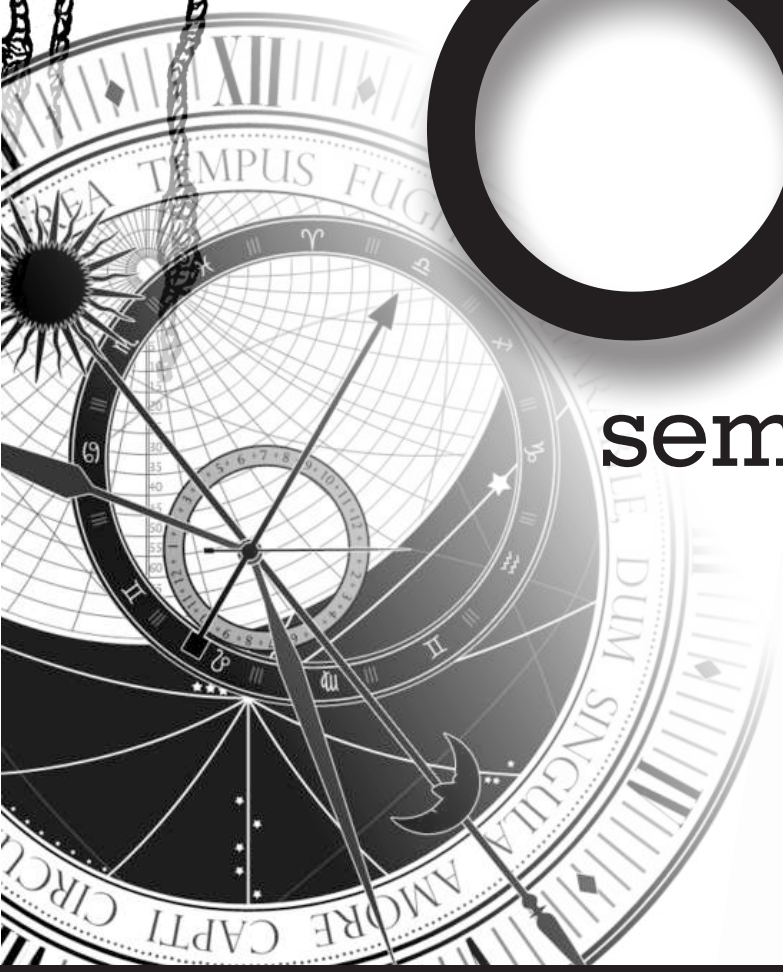
Rpta.: E

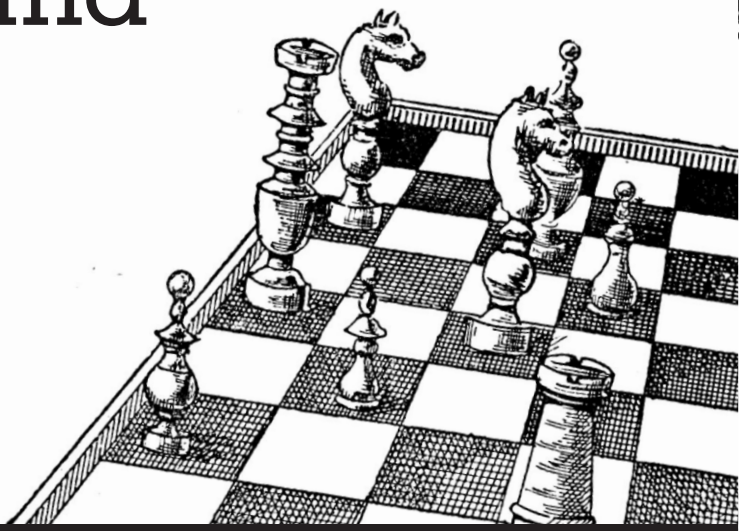
ARITMÉTICA

MANUAL DE PRACTICAS Y EJERCICIOS

09

semana





pre SAN MARCOS

Manhattan Editores

Aritmética

FRACCIÓN GENERATRIZ DE UN NÚMERO AVAL

1. AVAL EXACTO

$$0,\overbrace{abc\ldots x}^{\text{K cifras}}{}_{(n)} = \frac{\overline{ab\ldots x}_{(n)}}{n^K} = \frac{\overline{ab\ldots x}_{(n)}}{\underbrace{100\ \ldots\ 0}_{\text{"k ceros"}}{}_{(n)}}.$$

Ejemplo: $0{,}42 = \dfrac{42}{100} = \dfrac{21}{50}$

2. AVAL PERIÓDICO PURO

$$0,\underbrace{abc\ldots x}_{\text{K cifras}}{}_{(n)} = \frac{\overline{abc\ldots x}_{(n)}}{n^K - 1} = \frac{\overline{abc\ldots x}_{(n)}}{\underbrace{\overline{(n-1)\,(n-1)\ \ldots\ (n-1)}}_{\text{"k cifras"}}{}_{(n)}}$$

Ejemplo: $0{,}3333\ldots = 0{,}\,3 = \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3}$

Ejemplo: $1{,}7373\ldots = 1{,}\,73 = \dfrac{173-1}{99} = \dfrac{172}{99}$

3. AVAL PERIÓDICO MIXTO

$$\left[0,a_1a_2\ldots a_K\ b_1b_2\ldots b_m\right]_{(n)} = \frac{\left[\overline{a_1a_2\ldots a_Kb_1b_2\ldots b_m}\right]_{(n)} - \left[\overline{a_1a_2\ldots a_K}\right]_{(n)}}{n^K(n^m-1)}$$

$$= \frac{\left[\overline{a_1a_2\ldots a_Kb_1b_2\ldots b_m}\right]_{(n)} - \left[\overline{a_1a_2\ldots a_K}\right]_{(n)}}{\overline{\underbrace{(n-1)(n-1)\ \ldots (n-1)}_{\text{"m cifras"}}\ \underbrace{00\ \ldots\ 0}_{\text{"k ceros"}}}_{(n)}}$$

Ejemplo: $0{,}2131313\ldots = 0{,}2\,13 = \dfrac{213-2}{990} = \dfrac{211}{990}$

RECONOCER EL DECIMAL A PARTIR DE SU FRACCIÓN GENERATRIZ

Sea $f = \frac{a}{b}$ fracción irreducible

1) **Si b = 2^p x 5^q con p y q no nulos a la vez.**

El número decimal correspondiente es exacto.

cifras decimales de = Mayor exponente de 2 y 5 = máx. {p; q}

Ejemplo:

$$f = \frac{21}{400} = \frac{21}{2^4 \times 5^2} = 0,0525$$

cifras decimales = máx. { 4; 2} = 4. Por lo tanto, tiene cuatro cifras en la parte decimal.

Regla de los 9:	***Nivel:***	***Representantes***
$9 = 3^2$	**1**	3 y 9
$99 = 3^2 \times 11$	**2**	11
$999 = 3^3 \times 37$	**3**	27 y 37
$9999 = 3^2 \times 11 \times 101$	**4**	101
$99999 = 3^2 \times 41 \times 271$	**5**	41 y 271
$999999 = 3^3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37$	**6**	7 y 13
$9999999 = 3^2 \times 239 \times 4649$	**7**	239 y 4649
$99999999 = 3^2 \times 11 \times 73 \times 101 \times 137$	**8**	73 y 137

Obs: El nivel se considera de arriba hacia abajo.

Ejemplo: El nivel del 11 es 2 (dos), pues se encuentra por primera vez como factor de 99 (dos nueves); así como el nivel del 37 es 3 y no 6, pues el 37 aparece por primera vez como factor de 999 (tres nueves), etc.

2) **Si b se descompone en factores primos diferentes a 2 o 5**

Supongamos que **b = r x … x s** donde **r,…,s** son PESI con 2 y 5, entonces el número decimal correspondiente es periódico puro; por lo tanto

Cifras del periodo de = MCM {nivel (r);…; nivel (s)}.

Ejemplo 01:

$$\frac{1}{7} = 0,142857$$

Cifras del periodo = nivel (7) = 6. Luego, tiene 6 cifras en su periodo.

Ejemplo 02:

$$\frac{1}{7 \times 41} = 0,\ 003484320557491289198606271777$$

Cifras del periodo de = MCM {nivel (41); nivel (7)} = MCM {5; 6} = 30.

Por lo tanto, tiene 30 cifras en su periodo.

3) <u>Si b tiene factores primos 2 y/o 5, y otros factores PESI con 2 o 5.</u>

Supongamos que **b = 2^p x 5^q x r x … x s** con **p** y **q** no nulos a la vez donde **r,…,s** son PESI con 2 y 5, entonces el número decimal correspondiente es periódico mixto; por lo tanto:

cifras de la parte no periódica de = Mayor exponente de 2 y 5 = máx. {p ; q}

Cifras de la parte periódica de = MCM {nivel (r);…; nivel (s)}.

Ejemplo:

$$f=\frac{7}{2^3\times 5^2\times 37\times 13}=0{,}000072765$$

Cifras parte no periódica de = máx. {3; 2} = 3.

#Cifras de parte periódica de = MCM {nivel (37); nivel (13)} = MCM {3; 6} = 6

TEOREMA DE MIDY(1836): Sea $p\neq 2,5$ **un número primo y** $0<a<p$ **talque** $\frac{a}{p}=0,c_1c_2...c_nc_{n+1}...c_{2n-1}c_{2n}$ **entonces** $\overline{c_1c_2...c_n}+\overline{c_{n+1}...c_{2n-1}c_{2n}}=\underbrace{99...99}_{n-cifras}$ **.**

Obs: $c_j+c_{n+j}=9,\ \forall\ j=1,2,...,n.$

Ejemplos:

- $\frac{1}{17}=0{,}05882352\ 94117647\Rightarrow 05882352+94117647=99999999$

  Obs: $c_5=2;\ c_{5+8}=7\Rightarrow c_5+c_{5+8}=2+7=9$

- $\frac{1}{7}=0{,}142857\ \Rightarrow 142+857=999$

- $\left(\frac{1}{19}\right)_{(8)}=0{,}032745_{(8)}\ \Rightarrow 032_{(8)}+745_{(8)}=777_{(8)}$ **(Teorema de Midy en base 8)**

Observaciones:

1) A todo número $\frac{a}{p}$ **que cumple el teorema llamemos número de Midy.**

2) Generalización del teorema de Midy:

Sean $N>1$ **y** $1\leq a<N$**,** a y N **enteros positivos PESI. Supongamos que** a/N **tiene una cantidad par de cifras en su periodo (puro) Entonces:**

Si N **es primo, o** N **es potencia de un primo, o** $MCD(N;10^n-1)=1$

Entonces a/N **es un número de Midy.**

3) Sea a/N **tal que** $1\leq a<N$**. Si** N **divide a** 10^p+1 **para algún número primo** p**, entonces** a/N **es un número de Midy.**

4) Si N es tal que $1/N$ es de Midy, entonces, $\forall r \in \mathbb{Z}^+$, $1/N^r$ es de Midy.

<u>Observaciones:</u>

i. $0{,}a_{(n)} = \dfrac{a}{n}$

ii. $0{,}abc_{(n)} = \dfrac{a}{n} + \dfrac{b}{n^2} + \dfrac{c}{n^3}$

iii. $0{,}abc_{(n)} = \dfrac{a}{n} + \dfrac{b}{n^2} + \dfrac{c}{n^3} + \dfrac{b}{n^4} + \dfrac{c}{n^5} + \ldots$

iv. $0{,}\widehat{a}_{(n)} = \dfrac{a}{n} + \dfrac{a}{n^2} + \dfrac{a}{n^3} + \ldots$

v. $0{,}ab_{(n)} = \dfrac{a}{n} + \dfrac{b}{n^2} + \dfrac{a}{n^3} + \dfrac{b}{n^4} + \ldots$

vi. $0{,}a\widehat{b}_{(n)} = \dfrac{a}{n} + \dfrac{b}{n^2} + \dfrac{b}{n^3} + \dfrac{b}{n^4} + \ldots$

Aritmética

EJERCICIOS

1. Pepo le ofreció a su hijo Pipo $(x+y+z+w)$ soles de propina, si encontraba correctamente el valor de cada letra en la igualdad $0{,}52_{(9)} = 0{,}xyzw_{(6)}$.
¿Cuántos soles recibió Pipo luego de cumplir el pedido de su padre?

A) 12 B) 10 C) 13 D) 14

Solución:

$$0{,}52_{(9)} = \frac{52_{(9)}}{100_{(9)}} = \frac{47}{81} = 0{,}3252_{(6)} = 0{,}xyzw_{(6)}$$

$\therefore$ Pr*opina* $= 3+2+5+2 = 12$ *soles*

Rpta.: A

2. Julia le dice a Flavia, nuestras edades forman la fracción irreducible $\frac{\overline{ab}}{\overline{ca}}$ que genera el número decimal de la forma $0{,}\,bmbn8$. Si Julia es menor que Flavia, ¿cuántos años cumplirá Julia dentro de $(c+m-n)$ años?

A) 17 B) 19 C) 18 D) 16

Solución:

$$\frac{\overline{ab}}{\overline{ca}} = 0{,}\,bmbn8 \qquad \frac{\overline{1b}}{41} = \frac{\overline{bmbn8}}{99999} \quad \rightarrow c = 4; \quad a = 1$$

$$\overline{1b}(2439) = \overline{bmbn8} \quad \rightarrow b = 2; \quad m = 9; \quad n = 6$$

$$\text{Julia}: \overline{ab} + (c+m-n) = 12 + (4+9-6) = 19$$

Rpta.: B

3. Si la fracción $\frac{(2!)^{4!-3!-2!}.(6!)^{2!}}{33!-30!}$ genera un número decimal periódico mixto, y la edad de Juan está representada por la cantidad de cifras no periódicas que tiene dicho número, halle la edad de Juan.

A) 5 B) 4 C) 6 D) 2

Solución:

$$\frac{(2!)^{4!-3!-2!}.(6!)^{2!}}{33!-30!} = \frac{2^{16}.(2^4.3^2.5)^2}{30!(31.32.33-1)} = \frac{2^{24}.5^2.3^4}{2^{26}.5^7.3^{14}.P\,(6547.5)} = \frac{1}{2^2 5^6.P_1}$$

$\#$ cifras no periódicas $= 6$ $\therefore$ Edad de Juan $= 6$ años

Rpta.: C

4. Sea $\overline{abcd}$ la clave de una tarjeta de banco. Si la fracción irreducible $\frac{a}{\overline{bcd}}$ genera un número decimal periódico puro con cuatro cifras periódicas, halle la mayor suma de las cifras de dicha clave.

A) 8 B) 26 C) 14 D) 11

Solución:

De la fracción $\frac{a}{\overline{bcd}}$, $\overline{bcd} = 101$ ó 303 ó 909

Si $\overline{bcd} = 101 \rightarrow (a+b+c+d) = 9+1+0+1 = 11$

Si $\overline{bcd} = 303 \rightarrow (a+b+c+d) = 8+3+0+3 = 14$

Si $\overline{bcd} = 909 \rightarrow (a+b+c+d) = 8+9+0+9 = 26$

Rpta.: B

5. Pedro nació en el mes de marzo del año 2020. Si a su mamá le dieron de alta 4 días después del parto, determine la fecha del mismo mes que salió de alta del hospital, sabiendo que la fecha de nacimiento de Pedro coincide con la última cifra periódica del número decimal generado por la fracción $\frac{1}{7^{2020}}$.

A) 12 B) 11 C) 14 D) 13

Solución:

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{2020} = \frac{1}{7^{2020}} = 0,a...x = \frac{\overline{a...x}}{99...99} \Rightarrow \frac{1}{7^{2020}} = \frac{1}{\overline{b...1}} = \frac{\overline{a...x}}{99...99} \Rightarrow x = 9$$

Por lo tanto, salió de alta el 13 de marzo. **Rpta.: D**

6. Una fracción irreducible genera un número decimal periódico puro que tiene una cantidad par de cifras en su periodo. Si el bloque de las seis cifras centrales del periodo es 532498, determine la suma de las tres últimas cifras del periodo.

A) 11 B) 17 C) 6 D) 12

Solución:

Como: $f = \frac{\overline{abc...532498...xyz}}{999...99999}$ por el teorema de MIDY tenemos

$$\overline{abc...532} + \overline{498...xyz} = 999...999 \Rightarrow x = 4, y = 6, \ z = 7 \therefore x + y + z = 17$$

Rpta.: B

7. Sea "n" la cantidad de veces que postula Luis a la UNMSM y (n+10) el número del día de la semana que postuló. Si las veces que postuló Luis a UNMSM se le divide por 37 y a dicho resultado se le suma 5/27, se obtiene una fracción que genera un número decimal de la forma $0,(n-1)66$, determine la suma de las cifras del periodo de la inversa del número de días que postuló a UNMSM.

A) 36 B) 27 C) 9 D) 18

Solución:

De los datos $\frac{27n+185}{999}=\frac{\overline{(n-1)66}}{999}\Rightarrow n=3$ luego $\frac{1}{n+10}=\frac{1}{13}=0,076923$

Por lo tanto la suma de cifras del periodo de $\frac{1}{n+10}$ es 27. **Rpta.: B**

8. Al convertir $\left(\frac{1}{19}\right)$ al sistema de base 7 se obtiene $0,ab234c_{(7)}$, que es un número de Midy en la base 7. Si María, Sandra y Ángela tienen a; b y c años respectivamente, determine la suma de las edades de María y Ángela, menos la edad de Sandra.

A) 6 B) 10 C) 8 D) 5

Solución:

De Midy tenemos:

$$0,ab274c_{(7)}\Rightarrow \overline{ab2}_{(7)}+\overline{34c}_{(7)}=666_{(7)}\Rightarrow (a+c)-b=(3+4)-2=5$$

Rpta.: D

9. Si la cantidad de cifras periódicas y no periódicas del número decimal generado por la fracción $f=\frac{2016}{20\times 15!}$ coincide con los dos primeros dígitos y con el último digito respectivamente, al escribir de izquierda a derecha el DNI de José; además los dígitos del DNI son las cifras del periodo de un número Midy, halle la diferencia positiva de las dos cifras centrales del DNI de José.

A) 6 B) 5 C) 7 D) 4

Solución:

Del dato: $f=\frac{2016}{20\times 15!}=\frac{2^5\times 3^2\times 7}{2^{13}\times 3^6\times 5^4\times 7^2\times 11\times 13}\Rightarrow f=\frac{1}{2^8\times 3^4\times 5^4\times 7\times 11\times 13}$

Luego #cifras periódicas = $\text{MCM}(9;6)=18$ (3^4 : Nivel 9; 7 y 13 : Nivel 6)

#cifras no periódicas = 8 (mayor exponente 2 y 5)

$\text{DNI}:\overline{18abcde8}$. Como estos dígitos son las cifras periódicas de una fracción Midy entonces se cumple: $\overline{18ab}+\overline{cde8}=9999\rightarrow b=1$ y $c=8$.

Por lo tanto $c-b=7$.

Rpta.: C

10. Sea $\overline{baced}$ el código modular del colegio Don Bosco. Si $\frac{1}{127}=0,\underbrace{c_1...c_{17}c_{18}c_{19}c_{20}c_{21}...abcde}_{42\text{ - cifras}}$ tal que $\overline{c_{17}c_{18}c_{19}c_{20}c_{21}}=42162$, halle la suma de las cifras diferentes de dicho del código modular.

A) 22 B) 23 C) 21 D) 24

Solución:

$$\frac{1}{127}=\underbrace{\underbrace{c_1...42162}_{21\text{-cifras}}c_{22}..abcde}_{42\text{ - cifras}} \underset{\text{Teorema de Midy}}{\Rightarrow} \overline{c_1...42162}+\overline{c_{22}...abcde}=\underbrace{99...99999}_{21\text{-cifras}}$$ Luego

$\overline{baced}=75873$ Por lo tanto $7+5+8+3=23$.

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Miguel le comenta a su amiga Vanessa, que hoy ha inaugurado su enésimo restaurante. Si se sabe que $0,12_{(n)}=0,4$, ¿cuántos restaurantes tiene Miguel?

A) 6 B) 4 C) 3 D) 5

Solución:

$$0,12_{(n)}=\frac{12_{(n)}}{\overline{(n-1)(n-1)}_{(n)}}=\frac{n+2}{n^2-1}=0,4=\frac{2}{5} \quad \rightarrow 12=n(2n-5) \quad \rightarrow n=4$$

$\therefore$ # Re*staurantes* $=4$

Rpta.: B

2. Jorge reparte cierta cantidad de dinero entre sus dos hijos. Si se sabe que al dividir estas dos cantidades repartidas generan el número decimal $0,\widehat{1}$; además la diferencia de dichas cantidades es 168, determine la suma de estas dos cantidades, en soles.

A) 190 B) 280 C) 320 D) 210

Solución:

Sean a,b los números: a,b Luego $\frac{a}{b}=0,\widehat{1}=\frac{1}{9}$ por tanto $9k-k=168$ de donde $k=21$ Finalmente, $9k+k=10k=210$.

Rpta.: D

3. Si el número de años que tienen dos hermanos, coincide con la cantidad de cifras periódicas y no periódicas del número decimal generado por la fracción $\frac{7}{86240}$, halle la suma de los cuadrados de dichos números de años.

A) 52 B) 61 C) 74 D) 40

Solución:

Como el número $86240 = 2^5 \times 5 \times 7^2 \times 11$ entonces $\frac{7}{2^5 \times 5 \times 7^2 \times 11} = \frac{1}{2^5 \times 5 \times 7 \times 11}$

Cifras no periódicas $= 5$

Cifras periódicas $= MCM(2,6) = 6$, Por tanto $5^2 + 6^2 = 61$.

Rpta.: B

4. Sean $\overline{abc}$ y $\overline{xyz}$ los puntajes obtenidos por Javier en el tercer examen y cuarto examen respectivamente en el CEPREUNMSM. Si con ambos puntajes se forma la mayor fracción propia e irreducible, que genera un número decimal periódico puro con 7 cifras en su periodo, determine el producto de las cifras del puntaje del tercer examen.

A) 42 B) 28 C) 15 D) 14

Solución:

Sea $\overline{abc}$: El puntaje obtenido en el tercer examen.

$\overline{xyz}$: El puntaje obtenido en el cuarto examen.

Nivel 7 : $9999999 = 3^2.239.4649$

$\overline{abc} < \overline{xyz} \Rightarrow f = \frac{\overline{abc}}{3(239)} \vee f = \frac{\overline{abc}}{239}$ Luego $\overline{abc}_{máx} = 716 \therefore a.b.c = 42$

Rpta.: A

5. El primer digito de la cantidad de células en un ser humano es el complemento aritmético del último digito. Si el último digito de la cantidad de células coincide con la última cifra periódica del número decimal generado por la fracción $\frac{73}{427^{2020}}$, halle el primer digito de la cantidad de células.

A) 6 B) 3 C) 7 D) 9

Solución:

De los datos tenemos $\frac{73}{427^{2020}} = 0,a...x = \frac{\overline{a...x}}{9...9}$ entonces

$73(9...9) = (\dot{10} + 7^{2020})(\overline{a...x}) \Rightarrow \overline{...7} = (...1)(\overline{a...x}) \rightarrow x = 7$.

Por lo tanto, el primer digito es CA (7) = 3.

Rpta.: B

6. Las edades de Pablo, Pedro y Moisés son $\overline{ab}, \overline{ba}$ y $(x.y.z)$ respectivamente. Si sus edades son PESI donde $\overline{ba}$ es un número primo y la fracción irreducible formada por $\overline{aba}$ y el producto de las edades de Pablo y Pedro, genera un número decimal periódico mixto de la forma $0,x\underbrace{y.....z}_{30\text{ cifras}}$, halle la edad de Moisés.

A) 56 B) 10 C) 48 D) 24

Solución:

$$f=\frac{\overline{aba}}{\overline{ab}\times\overline{ba}}=0,x\underbrace{y.....z}_{30\text{ cifras}}=\frac{141}{14\times 41}=0,2\underbrace{456445993031358\ 885017421602787}_{30\text{ cifras}}$$

Luego $x.y.z=2.4.7=56$.

Rpta.: A

7. Sea $\frac{1}{49}$ es un número de Midy con 42 cifras en su periodo, de izquierda a derecha. Si el número de años de estudio de Carlos en la universidad coincide con la cantidad de divisores positivos de la suma de las cifras de lugar 21, 22 y 23 del periodo generado por $\frac{1}{49}$, ¿en cuántos años terminó su carrera?

.

A) 5 B) 8 C) 10 D) 12

Solución:

$\frac{1}{49}=0,020408163265306122448\ 979591836734693877551$

$C_1=0;C_2=2.$ Por teorema de Midy: $C_{22}=9;C_{23}=7;C_{42}=1;C_{21}=8$

Luego $c_{21}+c_{22}+c_{23}=8+9+7=24$ Por lo tanto CD(24) = 8 **Rpta.: B**

8. En un laboratorio se crean N bacterias donde $N=b^a\times c\times(a+1)^4\times a^7$ es la descomposición canónica de N. Si la mayor fracción que se forma a partir de tres veces la inversa de las N bacterias genera un número decimal con una cantidad de cifras periódicas y no periódicas que representan la cantidad de perros que tienen la bacteria del tipo A y la cantidad de gatos que tienen del tipo B respectivamente. Calcule la diferencia entre el número de gatos y perros, en ese orden.

A) 0 B) 4 C) 1 D) 2

Solución:

$$f=\frac{3}{b^a\times c\times(a+1)^4\times a^7}=\frac{3}{2^7\times 3^4\times 5^2\times 7}=\frac{1}{2^7\times 3^3\times 5^2\times 7}\ \text{Entonces}$$

Cifras no periódicas es 7 (es el máximo de los exponentes de 2 y 5)

Cifras periódicas es 6.
Gatos $-$ # Perros $=$ Por lo tanto $7-6=1$.

Rpta.: C

9. En una tienda hay $\overline{ab}$ polos, y la cantidad de casacas que hay coincide con el número de cifras periódicas del número decimal generado por la fracción $\frac{1}{\overline{zw}}$; $z>w$. Si la fracción formada por 31 y el número de polos genera un número decimal de la forma $0,xwz$; además la cantidad de pantalones que hay es $\overline{zw}$, determine la cantidad total de prendas que hay entre polos, pantalones y casacas.

A) 148 B) 163 C) 152 D) 150

Solución:

De los datos $\overline{ab}=22;\ 66$ ó 55 entonces $\frac{31}{\overline{ab}}=\frac{\overline{xwz}-x}{990}\Rightarrow\frac{31}{66}=\frac{\overline{xwz}-x}{990}$ luego

$31(15)=465=\overline{xwz}-x\ \Rightarrow\ x=4\therefore\ \overline{zw}=96=2^5(3)$ así $\frac{1}{\overline{zw}}=\frac{1}{2^5\times 3}$ tiene 1 cifra periódicas.

Por lo tanto 66 + 96 + 1 = 163

Rpta.: B

10. ¿Cuántas fracciones propias e irreducibles existen cuyo denominador es un número de dos cifras y generan un número decimal periódico mixto con dos cifras en su periodo y la misma cantidad de cifras en su parte no periódica?

A) 20 B) 30 C) 19 D) 10

Solución:

Con esas características el denominador es $D=2^2\times 11$

Luego buscamos la Fracción propia: $\frac{N}{2^2\times 11}$

Usando la función ϕ de Euler: Cantidad de valores de N $=\phi(44)=20$

Por tanto existen 20 fracciones.

Rpta.: A

Aritmética

EJERCICIOS

1. Halle el valor de verdad de las siguientes proposiciones, en el orden indicado.

i. La representación de $0,52_{(9)}$ en base 6 es $0,3252_{(6)}$.

ii. El número de cifras periódicas más el número de cifras no periódicas, del número decimal generado por la fracción $\frac{6}{7!}$ es 8.

iii. $\frac{1}{4}+\frac{2}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\frac{2}{4^4}+\frac{1}{4^5}+\frac{2}{4^6}+...=0,4$

A) VFF B) FFF C) VFV D) FFV

Solución:

i. $0,52_{(9)}=\frac{47}{81}=0,3252_{(6)}$.

ii. $\frac{6}{7!}=\frac{2.3}{2^4.3^2 5^1 7}=\frac{1}{2^3.3^1 5^1 7}$ →3+6=9

iii. $\frac{1}{4}+\frac{2}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\frac{2}{4^4}+\frac{1}{4^5}+\frac{2}{4^6}+...=0,121212...._4=0,12_4=\frac{12_{(4)}}{33_{(4)}}=\frac{2}{5}=0,4$ ∴ VFV

Rpta.: C

2. Si las edades de un padre y su hijo, coinciden con la cantidad de cifras periódicas y no periódicas del número decimal generado por la fracción $\frac{50}{34112}$, halle la diferencia de dichas edades.

A) 25 B) 26 C) 32 D) 20

Solución:

$f=\frac{50}{34112}=\frac{25}{2^5.13.41}$

Cifras No periódicas: 5

Cifras Periódicas: MCM(5,6)=30

∴ 30-5=25

Rpta.: A

3. Daniela divide $\overline{(a-2)(a+1)}_{(5)}$ por $\overline{(a+1)(a+1)}_{(5)}$ y representa el resultado obtenido en el sistema decimal. Determine la suma de las cifras decimales de esta última representación.

A) 15 B) 10 C) 16 D) 8

Solución:

El único valor posible para a es 3

Luego: $\frac{14_{(5)}}{44_{(5)}} = \frac{9}{24} = 0.375$ $\therefore$ 3 + 7 + 5 = 15

Rpta.: A

4. Si la cantidad de fracciones propias de la forma $\frac{n}{175}$ que generan un decimal periódico mixto coincide con la cantidad de personas asistentes a una reunión ¿cuántas personas asistieron?

A) 124 B) 144 C) 174 D) 95

Solución:

Sea $f = \frac{n}{175} = \frac{n}{5^2 \times 7^1}$; $n < 175$

f: genera decimales periódicos mixtos

n: 1,2, 3,…,174 ➡ 174 valores

n ≠ 7, 14, 21, 28,…,168 ➡ $\frac{168-7}{7} + 1 = 24 valores$

$n \neq 25, 50, 75, 100, 125, 150 \rightarrow hay\ 6\ valores$

Total de fracciones : $174 - 24 - 6 = 144$ $\therefore\ \#\ asistentes = 144$

Rpta.: B

5. ¿Cuántas fracciones propias e irreducibles existen cuyo denominador es un número de dos cifras y generan un número decimal periódico mixto con tres cifras en el periodo y como única cifra no periódica al número 5?

A) 7 B) 11 C) 5 D) 8

Solución:

Sea : $\frac{N}{D} = 0,5abc$ Donde; N N < D y son PESI además D:2 cifras

Para que genere 1 cifra no periódica y 2 cifras periódicas.

D=2X27=54 $\vee$ D=2X37=74

Si D = 54 $\rightarrow 0,5 < \frac{N}{54} < 0,6$

Multiplicando por 54 $\rightarrow 27 < N < 32,4 \rightarrow N = 29,31\ (2 valores)$

Si D = 74 $\rightarrow 0,5 < \frac{N}{74} < 0,6$

Multiplicando por 74 $\rightarrow 37 < N < 44,4 \rightarrow N = 39, 41\, y\, 43\ (3 valores)$

$\therefore$ Existen 5 fracciones

Rpta.: C

6. Si la cantidad de autos que tiene José coincide con la cantidad de cifras no periódicas que posee el número decimal generado por la fracción $\frac{15}{3^{27}-1}$, ¿cuántos autos tiene?

A) 5 B) 3 C) 4 D) 1

Solución:

Se debe determinar el mayor exponente de 2 o 5 en el denominador

$3^{27} - 1 = 3(3^2)^{13} - 1 = \overset{\circ}{5} + 1$, no contiene potencias de 5

$3^{27} - 1 = (\overset{\circ}{2} + 1)^{27} - 1 = \overset{\circ}{2}$,

$3^{27} - 1 = (\overset{\circ}{4} - 1)^{27} - 1 = \overset{\circ}{4} + 2$, no es múltiplo de 4, por tanto, admite una vez el factor 2

$\therefore$ Genera una cifra no periódica.

Rpta.: D

7. Si $0,52_{(n)} = \frac{185}{240}$, determine la cantidad de cifras decimales del número decimal exacto generado por la fracción $\frac{n-1}{n^2+1}$.

A) 1 B) 3 C) 2 D) 5

Solución:

$$0,52_{(n)} = \frac{52_{(n)}}{n^2-1} = \frac{185}{240} = \frac{37}{48}$$

$$\frac{5n+2}{n^2-1} = \frac{37}{48} \rightarrow n = 7$$

Luego: $f = \frac{(n-1)}{n^2+1} = \frac{6}{50} = 0,12$

$\therefore$ Genera 2 cifras decimales.

Rpta.: C

8. El área de estudios económicos mantiene en $t = 2{,}5\%$ el estimado de inflación anual para el cierre de 2019. Si dicha tasa se expresa como $t = \frac{a}{7} + \frac{b}{7^2} + \frac{c}{7^3} + \frac{d}{7^4} + \frac{a}{7^5} + \frac{b}{7^6} + \frac{c}{7^7} + \frac{d}{7^8} + \ldots$, represente el número decimal generado por la fracción $\frac{1}{a+b+c+d}$ en base seis.

A) $0{,}4_{(6)}$ B) $0{,}5_{(6)}$ C) $0{,}1_{(6)}$ D) $0{,}3_{(5)}$

Solución:

$$t = 2{,}5\% = \frac{1}{40} = 0{,}0114_7 = 0{,}abcd_7$$

$$\therefore \qquad f = \frac{1}{6} = 0{,}1_{(6)}$$

Rpta.: C

9. Determine la cantidad de cifras no periódicas que tiene el número decimal generado por la fracción $\frac{31!}{98! - 73!}$.

A) 12 B) 44 C) 20 D) 30

Solución:

Luego $f = \frac{31!}{98! - 73!} = \frac{31!}{73!(74.75.76....98-1)} = \frac{2^{26}.P_1}{2^{70}.P_2} = \frac{P_1}{2^{44}.P_2}$

$\therefore$ Por lo tanto se genera 44 cifras no periódicas

Rpta.: B

10. Un albañil empieza su jornal diario de trabajo utilizando el 0,3888…del tiempo total armando vigas y a continuación utiliza 0,818181... del tiempo restante almorzando. Si todavía le queda 40 minutos para terminar su jornal de trabajo, ¿cuántas horas dura dicho jornal?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 7

Solución:

Sea T el tiempo en minutos

$$T = 0{,}3\widehat{8}T + 0{,}81(T - 0{,}3\widehat{8}T) + 40 \quad \rightarrow \quad T = \frac{7}{18}T + \frac{9}{11}\left(\frac{11}{18}T\right) + 40$$

$$\therefore \quad T = 360\min \equiv 6h$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si la cantidad de libros que compró Miguel coincide con la última cifra del periodo del número decimal generado por la fracción $\frac{91}{7^{7!}}$, ¿cuántos libros compró?

A) 4 B) 6 C) 7 D) 9

Solución:

$$F=\frac{91}{7^{7!}}=\frac{7\times 13}{7^{5040}}=\frac{13}{7^{5039}}=\frac{...x}{999...999}$$

$$(13)(...999)=(7^{5039})(...x)$$

$$...7=(7^{\overset{\circ}{4+3}})(...x)$$

$$...7=(...3)(...x)$$

$$\therefore\ x=9$$

Rpta.: D

2. Si se cumple que $0,\overline{\left(\frac{15}{n}\right)n\left(n^2+1\right)}_{(14)}=0,\overline{abc}_{(7)}$, ¿cuántas cifras periódicas tiene el número decimal generado por la fracción $\frac{a}{\overline{\overline{2(2b)(c+b)}}}$?

A) 30 B) 36 C) 27 D) 28

Solución:

Cumple para $n=3$

$$0,\overline{53(10)}_{(14)}=0,\overline{abc}_{(7)}$$

$$\frac{53(10)_{(14)}}{1000_{(14)}}=\frac{5.14^2+3.14+10}{14^3}=\frac{\overline{abc}_{(7)}}{1000_{(7)}}$$

$$\overline{abc}_{(7)}=129=243_{(7)}$$

$$a=2, b=4, y\, c=3$$

Reemplazamos:

$$f=\frac{a}{2(2b)(b+c)}=\frac{2}{287}=\frac{2}{7\times 41}$$

7 está contenido en el nivel 6

41 está en el nivel 5.

$\therefore$ La cantidad de cifras periódicas será el $MCM(6;5)=30$

Rpta. A

3. Si $a \in \mathbb{Z}$, determine la cantidad de cifras no periódicas que posee el número decimal generado por la fracción $\dfrac{\left[\overline{(2a-1)0}\right]^2}{27!}$.

A) 25 B) 23 C) 24 D) 21

Solución:

$$f = \frac{\overline{(2a-1)0}^2}{27!} = \frac{\overline{(2a-1)}^2 2^2 5^2}{2^{23}5^6\alpha\beta} = \frac{\overline{(2a-1)}^2}{2^{21}5^4\alpha\beta}$$

$\therefore$ Genera 21 cifras no periódicas.

Rpta.: D

4. Si $\dfrac{8}{\overline{xyx}} = 0{,}0abc$, donde a,b y c son cifras significativas, halle la suma de cifras del menor valor de $\overline{xyx}$.

A) 4 B) 6 C) 2 D) 3

Solución:

$$\frac{8}{\overline{xyx}} = 0{,}0abc = \frac{\overline{abc}}{9999}$$

luego :

$$\frac{101\times 99\times 8}{\overline{xyx}} = \overline{abc}$$

El menor valor de $\overline{xyx}$ es 101 $\therefore$ La suma de cifras es 2

Rpta:: C

5. Sabemos que el número de Euler e es un número irracional, cuyas primeras cifras decimales se pueden observar en **2,71828182**... . Si el valor de e se aproxima por redondeo al milésimo y luego se le representa como un número pentaval, calcule la suma de la cantidad de cifras decimales no periódicas y periódicas de esta última representación.

A) 5 B) 4 C) 6 D) 3

Solución:

Aproximamos e al milésimo: $2{,}718$

luego $2{,}718 = 2{,}324\widehat{3}_{(5)}$

$\therefore$ # cifras periódicas + # cifras no periódicas = 1+3 = 4

Rpta.; B

6. Gerardo escribe en la pizarra $f = 3 + \dfrac{1}{7 + \dfrac{1}{15}}$, luego suma las cifras de cada término de la fracción irreducible f^{-1}, finalmente con estas sumas forma una fracción propia que genera un decimal que representado en base 3 es:

A) $0{,}101_{(3)}$ B) $0{,}22_{(3)}$ C) $0{,}11_{(3)}$ D) $0{,}21_{(3)}$

Solución:

$$f = \frac{333}{106} \rightarrow \quad f = \frac{106}{333}$$

$\therefore$ Suma de cifras de cada termino: $f_1 = \dfrac{7}{9} = 0{,}21_{(3)}$

Rpta.: D

7. Se tiene una fracción cuyo numerador es un número capicúa de 3 cifras y su denominador es (40)!. Si dicha fracción genera un número decimal periódico mixto con 34 cifras no periódicas, halle la suma de las cifras del mayor valor posible de su numerador.

A) 22 B) 20 C) 18 D) 17

Solución:

$$f = \frac{\overline{aba}}{40!} = \frac{2^4.k}{2^{38}.P} = \frac{k}{2^{34}.P} \qquad (Genera\ 34\ cifras\ no\ periódicas,\ k \neq \overset{o}{5})$$

$$\rightarrow \overline{aba} = \overset{o}{16} \quad \rightarrow 101a + 10b = \overset{o}{16} \quad \rightarrow a + 2b = \overset{o}{16} \quad \rightarrow (a_{máx.} = 8;\ b = 4)$$

$\therefore$ Mayor valor de (2a+b)= 2(8)+4=20

Rpta.: B

8. Se tiene un recipiente lleno de agua, luego se extrae $0{,}3_{(9)}$ de su volumen y se agregan 20 litros de agua, a continuación se extrae $0{,}\widehat{1}_{(5)}$ del nuevo volumen de agua y se agregan 15 litros de agua. Finalmente se extraen $0{,}1254_{(7)}$ del último volumen de agua obtenido, quedando $\overline{(n+3)(n+3)(n-1)}_{(5)}$ litros. Halle el volumen de dicho recipiente e indique la suma de sus cifras.

A) 8 B) 7 C) 5 D) 6

Solución:

Sea V: Volumen inicial

$$0,3_{(9)} = \frac{1}{3}$$

$$0,\widehat{1}_{(5)} = \frac{1_{(5)}}{4_{(5)}} = \frac{1}{4}$$

$$0,1254_{(7)} = \frac{1254_{(7)}}{7^4 - 1} = \frac{480}{2400} = \frac{1}{5}$$

$$\overline{(n+3)(n+3)(n-1)}_{(5)} = 440_{(5)} = 120$$

$$solo \rightarrow n = 1$$

$$V = \left(\left(\left(120 \times \frac{5}{4}\right) - 15\right) \times \frac{4}{3} - 20\right) \times \frac{3}{2} = 240 litros$$

$\therefore$ Suma de cifras: 6

Rpta.: D

9. María le dice a su hija: Te doy de propina $\left(\overline{rp} - r\right)$ soles, si hallas correctamente su valor en la siguiente igualdad $\frac{p}{\overline{pr}} = 0,0(r+5)r(r+1)$. ¿Cuántos soles de propina ofreció María?

A) 67 B) 43 C) 70 D) 40

Solución:

$$\frac{p}{pr} = 0,0(r+5)(r)(r+1) = \frac{\overline{(r+5)r(r+1)}}{9990}$$

Como. 9990= 27x37x2x5 → $\overline{pr}$: puede ser 27x2 o 37x2

I) $\overline{pr}$ = 54 → 5/54 = 945/ 9990 (No cumple)

II) $\overline{pr}$ = 74 → 7/74 = 945/ 9990 (Sí cumple)

$\therefore$ La propina fue de $(\overline{rp} - r) = 47 - 4 = 43\ soles.$

Rpta.: B

10. ¿Cuántas fracciones propias e irreducibles generan un decimal de la forma $0,ab$; si su denominador debe tener 4 divisores positivos?

A) 25 B) 24 C) 20 D) 22

Solución:

Como el denominador tiene 4 divisores, es el produto de dos factores primos

$$\frac{N}{3\times 11}=0,ab$$

luego:

N y 33 son pesi

$\phi(33)=20$

$\therefore$ Existen 20 fracciones.

Rpta.: C

Aritmética

EJERCICIOS

1. Determine la suma de la cantidad de cifras periódicas y no periódicas del número decimal generado por la fracción $\frac{74}{9184}$.

A) 34 B) 30 C) 38 D) 36 E) 31

Solución:

$$F=\frac{74}{9184}=\frac{37}{7.2^4.41}$$

#Cif. No period. = 4

#Cif. period. = MCM(5;6)=30 $\therefore$ Suma = 4 + 30 = 34

Rpta.: A

2. Si $\frac{627}{\overline{pm6}}$ es una fracción impropia que genera un número decimal con seis cifras en la parte periódica y una cifra en la parte no periódica, ¿cuántas cifras decimales tendrá el número decimal generado por la fracción $\frac{m-1}{m+p}$?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

Solución:

$$\frac{627}{\overline{pm6}}=\frac{3.11.19}{2.7.19}=\frac{627}{266} \rightarrow m=6;\ \ p=2$$

$$\frac{m-1}{m+p}=\frac{5}{8}=\frac{5}{2^3} \quad \therefore\ Genera\ 3\ cifras\ decimales$$

Rpta.: C

3. ¿Cuántas fracciones propias e irreducibles de la forma $\frac{N}{192}$ existen?

A) 64 B) 65 C) 66 D) 51 E) 63

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} 192 = 2^6.3 \\ \\ N = 1;2;3;....;191 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \#N = \overset{\circ}{2} \Rightarrow 95 \\ \#N = \overset{\circ}{3} \Rightarrow 63 \\ \#N = \overset{\circ}{6} \Rightarrow 31 \end{array}\right.$$

Múltiplos de 2 y 3 del 1 al 191 = 95 + 63 – 31 = 127

$\therefore$ Existen 64 fracciones.

Rpta.: A

4. Sean $\frac{a}{4}$ y $\frac{b}{3}$ fracciones, tales que $\frac{a}{4}+\frac{b}{3}=1{,}102_{(3)}$, determine el valor de (a + b).

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Solución:

$$\frac{a}{4}+\frac{b}{3}=1{,}1\,02_{(3)}=\frac{1102_{(3)}-11_{(3)}}{220_{(3)}}=\frac{34}{24}=\frac{17}{12}\rightarrow 3a+4b=17 \quad \rightarrow a=3;b=2 \;\therefore\; a+b=5$$

Rpta.: D

5. ¿Cuántas cifras no periódicas tendrá el número decimal generado por la fracción $\frac{103}{(46!)^x-(38!)^x}$?

A) 20x B) 25x C) 36x D) 40x E) 35x

Solución:

$$F=\frac{103}{(46!)^x-(38!)^x}=\frac{103}{(38!)^x\,(.....9)} \quad y \quad 38!=2^{35}$$

$\therefore$ #Cif. no periodicas=35x

Rpta.: E

6. De cierta fracción se sabe que: sus términos son dos números primos menores que 13, sumada con su inversa se obtiene una fracción f, que genera un número decimal periódico mixto con "n" cifras periódicas. Si la inversa de f genera un número decimal exacto con "m" cifras decimales, halle el valor de (m + n).

A) 4 B) 3 C) 2 D) 6 E) 5

Solución:

$$f=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{5^3}{2.11}\Rightarrow a=2 \quad ;b=11 \ ; \ n=2$$

$$\frac{1}{f}=\frac{22}{125}=\frac{2.11}{5^3}\Rightarrow m=3$$

$$\therefore \ m+n=5$$

Rpta.: E

7. ¿Cuántas cifras no periódicas posee el número decimal generado por $\frac{3}{3^{27}-1}$?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Solución:

$$\frac{3^{27}-1}{3-1}=3^{26}+3^{25}+....+3+1=\#\text{ impar}$$

$$\frac{3}{3^{27}-1}=\frac{3}{2^1.(\#\text{impar})} \quad \therefore \text{ El decimal generado posee una cifra no periódica.}$$

Rpta.: A

8. Si la fracción irreducible $\frac{n+2}{\overline{mm}}=0,2mm40_{(5)}$, determine el valor de m.n

A) 6 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Solución:

$$\frac{n+2}{\overline{mm}}=0,2mm40_{(5)}=\frac{\overline{2mm40}_{(5)}}{44444_{(5)}}=\frac{21140_{(5)}}{5^5-1}=\frac{1420}{3124}=\frac{5}{11}\rightarrow m=1;n=3 \quad \therefore \ m.n=3$$

Rpta.: C

9. Existe una fracción irreducible que genera un número decimal de la forma $0,xyz$. Si la suma de los términos de dicha fracción es $\overline{ab}$, donde $a+b=z$, además $\overline{ab}$ toma el menor valor posible, determine la diferencia positiva de los términos de dicha fracción.

A) 16 B) 18 C) 14 D) 20 E) 22

Solución:

$f=\frac{N}{D}=0,xyz \quad ; \quad N<D \quad \wedge \quad N+D=\overline{ab}$

$D=27 \rightarrow 37N=\overline{xyz}$

$37(\overline{ab}-27)=\overline{xyz} \quad ; \quad z=a+b$

$\rightarrow$ *Menor* $\overline{ab}=32 \quad ; \quad N=5 \quad \therefore \quad D-N=27-5=22 \quad \therefore$

Rpta.: E

10. Si la fracción $\frac{N}{10!}$ genera un número decimal que tiene cinco cifras no periódicas y una cifra periódica, ¿cuál es el menor valor de N?

A) 595 B) 522 C) 856 D) 496 E) 504

Solución:

$\frac{N}{10!}=\frac{N}{2^8.3^4.5^2.7} \rightarrow N=2^3.3^2.7$

$\therefore$ *Menor* $N=504$

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si $\frac{29}{\overline{ab}}=0,bca$, determine el valor de $a\times b\times c$.

A) 148 B) 128 C) 168 D) 218 E) 208

Solución:

$\overline{ab} = 37$ (obvio)

$\frac{29}{37} = 0,783 \rightarrow c = 8$

$\therefore\ a.b.c = (7)(8)(3) = 168$

Rpta.: C

2. Si $\frac{5}{\overline{a9}} = 0,b.....655$, determine el valor de a.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Solución:

$\frac{5}{\overline{a9}} = \frac{.....655}{99....999} \rightarrow \overline{a9}(.....655) = ...995$

$\therefore\ a = 2$

Rpta.: B

3. ¿Cuántos valores puede tomar "L" tal que la fracción $\frac{L}{7930}$ sea propia e irreducible?

A) 2880 B) 2840 C) 2920 D) 2140 E) 2320

Solución:

$7930 = 2.5.13.61$

$\rightarrow\ \phi(7930) = 2880$

Rpta.: A

4. ¿Cuál es la última cifra del periodo generado por la fracción $f = \frac{32}{327^{328} \times 323^{324}}$?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Solución:

$\frac{32}{(.....1)\times(.....1)} = \frac{\overline{.....x}}{9.....999} \rightarrow x = 8$

Rpta.: D

5. Si $\dfrac{\overline{3a3a}}{41} = \overline{bc}, m4np4$, halle el valor de $(a+b+c)$.

A) 7 B) 8 C) 9 D) 13 E) 17

Solución:

$\overline{3a3a} = 41\times\overline{bc} + 41\times\dfrac{\overline{m4np4}}{99999}$

$\dfrac{\overline{m4np4}}{2439}$ es entero $\rightarrow \overline{m4np4} = 2439\times 6 = 14634 \rightarrow \overline{3a3a} = 41\times\overline{bc} + 6$

Resolviendo

$\therefore\ a+b+c = 7+9+1 = 17$

Rpta.: E

6. Si $0,(a-1)(b-2)_{(6)} + 0,b(a+1)_{(6)} = 1,3_{(6)}$, halle el valor de (a + b).

A) 9 B) 5 C) 7 D) 8 E) 6

Solución

$$\frac{\overline{(a-1)(b-2)}_{(6)} - (a-1)}{50_{(6)}} + \frac{\overline{b(a+1)}_{(6)} - b}{50_{(6)}} = \frac{8}{5}$$

Simplificando a + b = 9

Rpta.: A

7. Si $0,mnpq_{(7)} = 0,23_{(5)}$, halle la cantidad de cifras no periódicas del número decimal generado por la fracción $\dfrac{\overline{nm}}{n^m \times p \times q}$.

A) 9 B) 5 C) 8 D) 7 E) 6

Solución

$$0,\widehat{mnpq}_{(7)} = \frac{\overline{mnpq}_{(7)}}{6666_{(7)}} = \frac{23_{(5)}}{100_{(5)}} = \frac{13}{25} \rightarrow mnpq_{(7)} = 1248 = 3432_{(7)}$$

m = 3 , n = 4 , p = 3 , q = 2 , luego $f = \dfrac{43}{4^3(6)} = \dfrac{43}{2^7.3}$

Rpta.: D

8. Si se cumple : $\frac{\overline{ab}}{3}+\frac{\overline{ba}}{5}=48{,}13$, halle el valor de (a + b).

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 19

Solución:

$\frac{\overline{ab}}{3}+\frac{\overline{ba}}{5}=\frac{4813-481}{90}$

$\rightarrow 5\overline{ab}+3\overline{ba}=722$

$\rightarrow 53a+35b=722 \rightarrow a=9\ ;\ b=7$

$\therefore a+b=16$

Rpta.: C

9. Si $\underbrace{\frac{1}{4}+\frac{1}{28}+\frac{1}{70}+...}_{\text{"k"sumandos}}=0,3a4$, halle el valor de: a + k.

A) 10 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

Solución:

$\frac{1}{3}\left[\frac{3}{1\times 4}+\frac{3}{4\times 7}+\frac{3}{7\times 10}+...+\frac{3}{(3k-2)(3k+1)}\right]=0,3a4$

$\rightarrow \frac{k}{3k+1}=0,3a4=\frac{\overline{3a4}}{999}$

$\rightarrow 3k+1=37 \rightarrow k=12 \wedge a=2$

$\therefore k+a=14$

Rpta.: D

10. Si $\frac{m}{\overline{np}}=0,ab$ y $\frac{p}{\overline{mn}}=0,cdef$, halle el valor de (a + b + c).

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Solución:

$\frac{p}{\overline{mn}}=0,cdef \rightarrow \overline{mn}=54 \vee 74 \rightarrow m=5 \vee m=7 \rightarrow \frac{m}{\overline{np}}=\frac{5}{45}\vee\frac{7}{45}$

$\therefore m=7,\ n=4,\ p=5$

luego $a=1;\ b=5\ ;\ c=0$

$\therefore\ a+b+c=6$

Rpta.: E

Aritmética

EJERCICIOS

1. Determine la cantidad de cifras periódicas y no periódicas del número decimal generado por la fracción irreducible $\frac{N}{4032}$, y dé como respuesta la suma de ambos resultados obtenidos.

A) 12 B) 11 C) 10 D) 8 E) 6

Solución:

$$f = \frac{N}{4032} = \frac{N}{2^6 \times 3^2 \times 7} \qquad \#\text{cif. period.} = 6\,;\ \#\text{cif. no period.} = \text{MCM}(2;6) = 6$$

$$\therefore\ \#\text{Cifr. period} + \#\text{Cifr. no period} = 6 + 6 = 12$$

Rpta.: A

2. Rosa le dice a Andrea faltan m días para mi cumpleaños y n días para el tuyo, luego Andrea responde, si divido m por n obtengo un número decimal de la forma **0,mn** . Si ambas cumplen años en menos de una semana, halle el valor de (m+n).

A) B) C) 3 D) 4 E)

Solución:

$$\frac{m}{n} = 0,m\widehat{n}$$

$$\rightarrow n = (2\ \text{ó}\ 5\ \text{ó}\ 10)\,x\,(3\ \text{ó}\ 9)$$

luego $n = 6$

Además

$$\frac{m}{6} = \frac{\overline{m6} - m}{90}$$

$$\rightarrow 15m = \overline{m6} - m$$

luego $m = 1$

$$\therefore\ m + n = 7$$

Rpta.: A

3. Tres amigas dividen los números que representan las cantidades enteras, en soles, que tienen por 11, 5 y 2 respectivamente y observan que la suma de los decimales obtenidos es $1{,}463$. ¿Cuál es la cantidad total de soles que tienen las tres amigas?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 9 E) 5

Solución:

$$\frac{p}{11}+\frac{n}{5}+\frac{m}{2}=1{,}463=\frac{1449}{990}=\frac{161}{110}$$

$$10p+22n+55m=161$$

$$m=1;\ n=3\ ;\ p=4$$

$$m+n+p=8$$

Rpta.: A

4. Cada caja de cierto medicamento contiene 6 cajitas, cada cajita contiene 6 tabletas y cada tableta pesa $\frac{1}{36}$ gramo. Si todo el contenido de 5 cajas, 3 cajitas y 2 tabletas, se pulveriza para fabricar nuevas tabletas que pesan $\frac{1}{9}$ gramo, colocándolas en nuevas cajitas de 9 unidades cada una, ¿cuántas de estas cajitas completas se obtendrán?

A) B) C) 5 D) 8 E)

Solución:

Total= 5 cajas+3 cajitas+ 2 tabletas= 5[6(6/36)]+3[6/36]+2[1/36]=5+3/6+2/6^2

Total $=5{,}32_{(6)}=\frac{532_{(6)}}{100_{(6)}}=\frac{50}{9}=5{,}5_{(9)}$ $\therefore$ # nuevas cajitas = 5

Rpta.: C

5. Si $\dfrac{\overline{a(b-7)b}}{\overline{ab(b-2)}} = 0,\overline{bc}\,ab$, halle la última cifra periódica del número decimal generado por la fracción $\dfrac{\overline{a(b-1)}}{b^{\overline{bab}}}$.

A) 7 B) 3 C) 9 D) 8 E) 6

Solución:

Si $\dfrac{\overline{a(b-7)b}}{\overline{ab(b-2)}} = 0,\overline{bc}\,\widehat{ab}$

$b = 7, 8, 9$ solo cumple $b = 7$

luego $\dfrac{\overline{a07}}{a75} = 0,\overline{7c}\,\widehat{a7} \rightarrow a = 2$ (obvio)

$(275 = 5^2.11)$

$\dfrac{207}{275} = 0,75\widehat{27}$

$\dfrac{26}{7^{727}} = \widehat{0,.....x} = \dfrac{\overline{...x}}{9...9}$

$...4 = (...3)(\overline{...x})$

$\therefore \quad x = 8$

Rpta.: D

6. De un depósito lleno de vino se extrae **0, 3** de lo que no se extrae y se completa con agua, luego se extrae **0,1 6** de lo que no se extrae y se completa con agua, y por último se extrae **0, 6** de lo que no se extrae y se completa con agua. ¿Qué fracción del volumen de vino es el volumen de agua en la mezcla final?

A) $\dfrac{70}{23}$ B) $\dfrac{41}{31}$ C) $\dfrac{27}{19}$ D) $\dfrac{53}{27}$ E) $\dfrac{43}{27}$

Solución:

Sea V: Volumen total

Vino: Se extrae 1/3 de lo que no se extrae → se extrae 1/4 V

Se extrae 1/6 de lo que no se extrae → se extrae 1/7 V

Se extrae 2/3 de lo que no se extrae → se extrae 2/5 V

Queda vino final $= \dfrac{3}{5} \times \dfrac{6}{7} \times \dfrac{3}{4} v = \dfrac{27}{70}$

$\therefore \quad f = \dfrac{\frac{43}{70}}{\frac{27}{70}} = \dfrac{43}{27}$

Queda agua final $= \dfrac{43}{70}$

Rpta.: E

7. Si la fracción irreducible $\frac{xy}{\overline{m(3m+1)}}$ genera el número decimal de la forma $0,np(m+1)$, halle el valor de m+n+p+x+y.

A) 20 B) 19 C) 18 D) 15 E) 13

Solución:

$$\frac{\overline{xy}}{\overline{m(3m+1)}} = 0,np(m+1)$$

$$3m+1=7 \rightarrow m=2$$

$$\frac{\overline{xy}}{27} = \frac{\overline{np3}}{999}$$

$$\frac{\overline{xy}}{27} = \frac{\overline{np3}}{27\times 37}$$

$$y=9\ ,\ x=1$$

$$n=7\ ;\ p=0$$

$$\therefore\ 2+7+0+1+9=19$$

Rpta.: B

8. A la final de un concurso interno de matemática del Colegio de Aplicación San Marcos llegaron 5 estudiantes de una misma sección. Para definir al ganador se propuso el siguiente problema:

Si $\frac{\overline{ab}}{\overline{ba}} = 0,5mnpqr$, determine la suma de todos los valores posible de (a + b)

Sabiendo que los finalistas Beto, Dante, César, Aldo y Edson respondieron 39, 21, 57, 30 y 27 respectivamente, ¿quién ganó el concurso?

A) Beto B) César C) Edson D) Aldo E) Dante

Solución:

: Tiene 6 cifras no periódicas (Nivel 6) → $\overline{ba} = \overset{o}{7}\ ó\ \overset{o}{13}$

$$\overline{ba} = \overset{o}{7} \quad \rightarrow \quad \frac{\overline{ab}}{\overline{ba}} = \frac{4}{7} = \frac{12}{21} = \frac{24}{42} = \frac{36}{63} = \frac{48}{84}$$

$$a + b = 3\ ;\ 6\ ;\ 9\ ;\ 12$$

$$\rightarrow 3 + 6 + 9 + 12 = 30 \quad \therefore \quad \text{ganó Aldo}$$

Rpta.: D

9. Si la fracción $\dfrac{((2!)!)!}{(35!)^x - (28!)^x}$ genera un número decimal con 274 cifras no periódicas, determine la suma de las cifras de x.

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 6

Solución:

$$\frac{2}{(28!)^x(...9)} = \frac{2}{2^{25x} \cdot 5^{6x} . P_1} = \frac{1}{2^{25x-1} . P}$$

$$\#\,\text{Cifras No Periódicas} = 25x - 1 = 274$$

$$x = 11$$

$$\therefore \quad \text{Suma de cifras} = 2$$

Rpta.: D

10. Juan dijo "Mis hermanos tienen a y b años, y yo (a + b + m + n) años". Si se sabe que $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2{,}6mn$, además a y b son primos entre sí, ¿cuántos años tiene Juan?

A) 13 B) 15 C) 18 D) 20 E) 25

Solución:

$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2{,}6mn$ → 1 cifra no periódica (a= 2^1 o 5^1)

2 cifras periódicas (Nivel 2: b=11)

$$a = 2 \vee 5$$

$$b = 11$$

$$\text{cumple}: \quad \frac{5}{11} + \frac{11}{5} = 2,\ 654$$

$$\text{luego}: \ 5 + 11 + 5 + 4 = 25$$

Por lo tanto: Juan tiene 25 años.

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determine la suma de las cifras que forman el periodo del decimal generado por la fracción $\frac{7}{5291}$.

A) 11 B) 9 C) 13 D) 12 E) 15

Solución:

$$f=\frac{7}{5291}=\frac{7}{11x13x37}\times\frac{7x27}{7x27}=\frac{1323}{999999}=0,\widehat{001323}$$

$\therefore\ 0+0+1+3+2+3=9$

Rpta.: B

2. Al dividir un entero positivo N por 55, se obtiene una fracción propia e irreducible, además con respecto al decimal que genera dicha fracción se sabe que la diferencia de los numerales formados por las cifras de su parte periódica y no periódica es 12. ¿Cuántos valores puede tomar N?.

A) 2 B) 0 C) 3 D) 4 E) 1

Solución:

$$\frac{N}{55}=0,x\widehat{pq}=\frac{\overline{xpq}-x}{990}\ \rightarrow\ 9N=50x+6\rightarrow x=6,\ \ N=34$$

$\therefore$ N toma un solo valor

Rpta.: E

3. Andrés compró el álbum Mundial Rusia 2018 y cierta cantidad de sus figuritas. Él observa que para llenar dicho álbum se necesitan más de 200 figuritas. Además la suma de los recíprocos de las cantidades de figuritas que compró y lo que le falta para llenar el álbum, dan un decimal de la forma $0,\overline{abcd}mnpqr$. ¿Cuántas figuritas tiene el álbum lleno, si dicha cantidad es la menor posible?

A) 287 B) 666 C) 896 D) 377 E) 656

Solución:

$$\frac{1}{F}+\frac{1}{T}\ \rightarrow\ \begin{matrix}2^4 & 5^4\\ 41 & 271\end{matrix}$$

$\therefore\ 2^4+271\Rightarrow 287$

Rpta.: A

4. En una fiesta los eran varones y solo 0,4 de las damas bailaban, las 15 mujeres restantes descansaban. ¿Cuántos asistieron a la fiesta?

A) 50 B) 25 C) 75 D) 100 E) 20

Solución:

Sea total asistentes = x

$$H = 0,\overset{\frown}{6}x = \frac{2}{3}x \Rightarrow M = \frac{1}{3}x$$

Luego $\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{3}\cdot x = 15$ $\therefore x = 75$

Rpta.: C

5. El precio de un cuaderno es (a + b) soles. Si se cumple que $\frac{a}{11}+\frac{b}{9} = 0,(a+1)(a+b)$, determine dicho precio en soles.

A) 5 B) 7 C) 10 D) 12 E) 13

Solución:

$$\frac{a}{11}+\frac{b}{9} = \frac{\overline{(a+1)(a+b)}}{99}$$

$$9a + 11b = 11a + 10 + b$$

$$10b = 2a + 10$$

$$5b = a + 5$$

$$a = 5 \wedge b = 2$$

$$\frac{a}{11}+\frac{b}{9} = 0,67$$

$$\therefore a + b = 7$$

Rpta.: B

6. Al dividir cierto número entero positivo menor que 900 por 25 se obtiene un entero; al dividirlo por 3, un decimal periódico puro y al dividirlo por 2 un decimal exacto. ¿Qué tipo de decimal se obtiene al dividir dicho número entre 900?

A) $0,xyz$ B) $0,xyz$ C) $0,xyz$ D) $0,xy\overset{\frown}{z}$ E) $0,xyzw$

Solución:

$$\frac{N}{25} = (entero);\ \frac{N}{3} = (periodico\ puro);\ \frac{N}{2} = (decimal\ exacto)$$

$$\rightarrow N = \overset{o}{\overbrace{25}} = 25k;\quad N \neq \dot{3};\quad N \neq \dot{2}$$

$$\frac{N}{900} = \frac{N}{2^2.3^2.5^2} = \frac{25k}{2^2.3^2.5^2} = \frac{k}{2^2.3^2} = 0,xy\hat{z}$$

Rpta.: D

7. Si $\mathbf{0,ab_{(5)} = 0,(2a)b_{(7)}}$, halle el valor de a + b.

A) 10 B) 9 C) 8 D) 6 E) 5

Solución:

$$\frac{\overline{ab}_{(5)}}{44_{(5)}} = \frac{\overline{(2a)b}_{(7)}}{66_{(7)}} \Rightarrow \frac{5a+b}{2} = \frac{14a+b}{48} \Rightarrow b = 4a, \text{ luego } a = 1,\ b = 4 \quad \therefore a+b = 5$$

Rpta.: E

8. Si $\frac{\overline{ab}}{\overline{cd}}$ es la fracción generatriz de $0,432$; halle el valor de a + b + c + d.

A) 13 B) 15 C) 17 D) 19 E) 18

Solución:

$\overline{cd} = 27$ $\qquad$ $\overline{cd} = 37$

$\frac{\overline{ab}}{27} = \frac{432}{999}$ $\qquad$ $\frac{\overline{ab}}{37} = 0,\widehat{432}$

$37 \times \overline{ab} = 442$ $\qquad$ $27\overline{ab} = 432$

$\overline{ab} = 11,40$ NO $\qquad$ $\overline{ab} = 16$

$\therefore\ a+b+c+d = 17$

Rpta.: C

9. Si $\lfloor 0,a \rfloor \lfloor 0,(a+1) \rfloor = 0,51b$, halle el valor de ab.

A) 48 B) 32 C) 27 D) 44 E) 28

Solución:

$$\frac{a}{9} \cdot \frac{a+1}{9} = \frac{\overline{51b}}{999}$$

$$\frac{a(a+1)}{3 \cdot \cancel{3 \cdot 9}} = \frac{\overline{51b}}{\cancel{27} \times 37}$$

$$37a(a+1) = 3(510+b)$$

$$510 + b = \overset{\circ}{37}$$

$$b = 8,\quad a = 6 \quad \therefore ab = 48$$

Rpta.: C

10. Determine la cantidad de cifras periódicas y no periódicas del decimal generado por la fracción $\frac{17}{57400}$ y dé como respuesta la suma de ambos valores encontrados.

A) 35 B) 40 C) 38 D) 33 E) 37

Solución:

$$\frac{17}{7\times 41\times 8\times 25}$$

$\#\text{cifras periódicas}=3$

$\#\text{cifras no periódicas}=\text{MCM}(5;6)=30$

$\therefore 30+3=33$

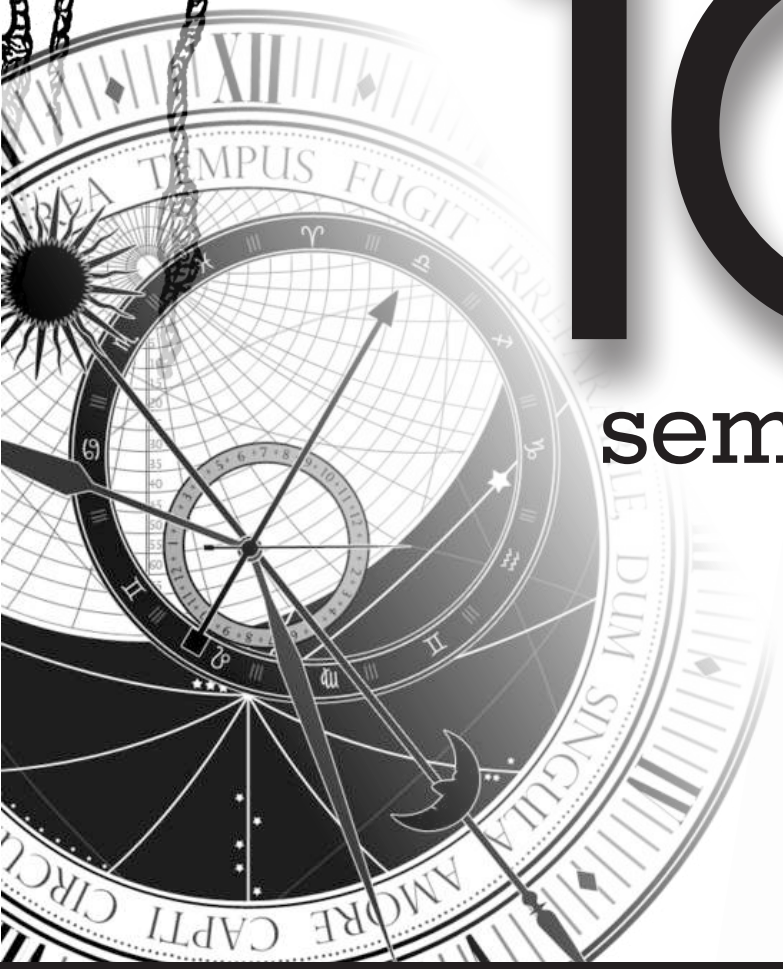
Rpta.: D

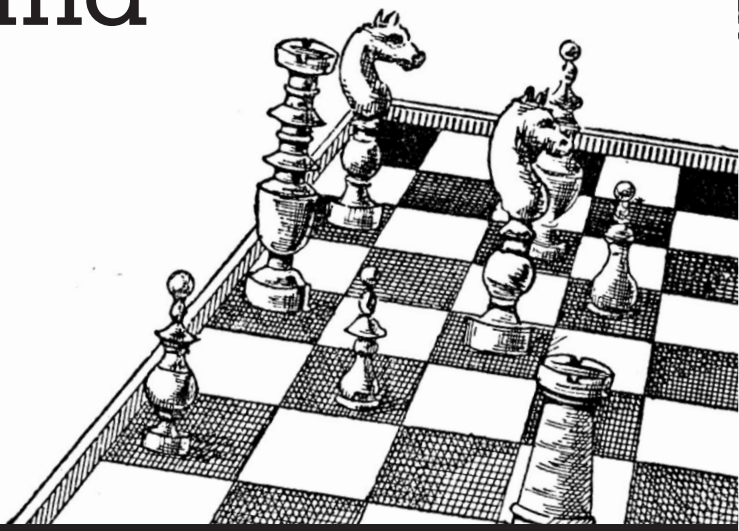
ARITMÉTICA

MANUAL DE PRACTICAS Y EJERCICIOS

10

semana





pre SAN MARCOS

Manhattan Editores

Aritmética

AZONES Y PROPORCIONES

RAZÓN:

Es el resultado de comparar dos cantidades que pertenecen a una misma magnitud, por medio de una diferencia o de un cociente.

Razón aritmética: Cuando se compara por diferencia: $\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{r}$

Ejemplo: La razón aritmética entre 15 y 9 es 6, pues $\mathbf{15} - \mathbf{9} = \mathbf{6}$

Razón geométrica (RAZÓN): Cuando se compara por cociente: $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \mathbf{k}$

Ejemplo: la razón entre 6 y 3 es 2, pues $\frac{\mathbf{6}}{\mathbf{3}} = \mathbf{2}$

En los dos casos anteriores se conoce como

a: Antecedente
b: Consecuente
r: Valor de la razón aritmética.
k: Valor de la razón geométrica.

PROPORCIÓN:

Es la igualdad de dos razones de un mismo tipo.

1. **Proporción aritmética (EQUIDIFERENCIA):** Es la igualdad de dos razones Aritméticas.

$$a - b = c - d$$

Donde:
a y d: Se llamarán “términos extremos”
b y c: Se llamarán “términos medios”

1.1 **Proporción aritmética discreta (o no continua):** Es cuando los términos medios de la proporción son diferentes

$$\mathbf{a-b=c-d,\quad b\neq c}$$

Donde:
d: Se llamará "cuarta diferencial de a, b y c"

1.2 **Proporción aritmética continua:** Es cuando los términos medios de la proporción son iguales.

$$\mathbf{a-b=b-c}$$

Donde:

$\mathbf{b=\frac{a+c}{2}}$ **:** Se llamará "media diferencial de a y c"

c: Se llamará "tercera diferencial de a y b"

2. **Proporción geométrica (PROPORCIÓN):** Es la igualdad de dos razones geométricas

$$\mathbf{\frac{a}{b}=\frac{c}{d}}$$

Se lee: a es a b como c es a d
Donde:
a y d: Se llamarán "términos extremos"
b y c: Se llamarán "términos medios"

2.1. **Proporción discreta:** Es cuando los términos medios de la proporción son diferentes

$$\mathbf{\frac{a}{b}=\frac{c}{d},\qquad b\neq c}$$

Donde:

d: Se llamará "cuarta proporcional de a, b y c"

2.2. **Proporción continua:** Es cuando los términos medios de la proporción son iguales

$$\mathbf{\frac{a}{b}=\frac{b}{c}}$$

$\mathbf{b=\pm\sqrt{ac}}$ **:** Se llamará "media proporcional de a y c"

c: Se llamará "tercera proporcional de a y b"

Propiedades

1) Si $\mathbf{\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k}$, se cumple:

i) $\dfrac{a \pm b}{b} = \dfrac{c \pm d}{d}$

ii) $\dfrac{a}{a \pm b} = \dfrac{c}{c \pm d}$

iii) $\dfrac{a \pm c}{b \pm d} = \dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

iv) $\dfrac{a + c}{a - c} = \dfrac{b + d}{b - d}$

v) $\dfrac{a^n}{b^n} = \dfrac{c^n}{d^n}$; $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{c}}{\sqrt[n]{d}}$

vi) $\dfrac{ac}{bd} = k^2$

2) Dada la serie $\dfrac{a_1}{b_1} = \dfrac{a_2}{b_2} = ... = \dfrac{a_n}{b_n} = k$, de n–razones geométricas equivalentes se cumple:

i) $\dfrac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{b_1 + b_2 + ... + b_n} = k$

ii) $\dfrac{a_1 a_2 ... a_n}{b_1 b_2 ... b_n} = k^n$

iii) $\dfrac{a_1^n + a_2^n + ... + a_n^n}{b_1^n + b_2^n + ... + b_n^n} = k^n$

<u>Ejemplo 1</u>.
Sea M la tercera diferencial de 24 y 16. L es la media diferencial de 9 y 1. Halle la media diferencial de M y L – 1.

<u>Solución</u>:
24 – 16 = 16 – M $\rightarrow$ M = 8 9 – L = L – 1 $\rightarrow$ L = 5, luego, 8 – x = x – 4 $\rightarrow$ x = 6

<u>Ejemplo 2</u>.
Sea M la cuarta proporcional de 7, 2 y 21. N es la tercera proporcional de 16 y 8. Halle la cuarta diferencial de M, N y 5.

<u>Solución</u>:

$\dfrac{7}{2} = \dfrac{21}{M}$ $\rightarrow$ M = 6; $\dfrac{16}{8} = \dfrac{8}{N}$ $\rightarrow$ N = 4, luego, M – N = 5 – x $\rightarrow$ 6 – 4 = 5 – x $\rightarrow$ x = 3

<u>Ejemplo 3</u>.

Si b es la media proporcional de a y c, a + b + c = 63 y $\dfrac{b^2 + c^2}{a^2 + b^2} = \dfrac{1}{16}$, siendo a, b y c $\in \mathbb{Z}^+$, halle la cuarta diferencial de a, b y c.

Solución:

$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{b}}{\mathbf{c}} \rightarrow \mathbf{b}^2 = \mathbf{ac}$ … (1) $\frac{\mathbf{b^2 + c^2}}{\mathbf{a^2 + b^2}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{16}}$ … (2)

De (1) en (2): $\frac{\mathbf{ac} + \mathbf{c}^2}{\mathbf{a}^2 + \mathbf{ac}} = 16 \rightarrow \mathbf{a}=16\mathbf{c}$ En (1): $\mathbf{b}^2 = 16\mathbf{c}^2 \rightarrow \mathbf{b}=4\mathbf{c}$

$\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = 63 \rightarrow 16\mathbf{c} + 4\mathbf{c} + \mathbf{c} = 63 \rightarrow \mathbf{c} = 3\ \mathbf{a} = 48\ \mathbf{b} = 12 \rightarrow 48 - 12 = 3 - \mathbf{x} \rightarrow$ x = -33

RAZONES Y PROPORCIONES FAMOSAS

Existen algunas razones famosas en la historia de la matemática, aunque no se expresen con números enteros. Una de ellas es la razón constante entre la longitud de la circunferencia (C) y la de su diámetro (d). Este valor es el que conocemos como el número π (pi), cuyo valor es 3,141592... De modo que C/d = π.
Otra razón de interés histórico es la llamada razón áurea (Zippin, 1996). Surge al resolver este problema: Dividir un segmento dado en dos partes, tales que la menor (b) es a la mayor (a) como la mayor es al segmento total (a + b); es decir,

$$\frac{b}{a} = \frac{a}{a+b}$$

La razón b/a se conoce como razón áurea, y su valor es $\left(\sqrt{5} - 1\right)/2$, es decir, aproximadamente 0,61803... Su interés histórico radica en que con esta razón se construyeron los rectángulos áureos (la razón del lado menor al mayor es 0,61803...), que están presentes en numerosos elementos (la fachada, los ventanales, etc.) de muchas construcciones clásicas (las fachadas del Partenón y de la Universidad de Salamanca, el cuadro de Las Meninas de Velásquez...) así como en objetos de la vida diaria (carnés, cédulas, tarjetas, páginas...), y dan una extraña sensación de equilibrio y armonía... [Puede ampliarse este conocimiento buscando en Internet por los términos “razón áurea”, “número de oro o áureo”, “divina proporción”, “sección áurea”...].
Finalmente, hay que destacar la sensación de armonía que presentan los cuadros y dibujos en los que se ofrece una perspectiva de la realidad que conserva sus dimensiones relativas y, particularmente, la “profundidad” de la escena. Desde el punto de vista matemático, se trata de conservar en el plano del dibujo las proporciones que presentan los objetos reales entre sí. Esta armonía es la que se echa de menos en los cuadros de los llamados pintores primitivos, o ingenuos, que presentan todos los objetos en un mismo plano, pero cuyo valor artístico no se pone en duda (lo que revela que la lógica de la matemática y la estética de la obra artística pueden convivir en mundos complementarios, que a veces se cruzan...).

Aritmética

EJERCICIOS

1. Luchito le pregunta a su papá cuantos soles le dará de propina por navidad y el papá le responde "tu propina será el valor de (M+R+I+S), donde:

M: es la media diferencial de 24 y 34
R: es la media proporcional de 88 y 22
I: es la tercera proporcional de M+3 y R-4
S: es la cuarta proporcional de M+1; R-4 e I-5 "

¿Cuántos soles recibirá de propina Luchito?

A) 210 B) 183 C) 157 D) 145

Solución:

$$M=\frac{24+34}{2}=29 \qquad R=\sqrt{88\times 22}=44$$

$$\frac{32}{40}=\frac{40}{I} \rightarrow I=50$$

$$\frac{30}{40}=\frac{45}{S} \rightarrow S=60$$

Propina: 29+44+50+60=183

Rpta.:B

2. La suma de los sueldos semanales de tres profesores del Centro Pre es S/ 1880; el sueldo del primero es al del segundo como 4 a 5; el del segundo al del tercero como 3 a 4. ¿Cuál es el sueldo semanal**,** en soles**,** del profesor que percibe mayor cantidad?

A) 1000 B) 900 C) 800 D) 600

Solución:

Sean los sueldos: $a, b\ y\ c;$

Datos: $a+b+c=188$

$$\frac{a}{b}=\frac{4}{5} \rightarrow \frac{a}{b}=\frac{4\times 3}{5\times 3}=\frac{12}{15}$$

$$\frac{b}{c}=\frac{3}{4} \rightarrow \frac{b}{c}=\frac{3\times 5}{4\times 5}=\frac{15}{20}$$

Luego,

$$\frac{a}{12}=\frac{b}{15}=\frac{c}{20}=k \rightarrow k=\frac{1880}{47}=40$$

Mayor sueldo: $c=20\times 40=800$

Rpta.:C

3. Cierto día, en un estreno teatral se observó que por cada 7 personas que hacen cola, solo 3 ingresan. Al día siguiente por cada 11 personas que hacen cola ingresan solamente 6. Además, en ambos días la cantidad de personas que no ingresan es la misma. Calcule cuantas personas hicieron cola el segundo día, si en el primer día ingresaron 90 personas.

A) 250 B) 264 C) 220 D) 240

Solución:

Número de personas que hacen cola: C
Número de personas que ingresan: I
Número de personas que no ingresan: NI

1° $\frac{C}{I}=\frac{7k}{3k} \rightarrow NI=4k;\ 3k=90 \rightarrow k=30$

2° $\frac{C'}{I'}=\frac{11p}{6p} \rightarrow NI'=5p;\ dato: 4k=5p \rightarrow p=24$

$\therefore\ C'=11(24)=264$

Rpta.:B

4. Las propinas de Ana, Betty y Carla suman 100 soles. La diferencia de las propinas de Ana y Betty entre la diferencia de las propinas de Betty y Carla; están en la relación de 1 a 5. Si la cantidad que tiene Carla es 7 veces la de Ana, ¿Cuántos soles más que Ana tiene Carla?

A) 40 B) 50 C) 60 D) 30

Solución:

De dato: A=x, C=7x

$\frac{A-B}{B-C}=\frac{1}{5} \rightarrow 5A-5B=B-C$

$\rightarrow 5A=6B-C \rightarrow 5x=6B-7x \rightarrow B=2x$

Como $100=A+B+C=10x \rightarrow x=10$

Luego, C – A = 60

Rpta.:C

5. Para el examen de admisión de una universidad nacional, por día, se inscribieron "n" personas; además, la cantidad de hombres es al total de personas inscritas como 9 es a 11. Determine el número de mujeres inscritas, si la inscripción para el examen duró 15 días y cada día se inscribieron 180 hombres.

A) 610 B) 590 C) 580 D) 600

Solución:

Total de matriculados = 15n personas
Varones matriculados = 15(180)

$$\frac{Varones}{Varones+Mujeres}=\frac{9}{11} \rightarrow \frac{15\times 180}{15n}=\frac{9}{11} \rightarrow n=220$$

Luego, $Mujeres\ matriculadas = 15\times 220-15\times 180=600$

Rpta.:D

6. Se tienen 3 recipientes de vino cuyos contenidos están en la relación de 9; 6 y 10 respectivamente. Se traslada "a" litros del primer al segundo recipiente y luego "b" litros del tercero al segundo recipiente, siendo la nueva relación de 4; 6 y 5 respectivamente. Calcule el volumen final del tercer recipiente, en litros, si $a-b=14$.

A) 195 B) 160 C) 175 D) 180

Solución:

Volúmenes iniciales: $V1=9k; V2=6k,\ V3=10k$
Nuevos volúmenes: $V1=9k-a,\ V2=6k+a+b,\ V3=10k-b$
Del dato:

$$\frac{9k-a}{4}=\frac{6k+a+b}{6}=\frac{10k-b}{5} \rightarrow \frac{9k+6k+10k}{4+6+5}=\frac{5k}{3}$$

$$\frac{9k-a}{4}=\frac{5k}{3} \rightarrow a=\frac{7k}{3}$$

$$\frac{10k-b}{5}=\frac{5k}{3} \rightarrow b=\frac{5k}{3}$$

Por dato: $a-b=14 \rightarrow \frac{7k}{3}-\frac{5k}{3}=14 \rightarrow k=21$

Piden: $V3=10k-b=10k-\frac{5k}{3}=\frac{25k}{3}=\frac{25\times 21}{3}=175$

Rpta.:C

7. La relación entre la cantidad de dinero que tienen Juan y de Pedro es de 5 a 7, además juntos tienen S/ 240. Si después de comprar un regalo para su mamá, dando cada uno la misma cantidad, la relación entre el dinero que le queda a Juan y a Pedro es de 3 a 5. ¿Cuánto soles costó el regalo?

A) 60 B) 90 C) 80 D) 100

Solución:

Costo del regalo: 2x soles

$$\frac{J}{P}=\frac{5k}{7k} \rightarrow 12k=240 \rightarrow k=20,\ J=100,\ P=140$$

$$\frac{100-x}{140-x}=\frac{3}{5} \rightarrow 500-5x=420-3x \rightarrow 2x=80$$

Rpta.:C

8. Pedro tiene un barril de 150 litros de pisco puro, que desea vender en envases de capacidades de 5 litros, 1 litro y 0,5 litros. Si por cada envase de 5 litros hay 10 de un litro y 20 de medio litro. ¿Cuántas envases en total se han utilizado?

A) 186 B) 172 C) 178 D) 182

Solución:

, # Envases de 5 litros: a
Envases de 1 litro: b
Envases de 0,5 litros: c

$$150 = 5a + b + 0{,}5c$$

$$\frac{a}{1}=\frac{b}{10}=\frac{c}{20}=k$$

Entonces, $150=5k+10k+0{,}5(20k) \rightarrow k=6$

Luego, total de envases: $a+b+c=6+60+120=186$

Rpta.:A

9. En la clase de Algebra Lineal, Manuel observa que la relación entre la cantidad de sus compañeros varones y mujeres presentes es de 7 a 6, mientras que Ana compañera de Manuel, observa que la relación entre la cantidad de sus compañeros varones y mujeres presentes es de 8 a 5. ¿Cuántos alumnos están presentes en la clase de Algebra Lineal?

A) 20 B) 18 C) 14 D) 16

Solución:

Manuel: $\frac{V-1}{M}=\frac{7}{6} \rightarrow V-1=7k;\quad M=6k$

Ana: $\frac{V}{M-1}=\frac{8}{5} \rightarrow \frac{7k+1}{6k-1}=\frac{8}{5} \rightarrow 13k=13 \rightarrow k=1$

$\therefore$ Total de alumnos = V + M = 8 + 6 = 14

Rpta.: C

10. En una reunión se observó que: 2 de cada 60 personas tenían más de 60 años, por cada 4 mujeres habían 3 varones y solo habían 300 sillas, pero ninguna mujer se quedó parada. Si en total asistieron 14 personas mayores de 60 años, ¿cuántas de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

I. En total asistieron a la reunión 360 personas.
II. La razón entre varones sentados y el total de varones asistentes fue 1/3.
III. Si no hubieran asistido 30 parejas, la relación entre el número de mujeres y varones hubiera sido a 7/5.

A) Ninguna B) Dos C) Tres D) Una

Solución:

I. $\frac{2}{60}=\frac{14}{x} \rightarrow x=420$ (F)

II. $\frac{M}{V}=\frac{4k}{3k} \rightarrow 7k=420 \rightarrow M=240,\ V=180$

$\rightarrow \frac{Varones\ sentados}{Varones}=\frac{60}{180}=\frac{1}{3}$ (V)

III. $\frac{240-30}{180-30}=\frac{210}{150}=\frac{7}{5}$ (V)

Rpta.:B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Una flota de aviones y otro de barcos se dirigen a una isla. Durante el viaje, uno de los pilotos observa que el número de aviones que él divisa es al número de barcos como 1 a 2. Mientras uno de los marinos observa que el número de barcos que él divisa es al número de aviones como 3 a 2. Determine la suma entre la cantidad total de barcos y aviones.

A) 16 B) 20 C) 18 D) 22

Solución:

Número de aviones: a
Número de barcos: b

$\frac{a-1}{b}=\frac{1}{2} \rightarrow 2a-2=b$

$\frac{b-1}{a}=\frac{3}{2} \rightarrow 2b-2=3a$

Entonces $a=6;\ b=10$

$\therefore\ a+b=16$

Rpta.:A

2. Jaimito le pregunta por su edad a su profesor de Aritmética y éste le responde, "Mi edad en años es el valor de $(a+b+c-d)$, siendo $\frac{a}{65}=\frac{6}{b}=\frac{c}{35}=\frac{10}{d}$, además $a, d, b\ y\ c$ en ese orden, forman una proporción aritmética". ¿Cuántos años tiene el profesor?

A) 25 B) 32 C) 30 D) 28

Solución:

$\frac{a}{65}=\frac{6}{b} \rightarrow ab=390=26\times 15$

$\frac{c}{35}=\frac{10}{d} \rightarrow cd=350=14\times 25$

$\rightarrow a=26,\ b=15,\ c=14,\ d=25$

$Edad:\ 26+15+14-25=30$

Rpta.:C

3. En un recipiente hay 15 litros de agua y 12 litros de vino, se extrae 9 litros del contenido y se añade al recipiente 6 litros de agua. Calcule cuantos litros de vino se debe añadir al recipiente, para que la relación de agua y vino sea la inversa de la que había inicialmente.

A) 13 B) 9 C) 12 D) 10

Solución:

A=Agua=15; V=Vino=12

1° $\frac{A}{V}=\frac{15}{12}=\frac{5}{4},\ se\,extrae: A=5,\ V=4$

2° Luego, $A=15-5+6=16;\ V=12-4=8$

3° Añade x litros de vino: $\frac{16}{8+x}=\frac{4}{5} \rightarrow x=12$

Rpta.:C

4. Las cantidades de dinero que tienen Ana y Rosa suman "n" soles, además, la cantidad que tiene Ana es a "n" como 5 es a 12 y la diferencia de las cantidades de dinero que tienen Ana y Rosa es 18 soles. Si Rosa le da 13 soles a María, ¿cuál será la nueva relación entre las cantidades de dinero que tienen Ana y Rosa?

A) 9/10 B) 7/10 C) 4/5 D) 3/5

Solución:

$A+R=n$,

$\frac{A}{n}=\frac{5k}{12k} \rightarrow A=5k,\ \ R=7k$

$18=R-A=2k \rightarrow k=9$

Luego, $\frac{A}{R-13}=\frac{5k}{7k-13}=\frac{45}{50}=\frac{9}{10}$

Rpta.:A

5. En cierta universidad, el número de hombres es al número de mujeres como 6 es a 11; el número de hombres en ciencias es al número de hombres en letras como 7 es a 4. Determine la relación entre el número de hombres en ciencias y el total de alumnos de dicha universidad.

A) 42/187 B) 15/23 C) 2/171 D) 43/161

Solución:

Total = H+M = T

De los datos, se tiene que:

$$\frac{H}{M}=\frac{6}{11},\quad \frac{HC}{HL}=\frac{7}{4}$$

Por propiedades de las proporciones, tenemos:

$\frac{H}{H+M}=\frac{6}{17} \rightarrow \frac{H}{T}=\frac{6}{17}$ ..... (1)

$\frac{HC}{HC+HL}=\frac{7}{11} \rightarrow \frac{HC}{H}=\frac{7}{11}$ .... (2)

Multiplicando las expresiones (1) y (2), obtenemos lo pedido.

Por lo tanto:

$\frac{HC}{T}=\frac{42}{187}$

Rpta.:A

6. La relación entre los sueldos de Joane y Miguel era de 5 a 7, pero ahora que ella consiguió nuevo empleo su sueldo se incrementó en S/ 1080 más y la relación entre los sueldos de ambos se ha invertido. ¿Cuál es el sueldo, en soles, de Miguel?

A) 1575 B) 1125 C) 1325 D) 1275

Solución:

$$\frac{J}{M}=\frac{5k}{7k} \quad \rightarrow \quad \frac{5k+1080}{7k}=\frac{7}{5}$$

$$\rightarrow \quad 1080(5)=24k \ \rightarrow \ k=225, \ M=1575$$

Rpta.:A

7. En una reunión, el número de extranjeros es al número de peruanos como 2 es a 7, si entre los peruanos hay hombres, mujeres y niños que están en la relación de 8, 4 y 2 respectivamente. Calcule la relación en la que se encuentran el número de extranjeros con respecto a la diferencia entre el número de mujeres y niños peruanos.

A) 2 a 1 B) 3 a 2 C) 4 a 1 D) 5 a 3

Solución:

Número de extranjeros=E
Número de peruanos=P

$$\frac{E}{P}=\frac{2}{7} \qquad \ldots\ldots\ldots \ (1)$$

Peruanos: $V=8x; \ M=4x; \ N=2x \quad \ldots\ldots (2)$

(2) en (1): $E=4x$

$$\frac{E}{M-N}=\frac{4x}{4x-2x}=\frac{4}{2}=\frac{2}{1}$$

Rpta.:A

8. En un cofre hay monedas de S/ 5, S/ 2 y S/ 1; se observa que por cada 4 monedas de S/ 2 hay 5 monedas de S/ 5 y por cada 7 monedas de S/ 5 hay 11 monedas de S/ 1. Si la cantidad de monedas de S/ 1 excede en 135 a las de S/ 2. ¿Cuántas monedas en total hay en el cofre?

A) 590 B) 650 C) 560 D) 620

Solución:

C cantidad de monedas e S/ 5
D cantidad de monedas de S/ 2
U cantidad de monedas de S/ 1

$$\frac{D}{C}=\frac{4}{5}, \qquad \frac{C}{U}=\frac{7}{11}$$

$$\frac{D}{28}=\frac{C}{35}=\frac{U}{55}=k$$

$$55k-28k=27k=135 \ \rightarrow \ k=5$$

Luego, cantidad total de monedas: 118(5)=590

Rpta.:A

9. Si a, b y c representan al número de frutas que tienen Ana, Beto y Carlos respectivamente, además se sabe que 15 es la media proporcional de a y 25; 2a es la tercera proporcional de 8 y b; y c es la cuarta diferencial de a; b y 17. ¿cuántas frutas tienen entre los tres?

A) 41 B) 37 C) 29 D) 53

Solución:

$$\frac{a}{15}=\frac{15}{25} \quad \rightarrow \quad a=9$$

$$\frac{8}{b}=\frac{b}{18} \quad \rightarrow \quad b=12$$

$$9-12=17-c \quad \rightarrow \quad c=20$$

$\therefore$ Total de frutas = a+b+c=41

Rpta.: A

10. La medida de los lados de dos cuadrados son entre sí como 2 es a 5. Si la suma de las áreas de dichos cuadrados es 464 u^2, ¿cuál es el área en u^2 de un tercer cuadrado cuya medida de su lado es la media diferencial de los otros dos lados?

A) 196 B) 144 C) 169 D) 225

Solución:

Medida lado cuadrado 1: a
Medida lado cuadrado 2: b
Medida lado cuadrado 3: c

$$\frac{a}{b}=\frac{2k}{5k} \quad \rightarrow \quad 4k^2+25k^2=464 \rightarrow k^2=16$$

Luego, $a=8,\ b=20 \rightarrow 20-c=c-8 \rightarrow c=14$
Área = 196

Rpta.:A

Aritmética

EJERCICIOS

1. La cantidad de inscritos para obtener una Licencia de conducir en el 2018-I y 2018-II suman 26 000 y estuvieron en razón de 7 a 6, respectivamente. Si la cantidad de inscritos el 2019-I es de 15 000, ¿cuál es la razón entre la cantidad de inscritos en el 2019-I con los del 2018-II?

A) 5/4 B) 2/3 C) 3/2 D) 5/6

Solución:

$E_1 + E_2 = 26000$

$\frac{E_1}{E_2} = \frac{7}{6} \rightarrow E_1 = 7k \ ; \ E_2 = 6k$

6k + 7k = 26 000 → 13k = 26 000 → k = 2000 → E_2=6k = 12000,

Por lo tanto: E_3/E_2=15000/12000=5/4

Rpta.: A

2. En una función de cine se observó que por cada 5 varones adultos hay 6 niños varones, y por cada 3 mujeres adultas hay 8 niñas. Además de los adultos el número de varones es al número de mujeres como 7 es a 4. Si las cantidades de niños y niñas que ingresaron suman 286, ¿cuántos varones adultos ingresaron?

A) 120 B) 105 C) 180 D) 140

Solución:

Sean la cantidad que ingresaron:

H: # de adultos varones, M: # de mujeres adultas,

N_1: # de niños varones, N_2: # de niñas.

Se tienen:

$\frac{H}{N_1} = \frac{5}{6} \rightarrow H = \frac{5}{6}N_1 ...(I)$

$\frac{M}{N_2}=\frac{3}{8}$ y $\frac{H}{M}=\frac{7}{4}$ → $\frac{M}{N_2}\frac{H}{M}=\frac{3}{8}.\frac{7}{4}\rightarrow\frac{H}{N_2}=\frac{21}{32}$ …(II)

De (I) y (II):

$\frac{N_1}{N_2}=\frac{63k}{80k}$

$N_1 + N_2 = 286$ → $143k = 286$ → $k = 2$ → $N_1 = 126$. Luego H=5/6(126)=105

Rpta.: B

3. La suma de los precios de tres tipos de entradas a un evento es 76 soles. Además, el producto del mayor precio con el menor es igual al cuadrado del precio intermedio, y este es al menor precio como 3 es a 2. Si se compran 2 entradas de precio intermedio, ¿cuántos soles se tendrá que pagar?

A) 42 B) 48 C) 34 D) 44

Solución:

Sean **los precios de** las entradas: A < I < B

Se tiene :

A+I+B=76 …(i), I^2 = BA …… (ii) , $\frac{I}{A}=\frac{3}{2}\rightarrow I=\frac{3}{2}A$ …….. (iii)

Luego, (iii) en (ii):

$$\left(\frac{3}{2}A\right)^2=BA\rightarrow\frac{A}{B}=\frac{4k}{9k}\rightarrow I=\frac{3}{2}(4k)\rightarrow I=6k$$

En (i), 19k=76, así k= 4, luego A=16, I=24, B= 36

Por lo tanto, 2I=48

Rpta.: B

4. En una olimpiada participan 440 deportistas y cada uno lleva puesto un polo de un solo color, el cual puede ser amarillo, verde o rojo. Además, se observa que, por cada 2 deportistas que no llevan puesto un polo de color rojo hay 3 que no llevan puesto un polo de color amarillo, y por cada 4 que llevan puesto un polo de color verde hay 7 que no llevan puesto este color. ¿Cuántos deportistas llevan puesto un polo de color rojo?

A) 240 B) 210 C) 200 D) 180

Solución:

$\frac{A+V}{V+R}=\frac{2}{3}$ …(I)

$\frac{V}{R+A} = \frac{4k}{7k} \rightarrow V = 4k$, R + A = 7k…(II)

(II) en (I):

$\frac{A+4k}{4k+R} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{(A+R)+8k}{4k+R} = \frac{5}{3} \rightarrow \frac{7k+8k}{4k+R} = \frac{5}{3} \rightarrow R = 5k$, A = 2k

11k=440 , k=40

Por lo tanto R=200

Rpta.: C

5. Dos amigos que viven en una misma avenida acuerdan encontrarse a una hora exacta en un restaurante ubicado entre sus casas y a 300m de la casa del menos veloz. Si ambos partieron, de sus casas, al mismo tiempo con velocidades constantes que están en relación de 2 a 3, y luego de cierto tiempo al más veloz le falta 100m para llegar al restaurante, mientras que al otro le falta la mitad de lo que ya recorrió, ¿cuál es la distancia, en metros, que hay entre sus casas?

A) 540 B) 730 C) 675 D) 700

<u>Solución</u>:

$V_A = 2$, $V_B = 3$ → Luego de un tiempo "t":

A: 300 = 2t + t y B: d – 300 = 3t + 100

```
      2t        t        100     3t
A----------|-----------R-------|----------B        de donde   t = 100   y   d = 700

        300              d-300
```

Rpta.: D

6. Pedro le dice a su hijo Manuel: "Por la solución correcta de 5 ejercicios de Aritmética te daré 3 soles, y por la solución correcta de 6 ejercicios de Geometría te daré 5 soles". Si la cantidad de ejercicios de Aritmética y Geometría, que resolvió correctamente Manuel están en la relación de 3 a 2**,** y en total recibió 104 soles de su padre, ¿cuántos ejercicios de Aritmética resolvió correctamente?

A) 70 B) 90 C) 60 D) 120

<u>Solución</u>:

$\frac{A}{S_A} = \frac{5}{3}$ y $\frac{G}{S_G} = \frac{6}{5}$, $\frac{A}{G} = \frac{3}{2}$ → A=3k; G=2k

$S_A + S_G = 104$ → 9k/5 + 5k/3 =104 → k=30

Por lo tanto: A= 3(30)=90

Rpta.: B

7. La suma de las edades de cuatro hermanos es 16 años y dichas edades forman una proporción geométrica continua. Si los mellizos tienen tres años, ¿cuántos años tiene el mayor de ellos?

A) 9 B) 7 C) 6 D) 5

Solución:

a+b+b+c=16

$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$ $,b=3$,

ac=9 de donde c=9 (mayor)

Rpta.: A

8. Se tiene una serie de tres razones geométricas continuas equivalentes, donde la suma de sus antecedentes es 152 y la suma de sus consecuentes es 228. Determine la suma del menor y mayor término de dicha serie.

A) 140 B) 160 C) 168 D) 124

Solución:

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}=K\rightarrow K=\frac{152}{228}=\frac{2}{3}\rightarrow\frac{32}{48}=\frac{48}{72}=\frac{72}{108}$$

$d = 108;\ a = 32 \therefore d + a = 140$

Rpta.:A

9. Los precios de dos artículos están en la relación de 2 a 3. Si el más caro cuesta 3600 soles, ¿qué cantidad se tiene que disminuir al precio de cada artículo para que la nueva relación sea de 3 a 5?

A) 420 B) 240 C) 450 D) 600

Solución:

Pb/Pc=2/3

Precio del caro= 3600 → Precio del barato = 2400.

$$\frac{2400-x}{3600-x}=\frac{3}{5}\quad\therefore\quad x=600$$

Rpta.: D

10. Seis amigos tienen cantidades enteras de soles que forman tres razones geométricas continuas donde la suma de los antecedentes es 70. Si lo que tiene el mayor es a lo que tiene el menor como 8 es a 1, ¿cuántos soles suman las seis cantidades?

A) 236 B) 210 C) 268 D) 184

Solución:

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{8a}=K\rightarrow K=\frac{1}{2}\rightarrow c=4a,\ \ b=2a,$$

a+2a+4a=70 $\rightarrow$ a=10

$\therefore$ 10+20+20+40+40+80=210

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Para la venta de camisas y polos, lo que se tiene en stock está en la relación de 4 a 5 respectivamente, luego se añaden 24 prendas de cada tipo y la nueva relación es de 10 a 11. ¿Cuántas prendas entre camisas y polos finalmente se tiene?

A) 88 B) 84 C) 82 D) 90

Solución:

$\frac{4k+24}{5k+24}=\frac{10}{11}$, de donde k=4 ,entonces $(5k+24)+(4k+24)=84$

Rpta.: B

2. De los asistentes a una conferencia se obtuvo que la razón entre la cantidad de varones y mujeres es 3/5, además de cada 7 varones 2 son casados y de cada 10 mujeres 3 son casadas. Si de las personas casadas la cantidad de mujeres excede en 18 a la cantidad de varones, ¿cuántas mujeres casadas asistieron a la conferencia?

A) 63 B) 84 C) 105 D) 42

Solución:

$\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{M}}=\frac{3}{5}$, $\frac{V_s}{V_c}=\frac{5k}{2k}$, $\frac{M_s}{M_c}=\frac{7x}{3x}$, $M_c-V_c=18$

$\rightarrow$ $\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{k}}=\frac{7\mathbf{m}}{6\mathbf{m}}$ $\rightarrow$ $\mathbf{m}=2$, luego $M_c=3(7m)=42$

Rpta.: D

3. De las edades que tienen tres amigos, la razón entre la suma de los productos del número de años que tienen cada uno tomados de dos en dos y el producto del número de años que tienen los tres, es 19/72. Además, el número de años de uno de ellos es la tercera proporcional de los otros dos. Si la suma de las edades de los tres es 38 años y el mayor tiene 10 años más que el menor, ¿cuántos años tiene el mayor?

A) 18 B) 17 C) 16 D) 15

Solución:

$$\frac{ab+bc+ac}{abc}=\frac{19}{72} \quad y \quad \frac{a}{b}=\frac{b}{c}\rightarrow\frac{ab+bc+b^2}{abc}=\frac{a+b+c}{a.c}=\frac{38}{a.c}=\frac{19}{72}\rightarrow a.c=144$$

Como c-a= 10 entonces c=18, a=8

Por lo tanto: el mayor tiene 18 años.

Rpta.: A

4. De 1100 vehículos multados por el SAT entre autos, combis y motos se observa que por cada 2 autos hay 5 combis, y por cada 4 motos hay 7 que no lo son. ¿Cuántas motos son las multadas?

A) 440 B) 360 C) 400 D) 480

Solución:

$\frac{A}{C}=\frac{2}{5}$…(I)

$\frac{M}{C+A}=\frac{4k}{7k}\rightarrow M=4k$ y C + A = 7k…(II)

(II) en (I):

C=5k, A = 2k

A+C+M= 11k=1100 , k=100

M =4.100=400

Rpta.: C

5. En una carrera de 40m planos, Teresa le gana a Claudia por 4m, y Claudia le gana a Lucía por 5m. En una carrera de 80m planos, ¿por cuántos metros le ganará Teresa a Lucía?

A) 20 B) 6 C) 14 D) 17

Solución:

$$\frac{T}{C}=\frac{40}{36} \quad \text{y} \quad \frac{C}{L}=\frac{40}{35}$$

De donde $\frac{T}{L}=\frac{T}{C}.\frac{C}{L}=\frac{40}{36}.\frac{40}{35}=\frac{80}{63}$

Por lo tanto: T le gana a L por 80 – 63 = 17 m

Rpta.: D

6. La suma de cada antecedente con su respectivo consecuente de una serie de tres razones geométricas equivalentes es 8, 16 y 32 respectivamente. Si el producto de los antecedentes es 64, halle la suma de los consecuentes.

A) 36 B) 31 C) 44 D) 42

Solución:

Sea $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}$ y a + b = 8 , c + d = 16, e + f = 32 y ace = 64

Por propiedad: $\frac{a}{a+b}=\frac{c}{c+d}=\frac{e}{e+f} \Rightarrow \frac{ace}{(a+b)(c+d)(e+f)}=\frac{e^3}{(e+f)^3}$

$\frac{64}{8.16.32}=\frac{e^3}{32^3} \Rightarrow$ e = 8, f = 24

Como ac=8, entonces a=2, b= 6, c=4, d=12

Por lo tanto b+d+f =42

Rpta.: D

7. Se tienen tres números enteros y positivos, con ellos se forman tres razones geométricas equivalentes donde los antecedentes son la suma de dichos números tomados de dos en dos, y los consecuentes son 34, 44 y 54 respectivamente. Si de los números iniciales el mayor excede en 10 unidades al menor, determine la suma de dichos números.

A) 66 B) 132 C) 44 D) 33

Solución:

Tenemos: $\frac{a+b}{34}=\frac{a+c}{44}=\frac{b+c}{54}=k,\ c-a=10$

De donde: a+b+c=66k, a=12k, c=32k, b=22k y k= 1/2

Por lo tanto: a+b+c= 33

Rpta.: D

8. La diferencia de dos números enteros positivos es 20. Si el triple del menor, menos el mayor; es al cuádruple del menor, menos el mayor; como 3 es a 7, halle el número mayor.

A) 36 B) 54 C) 63 D) 45

Solución:

b – a = 20
7 (3a – b) = 3(4a – b)
9a = 4b $\rightarrow$ a = 4k; b = 9k
b – a = 5k = 20, k=4 luego # Mayor= b=36

Rpta.: A

9. En un evento participaron 57 personas, de ellas se observó que la razón entre la cantidad de varones y la cantidad de mujeres es 5/14. ¿Cuántas mujeres se deben retirar para que la nueva razón sea 5 /8?

A) 16 B) 18 C) 14 D) 24

Solución:

V=5k, M= 14k ; 20k=57 de donde k=3,

$\frac{15}{42-x}=\frac{5}{8}$, por lo tanto: x =18

Rpta.: B

10. Si $\frac{M}{m}=\frac{T}{t}=\frac{N}{n}=\frac{1}{3}$ y $M.T.N=64$, halle la suma de las cifras de $P=(m.t.n)^{1/3}$.

A) 6 B) 2 C) 3 D) 4

Solución:

Hacemos: $\frac{M}{m}=\frac{T}{t}=\frac{N}{n}=k=1/3 \rightarrow M = mk,\ T = tk\ ,\ N = nk$

$64=mtnk^3 \rightarrow mtn=64/k^3=64.27$, P=12

Por lo tanto: 1 + 2 = 3

Rpta.: C

Aritmética

EJERCICIOS

1. La cantidad de aficionados al fútbol que ingresaron al estadio la primera y segunda fecha suman 40 000 y estuvieron en la razón de 13 a 7. Si la cantidad de aficionados que ingresaron al estadio la tercera fecha fue de 8 000**,** ¿cuál es la razón entre la cantidad de aficionados que ingresaron a dicho estadio la tercera y la segunda fecha?

A) 4/7 B) 5/7 C) 1/2 D) 9/14 E) 3/7

Solución:

$P_1 + P_2 = 40\,000$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{13k}{7k}$$

13k + 7k = 40 000 → 20k = 40 000 → k = 2000 → 7k = 14 000,

$\therefore$ P_3/P_2 = 8 000/14 000= 4/7

Rpta.: A

2. En una campaña de vacunación se observó que por cada 5 varones adultos que se vacunan, 6 niños varones se vacunan, y por cada tres mujeres adultas que se vacunan, 8 niñas se vacunan, de los adultos el número de varones es al número de mujeres como 7 es a 4. Si se vacunaron 286 niños en total, ¿cuántos varones adultos se vacunaron?

A) 120 B) 105 C) 180 D) 110 E) 115

Solución:

Sean

H: # de varones adultos.

M: # de mujeres adultas.

N_1: # de niños varones.

N_2: # de niñas.

$$\frac{H}{N_1} = \frac{5}{6} \rightarrow H = \frac{5}{6}N_1 \ldots(I)$$

$$\frac{M}{N_2} = \frac{3}{8} \text{ y } \frac{H}{M} = \frac{7}{4} \rightarrow \frac{M}{N_2}\frac{H}{M} = \frac{3}{8}.\frac{7}{4} \rightarrow \frac{H}{N_2} = \frac{21}{32} \ldots(II)$$

De (I) y (II):

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{63k}{80k}$$

$N_1 + N_2 = 286$ → 143k = 286→ k = 2→ N_1 = 126. Luego H=5/6(126)=105

Rpta.: B

3. La suma de las edades, en años, de tres amigos es 76. Si el producto del número de años del mayor y menor es igual al cuadrado del número de años del intermedio, y la edad de este es a la del menor como 3 es a 2, ¿cuántos años tiene el mayor?

A) 45 B) 36 C) 42 D) 54 E) 48

Solución:

Sean las edades H,L y B tal que H<L<B

Datos:
$L^2 = BH$ ……. (I)

$\frac{L}{H} = \frac{3}{2} \rightarrow L = \frac{3}{2}H$ …….. (II)
(II) en (I):
$\left(\frac{3}{2}H\right)^2 = BH \rightarrow \frac{H}{B} = \frac{4k}{9k} \rightarrow L = \frac{3}{2}(4k) \rightarrow L = 6k$

Además, 19k=76, así k= 4, luego B= 36

Rpta.: B

4. Un nutricionista ha recomendado que para la preparación de un jugo surtido de dos frutas, el peso en gramos de plátano y fresa deben estar en la relación de 1 a 3, pero el de fresa y durazno en la relación de 5 a 2. Siguiendo estas recomendaciones, ¿cuál será la relación de los pesos en gramos de un jugo surtido de plátano y durazno?

A) 2 a 3 B) 3 a 4 C) 4 a 5 D) 5 a 6 E) 6 a 7

Solución:

$\frac{P}{F} = \frac{1}{3} \wedge \frac{F}{D} = \frac{5}{2} \rightarrow \frac{P}{D} = \frac{1}{3}.\frac{5}{2} = \frac{5}{6}$. Por lo tanto $\frac{P}{D} = \frac{5}{6}$

Rpta.: D

5. Dos alumnos Abel y Benito viven en la Av. Universitaria y se dirigen a un local del CEPREUNMSM que está ubicado entre sus casas y a 2 km de la casa de Abel. Supongamos que para llegar temprano a la clase de Aritmética ambos toman taxi y parten simultáneamente con velocidades constantes que están en relación de 2 a 3 respectivamente. Si luego de cierto tiempo a Benito le falta 1 km para llegar y a Abel la tercera parte de lo que ya recorrió, ¿cuál es la distancia, en km, entre la casa de Abel y Benito?

A) 5225 B) 5300 C) 5375 D) 5250 E) 5 210

Solución:

$V_a = 2$, $V_b = 3$ → B: x – 2000 – 3t = 1000 y A: 2000 – 2t = (1/3)2t

Entonces t = 750 y x = 5250

A----------P----------B
2000 x-2000

Rpta.: D

6. Se tiene tres razones geométricas equivalentes cuyos antecedentes son m+2; m+4 y m con sus respectivos consecuentes n+2; 2n-5 y n-1. ¿En qué relación se encuentran m y n?

A) 2/5 B) 1/4 C) 3/5 D) 8/15 E) 1/2

Solución:

$$\frac{m+2}{n+2} = \frac{m+4}{2n-5} = \frac{m}{n-1} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{n-4} = \frac{2}{3} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} n = 10 \\ m = 6 \end{array}$$

$$\therefore\ m/n = 3/5$$

Rpta.: C

7. Una librería ofrece la siguiente oferta: Por la compra de 5 de cuadernos se regala 3 lapiceros y por la compra de 6 cajas de plumones se regala 5 lapiceros. Si en la venta del día se regalaron 104 lapiceros y la relación de venta entre el número de cuadernos y el número de cajas de plumones fue de 3 a 2**,** ¿cuántos cuadernos se vendieron ese día?

A) 80 B) 90 C) 95 D) 100 E) 85

Solución:

$$\frac{C}{L} = \frac{5x}{3x} \text{ y } \frac{P}{L} = \frac{6y}{5y},\ \frac{C}{P} = \frac{3}{2} \rightarrow C = \frac{3}{2}P \rightarrow 5x = \frac{3}{2}(6y) \rightarrow x = \frac{9}{5}y$$

$$3x + 5y = 104 \rightarrow 3\left(\frac{9}{5}y\right) + 5y = 104 \rightarrow \frac{52}{5}y = 104 \rightarrow y = 10$$

Total de cuadernos: 5x= 5(18) = 90.

Rpta.: B

8. Hoy en seis tiendas comerciales se observó que la cantidad de empleados que hay en cada tienda con la cantidad de clientes que ingresaron a cada tienda respectiva forman seis razones geométricas equivalentes. La cantidad de empleados en cada tienda son todas diferentes entre sí y en total son 21 empleados; además la diferencia del mayor con el menor número de clientes que ingresaron a dos tiendas respectivas es 20. Si cada cliente ingresó solamente a una tienda, ¿cuántos clientes ingresaron hoy a las seis tiendas?

A) 84 B) 74 C) 32 D) 64 E) 93

Solución:

$\frac{a}{A}=\frac{b}{B}=\frac{c}{C}=\frac{d}{D}=\frac{e}{E}=\frac{f}{F}=r\rightarrow a+b+c+d+e+f=21$, como todos son distintos a = 1, b = 2, c = 3, d = 4, e = 5, f = 6.

Además: F-A=20

Entonces:

$\frac{1}{A}=\frac{2}{B}=\frac{3}{C}=\frac{4}{D}=\frac{5}{E}=\frac{6}{F}=r\rightarrow\frac{6}{r}-\frac{1}{r}=20\rightarrow\frac{5}{r}=20\therefore r=\frac{1}{4}.$

De donde F+E+D+C+B+A=84

Rpta: A

9. Los precios, en soles, de dos artículos están en la relación de 2 a 3**.** Si el más caro cuesta 3600 soles, ¿en cuántos soles tiene que disminuir el precio del articulo más barato para que la nueva relación sea de 3 a 5?

A) 480 B) 240 C) 360 D) 180 E) 120

Solución:

Precio menor = 2400 . Sea x la disminución $\frac{2400-x}{3600}=\frac{3}{5}\rightarrow x=240$

Rpta: B

10. Las edades, en años, de seis amigos forman tres razones geométricas equivalentes y continuas, donde la suma de los antecedentes es 76 y la suma de los consecuentes es 114. ¿Cuántos años tiene el mayor de todos los amigos?

A) 51 B) 54 C) 27 D) 81 E) 48

Solución:

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}=K\rightarrow K=\frac{76}{114}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{a}{d}=\frac{8n}{27n}\rightarrow d-a=38\rightarrow 19n=38\rightarrow n=2 \quad \therefore \quad d=27(2)=54$$

$$\frac{16}{24}=\frac{24}{36}=\frac{36}{54}$$

Rpta: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. La cantidad de tornillos que producen dos torneros de una fábrica están en la relación de 4 a 5. Si el jefe del taller les pide fabricar 24 tornillos a cada uno, la nueva relación es de 10 a 11. ¿Cuántos tornillos más producen al final un tornero que el otro?

A) 8 B) 4 C) 2 D) 10 E) 14

Solución:

$$\frac{4\mathbf{K}+24}{5\mathbf{K}+24}=\frac{10}{11}$$

$$\rightarrow \boxed{\mathbf{K}=4}$$

luego

$$(5\mathbf{K}+24)-(4\mathbf{K}+24)=4$$

Rpta.: B

2. De los asistentes a una reunión general de un colegio se observó que la razón entre la cantidad de varones y mujeres es de 3 a 5, de cada 7 varones 2 eran padres y de cada 10 mujeres 3 eran madres**;** además la cantidad de madres excede en 18 al número de padres. ¿Cuántas madres asistieron a la reunión?

A) 38 B) 32 C) 36 D) 44 E) 42

Solución:

$$\frac{\mathbf{V}_{\tilde{N}}}{\mathbf{V}_{A}}=\frac{5\mathbf{k}}{2\mathbf{k}}$$

$$\frac{\mathbf{M}_{\tilde{N}}}{\mathbf{M}_{A}}=\frac{7\mathbf{x}}{3\mathbf{X}}$$

Pero:

$$\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{M}}=\frac{3}{5}$$

$$\rightarrow \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{k}}=\frac{7\mathbf{m}}{6\mathbf{m}}$$

Como:

$$\mathbf{M}_{A}-\mathbf{V}_{A}=18$$

$$\rightarrow \mathbf{m}=2$$

$\mathbf{M}_{A}$=3.7.2=42

Rpta.:E

3. De la cantidad de pelotas que tienen tres amigos, la razón de la los productos del número de pelotas que tienen cada uno tomados de dos en dos con el producto del número de pelotas que tienen los tres, es 21/16, la cantidad de pelotas de uno de ellos es la tercera proporcional de los otros. Si la suma de la cantidad de pelotas de los tres es 21, ¿cuántas pelotas como máximo puede tener uno de ellos?

A) 9 B) 7 C) 12 D) 15 E) 16

Solución:

$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}=\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{c}} \rightarrow \boxed{\mathbf{ac}=\mathbf{b}^2}$ reemplazando en $\frac{ab+bc+ac}{abc}=\frac{21}{16} \rightarrow b=4$

ac=16 de donde c=16 (max)

Rpta.: E

4. En la compra de 1100 plumones para pizarra entre azules, verdes y rojos se observa que por cada 2 no rojos hay 3 no azules y por cada 4 verdes hay 7 que no lo son. ¿Cuántos plumones rojos hay en la compra?

A) 540 B) 510 C) 500 D) 480 E) 460

Solución:

$\frac{A+V}{V+R}=\frac{2}{3}$ …(I)

$\frac{V}{R+A}=\frac{4k}{7k} \rightarrow V=4k$ y R + A = 7k…(II)

(II) en (I):

$\frac{A+4k}{4k+R}=\frac{2}{3} \rightarrow \frac{(A+R)+8k}{4k+R}=\frac{5}{3} \rightarrow \frac{7k+8k}{4k+R}=\frac{5}{3} \rightarrow R=5k$, A = 2k

11k=1100 , k=100

R =5.100=500

Rpta.: C

5. En un taller de fabricación de polos deportivos se tiene que, si Pedro hace 40 Quique hace 36 y si Quique hace 40 Renato hace 35. Si Pedro hace 80 polos, ¿cuántos hará Renato?

A) 60 B) 74 C) 66 D) 63 E) 48

Solución

$\rightarrow \frac{P}{Q}=\frac{40}{36}$ y $\frac{Q}{R}=\frac{40}{35}$

De donde, $\frac{P}{R}=\frac{P}{Q}.\frac{Q}{R}=\frac{40}{36}.\frac{40}{35}=\frac{80}{63}$

Entonces, R = 63. **Rpta.: D**

6. Se tiene tres razones geométricas equivalentes de términos positivos tal que la suma de los términos de cada razón es 10, 20 y 40 respectivamente. Si el producto de los antecedentes es 64, halle el menor valor de los antecedentes.

A) 6 B) 1 C) 4 D) 2 E) 3

Solución:

Sea $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}$ y a + b = 10 , c + d = 20, e + f = 40 y ace = 64

Por propiedad: $\frac{a}{a+b}=\frac{c}{c+d}=\frac{e}{e+f}\Rightarrow\frac{ace}{(a+b)(c+d)(e+f)}=\frac{e^3}{(e+f)^3}$

$\frac{64}{10.20.40}=\frac{e^3}{40^3}$ $\Rightarrow$ e = 8, f = 32

$\Rightarrow$ ac=8. Por lo tanto, el menor antecedente es a=2

Rpta.: D

7. Se tienen tres cantidades enteras, con ellos se forman tres razones geométricas equivalentes donde los antecedentes son la suma de los cuadrados de las cantidades tomados de dos en dos y los consecuentes son 34, 73 y 89 respectivamente, además la cantidad mayor excede en 10 a la cantidad menor. ¿Cuánto es la cantidad mayor?

A) 15 B) 18 C) 14 D) 16 E) 8

Solución:

Tenemos: $\frac{a^2+b^2}{34}=\frac{a^2+c^2}{73}=\frac{b^2+c^2}{89}$, $c-a=10$

De: $\frac{\mathbf{b^2+c^2}}{\mathbf{89}}=\frac{\mathbf{a^2+b^2}}{\mathbf{34}}=\frac{\mathbf{c^2-a^2}}{\mathbf{55}}=\frac{\mathbf{a^2+c^2}}{\mathbf{73}}$

$$\Rightarrow\frac{\mathbf{2c^2}}{\mathbf{128}}=\frac{\mathbf{c^2+a^2}}{\mathbf{73}}$$

$$\Rightarrow\mathbf{73c^2=64c^2+64a^2}$$

$$\Rightarrow\frac{\mathbf{c}}{\mathbf{a}}=\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{3}}$$

$$\Rightarrow\mathbf{c=8k\quad;a=3k}$$

$$\Rightarrow\mathbf{c-a=5k\Rightarrow k=2}$$

Luego c= 16

Rpta.: D

8. Si dos números enteros se diferencian en 20 y la razón entre el triple del cuadrado del primero menos el cuadrado del segundo con el cuádruple del cuadrado del primero menos el cuadrado del segundo además es 3/7, halle el número mayor.

A) 50 B) 70 C) 60 D) 40 E) 90

Solución:

$7(3a^2 - b^2) = 3(4a^2 - b^2)$

$9a^2 = 4b^2 \rightarrow 3a = 2b \rightarrow a = 2k$; $b = 3k$

b-a = K=20 , luego b=60 **Rpta.: C**

9. En la clausura de un evento se observó que, la cantidad de varones con lentes y la cantidad de personas que no tienen lentes están en la relación de 5 a 14. Además, el número de varones y el número de mujeres están en la relación de 9 a 7. Si el número de varones que no tiene lentes excede en 6 al número de mujeres que no tienen lentes y el número de varones con lentes y las mujeres con lentes son iguales, ¿cuántos varones no tienen lentes?

A) 56 B) 40 C) 54 D) 17 E) 30

Solución:

Varones con lentes= Mujeres con lentes =n

Mujeres sin lentes=m

1) $\dfrac{\mathbf{n}}{6+\mathbf{2m}} = \dfrac{5}{14}$

$\mathbf{7n} = 15 + 5\mathbf{m}$

2) $\dfrac{6+m+n}{m+n} = \dfrac{9}{7}$

$m + n = 21$

m=11, n=10. Luego 6+m=17

Rpta.: D

10. Si $\dfrac{M}{m} = \dfrac{L}{l} = \dfrac{N}{n} = 4$ y $P = \dfrac{\sqrt{MLN}}{\sqrt[3]{M^3+L^3+N^3}} \times \dfrac{\sqrt[3]{m^3+l^3+n^3}}{\sqrt{mln}}$**,** halle la suma de las cifras de P^{10}.

A) 6 B) 2 C) 3 D) 7 E) 4

Solución:

Hacemos: $\dfrac{M}{m} = \dfrac{L}{l} = \dfrac{N}{n} = 4$

$\rightarrow M = 4m$

L = 4l $\Rightarrow$ P = $\dfrac{\sqrt{\mathbf{mln}\times\mathbf{4^3}}}{\sqrt[3]{(\mathbf{m}^3+\mathbf{l}^3+\mathbf{n}^3)\mathbf{4}^3}}\,\mathbf{x}\,\dfrac{\sqrt[3]{\mathbf{m}^3+\mathbf{l}^3+\mathbf{n}^3}}{\sqrt{\mathbf{mln}}}=\dfrac{\mathbf{k}^{3/2}}{\mathbf{k}}=k^{1/2}=2$

N = 4n

P^{10}= 1024

Rpta.:D

Aritmética

EJERCICIOS

1. Se tienen cuatro personas cuyas edades en años forman una proporción geométrica donde se cumple que la suma de los cuadrados de los cuatro términos es 250, los términos medios se diferencian en 5 y los términos extremos en 13. ¿Cuál es la máxima diferencia de edades en años entre dos de esas personas?

A) 13 B) 7 C) 11 D) 10 E) 9

Solución:

Sean las edades a, b, c y d

Se sabe que $\frac{a}{b+5}=\frac{b}{a+13}$

luego $a^2+13a=b^2+5b.....(1)$

Además $a^2+(a+13)^2+b^2+(b+5)^2=250$

luego $a^2+13a+b^2+5b=28.....(2)$

De (1) y (2) $a^2+13a=14 \wedge b^2+5b=14$

entonces $a=1 \wedge b=2$

Finalmente las edades son $1;2;7$ y 14

$\therefore$ Máxima diferencia $=14-1=13$

Rpta.: A

2. La razón de las edades en años de Ana y Rosa hace x años era como 3 es a 2 y dentro de 2x años será como 4 es a 3. ¿Cuál es la razón actual de dichas edades?

A) $\frac{11}{8}$ B) $\frac{10}{7}$ C) $\frac{13}{9}$ D) $\frac{12}{7}$ E) $\frac{13}{11}$

Solución:

Ana: hace “x” años	3k	dentro de “2x” años	3k+3x
Rosa: hace “x” años	2k	dentro de “2x” años	2k+3x

$\frac{3k+3x}{2k+3x}=\frac{4}{3}$

$k=3x$

$\therefore$ Razón actual: $\frac{3k+x}{2k+x}=\frac{9x+x}{6x+x}=\frac{10x}{7x}=\frac{10}{7}$

Rpta.: B

3. El PRONABEC en la última convocatoria para una beca al Japón observó que la relación entre el número de varones y mujeres es de 5 a 1 respectivamente. Además el número de seleccionados y no seleccionados están en la relación de 2 a 3 respectivamente. Si la cuarta parte del total de personas son varones seleccionados, ¿cuál es la relación entre las cantidades de mujeres no seleccionadas y seleccionadas?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{1}{3}$

Solución:

$\frac{H}{M}=\frac{5k}{1k}$; $\text{total}=6k=5L$

$SH=\frac{5L}{4}$; $SM=\frac{3}{4}L$

$\frac{S}{NS}=\frac{2L}{3L}$ $NSM=\frac{1}{12}L$

$$\therefore R_1=\frac{\frac{1}{12}}{\frac{3}{4}}=\frac{1}{9}$$

Rpta.: C

4. Hernán acude con sus sobrinos Abel, Beto y Carlos, a un campeonato de atletismo y participan en una carrera de x metros planos. Si Abel vence a Beto por 30 metros, Beto vence a Carlos por 15 metros y Abel vence a Carlos por 40 metros, determine la suma de las cifras de x.

A) 6 B) 3 C) 1 D) 9 E) 16

Solución:

$\frac{A}{B}=\frac{x}{x-30}$ $\frac{A}{C}=\frac{x^2}{(x-30)(x-15)}=\frac{x}{x-40}$

$\frac{B}{C}=\frac{x}{x-15}$ $x^2-40x=x^2-45x+450$

$x=90$

Por lo tanto; Suma de cifras= 9

Rpta.: D

5. Las propinas en soles de seis primos son cantidades enteras y forman una serie de tres razones geométricas equivalentes continuas. Si se sabe que el primer antecedente es a la suma del segundo consecuente y el tercer antecedente, como 8 es a 9, además la suma de las propinas de valores diferentes es $\overline{a00}$ soles, ¿cuál es el valor de la mayor propina, en soles?

A) 256 B) 108 C) 148 D) 192 E) 300

Solución:

$$\frac{p}{q}=\frac{q}{r}=\frac{r}{s}=k \quad ; \quad \frac{p}{2r}=\frac{8}{9} \Rightarrow k^2=\frac{16}{9} \rightarrow k=\frac{4}{3} \quad ; \quad p+q+r+s=\overline{a00}$$

$$\therefore \frac{175}{27}s=100.a \quad \rightarrow \quad a=7 \quad \wedge \quad s=108$$

$$\text{mayor} = 108\left(\frac{4}{3}\right)^3 = 256$$

Rpta.: A

6. En un club, los 300 socios opinan sobre el posible ganador del partido Perú vs. Dinamarca. Al inicio favorecían a Dinamarca como 3 es a 2 pero a mitad del partido las opiniones cambiaron a favor de Perú como 5 es a 1. Si durante todo este tiempo ningún socio opinó sobre un posible empate, ¿cuántos socios que al inicio daban por ganador a Dinamarca cambiaron de opinión?

A) 60 B) 80 C) 130 D) 120 E) 185

Solución:

$$\frac{D}{P}=\frac{3k}{2k}=\frac{180}{120} \; ; \; \frac{D}{P}=\frac{m}{5m}=\frac{50}{250}$$

$$\therefore \quad \text{Cambiaron} = 180-50=130$$

Rpta.: C

7. Dos recipientes de 24 y 40 litros de capacidad están llenos con vino de diferentes calidades. ¿Cuántos litros se deben intercambiar entre ambos para obtener vino de una misma calidad?

A) 15 B) 10 C) 12 D) 18 E) 14

Solución:

$n = \#\text{litros que se intercambian}$

$$\frac{\text{Calidad A}}{\text{Calidad B}}=\frac{24-n}{n}=\frac{n}{40-n}=\frac{24}{40}=\frac{3}{5} \rightarrow 120-5n=3n \quad \therefore n=15$$

Rpta.: A

8. Si P es la cuarta proporcional de 7; 4 y 21, además Q es la tercera proporcional de 11 y 121, halle la cuarta diferencial de Q, P y 1360.

A) 68 B) 32 C) 56 D) 41 E) 29

Solución:

$\frac{7}{4}=\frac{21}{P}\rightarrow P=12$

$\frac{11}{121}=\frac{121}{Q}\rightarrow Q=1331$

Luego: $Q-P=1360-x$

$x=41$

Rpta.: D

9. De un bidón lleno de vino se extrae 24 litros y se reemplaza por gaseosa, esta operación se realiza una vez más quedando al final que el volumen de gaseosa es al volumen de vino como $\frac{24}{25}$. ¿Cuál es la capacidad en litros del bidón?

A) 80 B) 82 C) 84 D) 86 E) 88

Solución:

$\text{Vol}_{\text{bidón}}=v$

Se extrae $=24$

$\frac{\text{vino}}{\text{total}}=\frac{v-24}{v}$

$*$ Después de la segunda operación:

$\frac{\text{vino}}{\text{total}}=\left(\frac{v-24}{v}\right)^2=\frac{25}{49}$

$\frac{v-24}{v}=\frac{5}{7}\qquad\therefore v=84\text{L}$

Rpta.: C

10. Un diamante se parte en tres pedazos cuyos pesos en gramos son W_A, W_B y W_C donde $\frac{W_A}{W_B}=\frac{3}{5}$ y $\frac{W_B}{W_C}=\frac{2}{3}$. Si para dicho diamante la relación entre su precio en soles y el cuadrado de su peso en gramos, siempre es constante; y al venderlo por pedazos se pierde 1800 soles con respecto al precio del diamante entero, ¿cuál era el precio en soles, del diamante entero?

A) 1083 B) 1444 C) 2883 D) 2944 E) 3012

Solución:

$$\frac{W_A}{3}=\frac{W_B}{5}\ ;\ \frac{W_B}{2}=\frac{W_C}{3} \qquad w_{total}=31k \quad ; \quad Constante=\frac{Precio}{(peso)^2}$$

$$luego: Constante=\frac{P_A}{36}=\frac{P_B}{100}=\frac{P_C}{225}=\frac{P_T}{961}$$

$$\frac{W_A}{6}=\frac{W_B}{10}=\frac{W_C}{15}=k \qquad \frac{P_A+P_B+P_C}{36+100+225}=\frac{P_T}{961}=m$$

$$P_3=361m \quad ; \ P_T=961m$$

$$P_T-P_3=(961-361)m=1800 \Rightarrow m=3$$

$$\therefore \quad P_T=2883$$

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. A cierta reunión asisten cuatro personas, dos padres y cada uno con su respectivo hijo. Además, se observa que las cuatro edades forman una proporción, cada padre tiene más del doble de la edad de su respectivo hijo, la suma de las edades de los hijos es 18 años y las edades de los padres se diferencian en siete años. Determine la suma de cifras de la edad del mayor de los padres.

A) 4 B) 8 C) 5 D) 7 E) 6

Solución:

De los datos

$$\frac{a}{b}=\frac{a+7}{18-b}=k$$

- $k>2$

Luego

- $a=bk$
- $a+7=18k-bk$

$$7=2k(9-b)$$

$$\rightarrow k=\frac{7}{2} \quad , b=8$$

Finalmente se tiene:

$$\frac{28}{8}=\frac{35}{10}$$

$$\therefore \ 3+5=8$$

Rpta.: B

2. En una fiesta se observa que la cantidad de varones y mujeres están en la relación de cuatro a tres, solo hay parejas mixtas bailando; y por cada cinco mujeres que bailan hay tres varones que no lo hacen. Si nueve son los varones que no bailan, ¿cuántos asistieron a dicha fiesta?

A) 45 B) 42 C) 40 D) 36 E) 32

Solución:

$$\frac{H}{M}=\frac{4L}{3L}$$

$$\frac{MB}{HB}=\frac{5k}{3k}=\frac{15}{9}$$

$$HB=MB$$

$$4L-9=15$$

$$4L=24$$

$$L=6$$

$$\therefore\ \#\text{invitados}=7(6)=42$$

Rpta.: B

3. Al iniciar una fiesta habían 5 varones por cada 2 mujeres, pero al finalizar solo habían 84 varones y ninguna mujer. Si de los que se retiraron había 2 varones por cada 5 mujeres, ¿cuántas mujeres había al inicio?

A) 42 B) 58 C) 40 D) 75 E) 96

Solución:

$$\frac{H}{M}=\frac{5a}{2a} \qquad \frac{HR}{MR}=\frac{2b}{5b}$$

- $2a-5b=0$
- $5a-2b=84$ $\qquad a=20$

  $5a-2\left(\frac{2}{5}a\right)=84$ $\qquad \#M=40$

Rpta.: C

4. En una universidad, la relación de hombres y mujeres es de 6 a 11; la relación de hombres de ciencias y hombres de letras es de 7 a 4. ¿Cuál es la relación de los hombres de ciencias y el total de alumnos?

A) $\frac{42}{131}$ B) $\frac{33}{187}$ C) $\frac{41}{187}$ D) $\frac{42}{187}$ E) $\frac{42}{177}$

Solución:

$\frac{H}{M}=\frac{6K}{11K}$; $\frac{HC}{HL}=\frac{7L}{4L}$ se pide:

$\therefore \frac{7L}{17L}=\frac{42}{187}$

$T=17K$ $11L=6K$

Rpta.: D

5. En una reunión de 90 personas, con respecto a los adultos se observa que por cada varón hay 10 mujeres. Si por cada niño hay 4 varones adultos, ¿cuántas personas hay entre niños y mujeres adultas?

A) 82 B) 86 C) 90 D) 92 E) 76

Solución:

$V+M+N=90$

$\frac{V}{M}=\frac{1}{10}$; $\frac{Ñ}{V}=\frac{1}{4}$ $(40+1+4)K=90$

$\frac{V}{4}=\frac{M}{1}=\frac{Ñ}{40}=K$ $K=2$

$\therefore$ $Ñ+M=82$

Rpta.: A

6. Si lo que gana y ahorra Luis está en la relación de 5 a 2; y lo que gana y gasta suman 2000 soles, ¿cuántos soles ahorra?

A) 500 B) 460 C) 480 D) 520 E) 640

Solución:

gana $=a$; gasta $=b$; ahorro $=x$

$\frac{a}{x}=\frac{5}{2}$; $a+b=2000$

$a-b=x$

$2a=2000+x$

$\therefore$ $x=500$

Rpta.: A

7. Si b es la media proporcional de a y c; siendo a, b y c enteros positivos tal que $\dfrac{a^2-b^2+c^2}{\dfrac{1}{a^2}-\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}}=1296$, ¿cuál es el valor de b?

A) 3 B) 2 C) 6 D) 12 E) 8

Solución:

Sea**:**

$\dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{c} \rightarrow b^2=ac$ $\qquad \dfrac{a^2-ab+c^2}{\dfrac{a^2-ab+c^2}{a^2c^2}}=1296$

$\dfrac{a^2-ac+c^2}{\dfrac{1}{a^2}-\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}}$ $\qquad a^2c^2=36^2 \rightarrow b^4=6^4 \qquad \therefore b=6$

Rpta.: C

8. Se tienen disueltos 4,8 kg de sal en 80 litros de agua, luego se agregan 150g de sal y cierta cantidad de agua, de manera tal que la nueva mezcla tiene 3 litros de agua por cada 50g de sal. ¿Cuántos litros de agua tiene la última mezcla?

A) 297 B) 220 C) 217 D) 125 E) 213

Solución:

$$\frac{sal}{agua}=\frac{4800+150}{80+x}=\frac{50}{3}$$

$$\frac{4950}{80+x}=\frac{50}{3}$$

$$x=217 \qquad \therefore 217+80=297$$

Rpta.: A

9. Tres amigas observan que al dividir cada una su edad, con la edad de su respectivo hermano menor, obtienen el mismo resultado. Si la diferencia de edades de cada par de hermanos es 5; 3 y 6 años y la suma de las edades de los tres varones es 42 años, ¿cuál es la edad en años de la mayor de las mujeres?

A) 19 B) 12 C) 15 D) 20 E) 24

Solución:

$$\frac{a+5}{a}=\frac{b+3}{b}=\frac{c+6}{c}=k \qquad k=\frac{a+b+c+14}{a+b+c}$$

$$a+b+c=42 \qquad k=\frac{56}{42}=\frac{4}{3} \qquad \Rightarrow \frac{c+6}{c}=\frac{4}{3} \quad \therefore c+6=24$$

Rpta.: E

10. Si F es la cuarta diferencial de 32, 15 y 35, G es la mayor media proporcional de 6 y 24; y H es la media diferencial de 42 y 30, ¿cuál es la cuarta proporcional de F, G y H?

A) 20 B) 24 C) 18 D) 29 E) 21

Solución:

- $32-15=35-F \rightarrow F=18$
- $\frac{6}{G}=\frac{G}{24} \rightarrow G=12$
- $42-H=H-30 \rightarrow H=36$

$$\frac{18}{12}=\frac{36}{x} \qquad \therefore x=24$$

Rpta.: B

Geometría

EJERCICIOS

1. En la figura, O es centro de la circunferencia y D punto de tangencia. Si AD = 5 cm y DC = 4 cm, halle el área de la región triangular ODC.

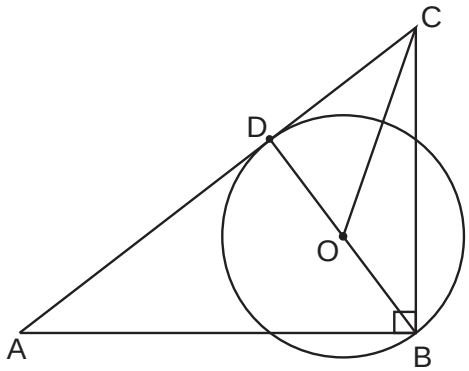
A) $2\sqrt{5}$ cm^2

B) $\sqrt{5}$ cm^2

C) $3\sqrt{5}$ cm^2

D) 5 cm^2

E) 4 cm^2

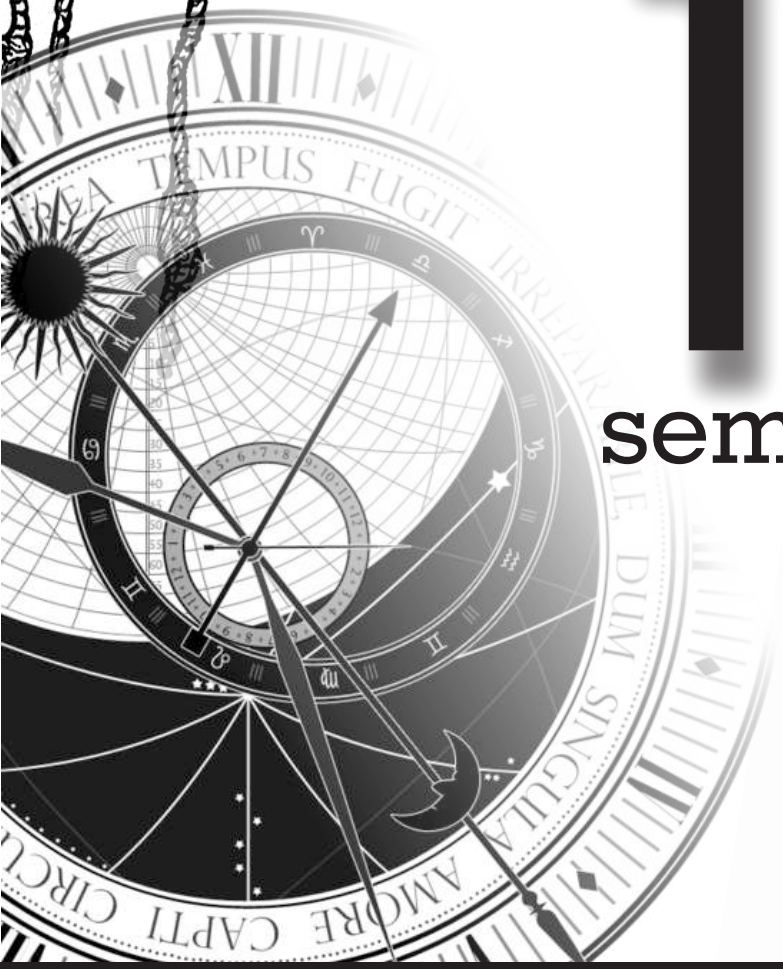


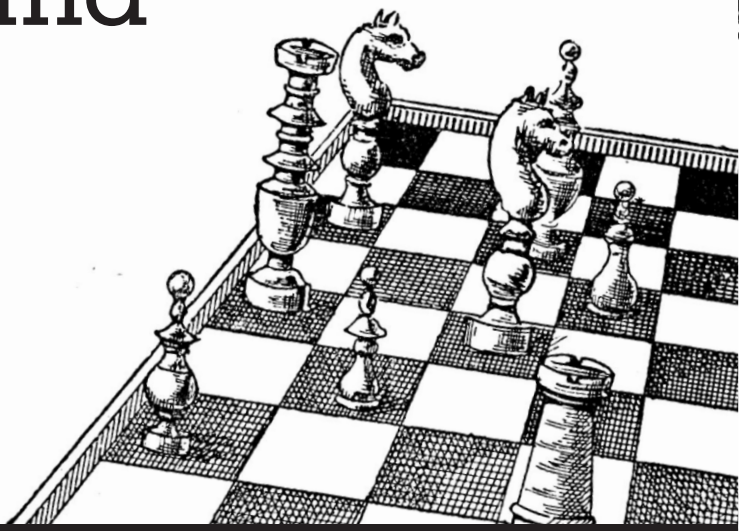
ARITMÉTICA

MANUAL DE PRACTICAS Y EJERCICIOS

11

semana





pre SAN MARCOS

Manhattan Editores

Aritmética

PORCENTAJES

Porcentaje es el resultado de aplicar el tanto por ciento a una determinada cantidad. Es decir, si dividimos una cantidad en 100 partes iguales y tomamos un número "m" de esas partes, nos estamos refiriendo al m por ciento, denotado por m%; luego:

$$\boldsymbol{m\,\%} = \frac{\boldsymbol{m}}{100}$$

Así, el m% de una cantidad C es igual a $m\%C = \frac{m}{100}C$

***Ejemplo**:* el 32% de 40 es: $32\%(40) = \frac{32}{100} \times 40 = 12{,}8$

Propiedad
Toda cantidad representa el 100% de sí misma, es decir: $100\%\ C = C$.

Ejemplo: A + 20%A = 120%A

Descuentos y aumentos sucesivos

***Ejemplo**:* ¿A qué descuento único equivalen dos descuentos sucesivos del 20% y 30%?

Cantidad Final = 70% (80% cantidad Inicial) = 56% cantidad inicial.
Por tanto, el descuento único equivalente es (100% – 56%) = 44%

***Ejemplo**:* ¿A qué aumento único equivalen dos aumentos sucesivos del 20% y 30%?

Cantidad Final = 130% (120% cantidad inicial) = 156% cantidad inicial.
Por tanto el aumento único equivalente es (156% – 100%) = 56%

Variación porcentual

Se utiliza para describir la diferencia entre un valor pasado y uno presente en términos de un porcentaje del valor pasado. Generalmente se puede calcular la variación porcentual con la fórmula:

$$V.P. = \frac{(V_{FINAL} - V_{INICIAL})}{V_{INICIAL}} \times 100\%$$

***Ejemplo**:* Si el precio de un artículo subió de 50 a 60 soles, ¿en qué porcentaje aumentó?

$$V.P. = \frac{(60-50)}{50} \times 100\% = 20\%$$

Por lo tanto, aumentó en 20%.

Mezcla alcohólica

La pureza de una mezcla alcohólica nos indica qué tanto por ciento representa el volumen de alcohol puro respecto del volumen total.

$$Pureza = \frac{V_{alcohol\ puro}}{V_{total}} \times 100\%$$

***Ejemplo**:* ¿Cuál es la pureza de mezcla de 9 litros de alcohol puro con 3 litros de agua?

$$Pureza = \frac{9}{9+3} \times 100\% = 75\%$$

Aplicaciones comerciales

- Cuando el precio de venta es mayor que el precio de costo:

$$P_{venta} = P_{costo} + Ganancia$$
$$G_{bruta} = G_{neta} + gastos$$
$$P_{fijado} = P_{venta} + Descuento$$

Observación. Generalmente

i. Las ganancias se representan como un tanto por ciento del precio de costo,
ii. El descuento se representa como un tanto por ciento del precio fijado.

- Cuando el precio de venta está por debajo del precio de costo:

$$P_{venta} = P_{costo} - P$$

Donde P = pérdida.
Observación. Generalmente las pérdidas se representan como un tanto por ciento del precio de costo.

- Cuando el precio de venta y el precio de costo son iguales, no hay ganancia ni pérdida.

Ejemplo: Se compró un artículo a 240 soles. ¿En cuánto se debe fijar el precio para su venta al público, de tal manera que al hacerse un descuento del 10% todavía se esté ganando el 20% del costo?

$P_V = 90\%P_F = P_C + 20\%P_c = 120\%P_C = 120\%(240) = 288$
$90\%P_F = 288 \rightarrow PF = 320$
Se debe fijar el precio en 320 soles.

Aritmética

EJERCICIOS

1. Mariana gasta durante una quincena el 70% de su ahorro más 40 soles. En la segunda semana gasta los 170 soles restantes. ¿Cuántos soles tenía ahorrado?

A) 700 B) 850 C) 600 D) 950

Solución:

Sea el ahorro "×", luego:

$$\frac{70}{100}\times +40+170=\times$$

$$210=\frac{30}{100}\times\longrightarrow 700=\times$$

Rpta.: A

2. En las últimas elecciones para alcalde en el interior del país. El 30% de los sufragantes fueron mujeres y el 20% de ellas votaron por la lista Integridad, que además obtuvo el 50% del voto de los varones. ¿Qué tanto por ciento de los sufragantes votaron por la lista Integridad?

A) 50% B) 38% C) 41% D) 29%

Solución:

Sea "T" total de sufragantes, entonces: T = V+M

Además de los datos: M = 30%T y V = 70%T

También:

#Total votantes por la lista Integridad = 20%(30%T) +50%(70%T) = 41%T

Rpta.: C

3. José rebaja el precio de una licuadora en 5% y 20% sucesivamente. ¿En qué porcentaje debe incrementar José al precio rebajado de la licuadora para que el nuevo precio sea 14% más que su precio original?

A) 42% B) 50 % C) 38% D) 60%

Solución:
Sea el precio inicial de la licuadora**:** x

Luego de 1ª rebaja del 5%: 95%x

Luego de 2ª rebaja sucesiva del 20%: 80%95%x

Aplicando **un aumento sucesivo del "a%"** e igualando según dato tenemos:

(100+a)% 80%95%x=114%x

Reduciendo, obtenemos: 100+a=150→a=50

Así tenemos, el incremento porcentual sobre el precio rebajado fue de: 50%

Rpta.: B

4. Carmela es una comerciante, por motivos de fiestas navideñas disminuye los precios de su mercadería en un 20%, con lo que logra aumentar la cantidad de su venta en un 20%, su esposo Manuel le pregunta, ¿en cuánto aumentaron o disminuyeron los ingresos en esta venta? Cuál será la afirmación correcta de Carmela.

A) aumentaron 2% B) disminuyeron 4%
C) aumentaron 3% D) disminuyeron 1%

Solución:
Precio de mercadería: P
Cantidad de mercadería: C
Entonces el "Ingreso" sin cambios: P.C
Luego de los cambios por festividad se tiene:

Precio	cantidad	Ingreso por venta de mercadería
80%P	120%C →	$\frac{80}{100}P.\frac{120}{100}C = 96\%\mathrm{P.C}$

Entonces, disminuyeron 4%

Rpta.: B

5. Juan durante la semana gasta el 40% del dinero que tiene, y ganó en un trabajo extra el 35% de lo que le quedaba. Si finalmente le quedó 95 soles menos de lo que tuvo al inicio ¿Cuántos soles tenía Juan inicialmente?

A) 600 B) 880 C) 410 D) 500

Solución:
Juan tiene: x = 100%x
Si gastó el 40% x, entonces le resta: 60% x.
Luego con lo que ganó en el trabajo eventual a Juan le quedo:
60%x+35%60%x=135%(60%x)
Por lo tanto: $100\%x - 135\%(60\%x) = 95 \longrightarrow x = 500$

Rpta.: D

6. Una institución educativa, cuyo costo de Educación era la misma para todos los estudiantes, decidió rebajar la pensión en un 4% a los estudiantes más destacados y aumentar en un 28% al resto, con lo cual, el monto total de las pensiones aumenta en 20%. ¿Qué tanto por ciento del total de estudiantes representa la cantidad de estudiantes más destacados?

A) 25 B) 27 C) 35 D) 20

Solución:
Sea C: costo de educación al inicio
D: número de estudiantes más destacados
R: número de estudiantes restantes
Así, el Ingreso inicial por educación "I" es : I=C(D+R)
Usando los datos tenemos el ingreso final:
(96%C)D+(128%C)R=120%I

De donde obtenemos:

$$\mathbf{96\%\,D + 128\%\,R = 120\%(D+R) \Rightarrow 8\%R = 24\%D}$$

$$\mathbf{\Rightarrow 1\,R = 3\,D \Rightarrow \begin{cases} R = 3k \\ D = 1k \end{cases} \Rightarrow Total = 4k}$$

$$\mathbf{D = 1k = \frac{x}{100}(4k) \Rightarrow x = 25}$$

Rpta.: A

7. En una reunión de padres de familia el 6% del número de mujeres excede en 96 al 4% del número de varones, siendo el número de varones el 30% del número de mujeres. Si el 14% de los varones que asistieron sin sus esposas son el 10% de los varones que asistieron con sus esposas, halle la cantidad de mujeres que asistieron sin sus esposos.

A) 1360 B) 1480 C) 1650 D) 1200

Solución:

$1°)\quad 6\%M - 4\%V = 96$

$2°)\quad V = 30\%M \qquad \Rightarrow \quad M = 2000,\ V = 600$

$3°)\quad 14\%V_{SE} = 10\%V_E \ \rightarrow \dfrac{V_{SE}}{V_E} = \dfrac{5a}{7a},\ \ 12a = 600 \ \rightarrow \ a = 50$

$4°)\quad V_E = 350 = M_E$

$$\therefore M_{SE} = 2000 - 350 = 1650$$

Rpta.: C

8. Benito, en su viaje por Estados Unidos, compró un celular que tenía un descuento del 35% del precio de lista, si por el celular pagó 1430 dólares, ¿cuánto costaba antes de la rebaja?

A) 2200 B) 1720 C) 2150 D) 1650

Solución:

$$\mathbf{Pv = 1430 = Pl - 35\%Pl = 65\%\ Pl}$$

$$\mathbf{\frac{65}{100}Pl = 1430 \Rightarrow Pl = \$\ 2200}$$

Rpta.: A

9. Gerardo vende un televisor en 2400 soles, ganando el 40% del precio de costo más el 30% del precio de venta. ¿A cuántos soles debe vender un televisor idéntico al anterior para ganar el 25% del precio de costo?

A) 1520 B) 1500 C) 1400 D) 1610

Solución:

$$1)\ \ Pv = Pc + G, \qquad Pv = 2400$$

$$2)\ \ G = 40\%Pc + 30\%Pv$$

$$reemplazando\ 2\ en\ 1:\ Pv = Pc + 40\%Pc + 30\%Pv$$

$$\rightarrow Pv = 2Pc = 2400$$

$$\rightarrow Pc = 1200$$

$$Pv = Pc + 25\%Pc = 125\%(1200) = 1500$$

$$Luego\ debe\ vender\ \text{a 1500 soles}$$

Rpta.: B

10. Ricardo pensaba vender su auto ganando el 42% del costo; sin embargo, lo vendió ganando el 35% del precio de venta, ganándose así 693 soles más de lo que pensó inicialmente. ¿Cuántos soles le costó el auto a Ricardo?

A) 7880 B) 5500 C) 6860 D) 5850

Solución:

$$G_{supuesta} = 42\%P_c$$

$$G_{real} = 35\%P_v = P_v - P_c \rightarrow P_v = \frac{20}{13}P_c$$

$$G_{real} - G_{supuesta} = \frac{7}{20}\left(\frac{20}{13}P_c\right) - \frac{21}{50}P_c = 693 \rightarrow P_c = 5850$$

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Jorge y Silvia se van a casar, el salón donde van a realizar su fiesta sólo tiene capacidad de 400 personas y ellos piensan en dividir los boletos para invitar a la gente más cercana y decidieron dividirlo de la siguiente manera: 30% familia, para los compañeros de trabajo el doble de los amigos. Como sobran el 10% de boletos, lo designan para los demás conocidos. ¿Cuántos boletos como máximo corresponden para los amigos?

A) 80 B) 70 C) 150 D) 60

Solución:
Sea **x**=cantidad máxima de invitados=400

$$\mathbf{100\%x = 30\%x + 2y + y + 10\%x \Rightarrow y = 20\%x}$$

$$\Rightarrow \textbf{\textit{Número de amigos invitados=y=20\%}}(\mathbf{400}) = \mathbf{80}$$

Rpta.: A

2. De los postulantes al siguiente examen de admisión, el 60% son mujeres. De ellas, el 30% postulara por primera vez, mientras que de los varones el 50% postulara por primera vez. ¿Qué porcentaje del total postularan por primera vez?

A) 38% B) 42% C) 30% D) 35%

Solución:
M = 60%T → $M_{primera}$ = 30%(60%T) = 18%T
H = 40%T → $H_{primera}$ = 50%(40%T) = 20%T
Por primera vez = 38%T

Rpta.: A

3. Una tela de 6 m. de ancho al lavarla se encoge el 30% de ancho y el 40% de su largo, si necesita 126 m de tela después de lavarla. ¿Qué longitud de tela en metros debe comprarse?

A) 50 B) 70 C) 35 D) 45

Solución:

$$\mathbf{70\%(6)60\%(L) = \frac{36.7}{100}L = 126 \Rightarrow L = 50}$$

Rpta: A

4. A Carlos le ponen una multa de 1500 soles por exceso de velocidad, pero como tarda en pagarla se le aplica dos aumentos sucesivos del 15% y del 20%. ¿Cuánto debe abonar ahora Carlos?

A) 2070 B) 1700 C) 1650 D) 1730

Solución:

$$\mathbf{P = 120\%(115\%(1500)) = \frac{120}{100} \times \frac{115}{100} \times 1500 = 2070}$$

Rpta.:A

5. Pedro fue a un casino decidido a realizar tres apuestas consecutivas con el dinero que le va quedando. En la primera ganó el 50%. En la segunda perdió el 25% y en la tercera ganó el 12%. Si la ganancia total después de las tres apuestas fue de 130 soles, ¿cuál fue la cantidad en soles que apostó Pedro al inicio?

A) 100 B) 400 C) 300 D) 500

Solución:

Cantidad inicial: x

Dato: G = 112% (75% (150%x)) – x = $\frac{63}{50}x - x = \frac{13x}{50} = 130 \rightarrow x = 500$

Rpta.: D

6. El precio de una lavadora tiene por oferta los descuentos del 10% y 20% sucesivamente. ¿En qué porcentaje debe incrementar al precio rebajado de dicha lavadora para que el nuevo precio sea 8% más que su precio original?

A) 48% B) 50% C) 58% D) 60%

Solución:

Sea el precio inicial de la licuadora**:** x

Luego de 1ª rebaja 10% se tiene: 90%.x

Luego de 2ª rebaja 30% se tiene: 80%90%.x = 72%x

Pero deseo un precio de: 108%x

Por lo que a 72%x le debo incrementar: 108%x - 72%x = 36%

Luego la respuesta:

$$\frac{36}{72}100\% = 50\%$$

Rpta.: B

7. En una reunión, el 10% del número de varones excede en 120 al 20% del número de mujeres, siendo el número de mujeres el 25% del número de varones. Si el 8% de las mujeres que no bailan son el 7% de las mujeres que están bailando, halle la cantidad de hombres que no bailan

A) 1960 B) 1980 C) 2050 D) 2080

Solución:

$1°)\ \ 10\%V - 20\%M = 140$

$2°)\ \ M = 25\%V \qquad \Rightarrow \quad V = 2400,\ M = 600$

$3°)\ \ 8\%M_{nB} = 7\%M_B \ \rightarrow \dfrac{M_{nB}}{M_B} = \dfrac{7a}{8a},\ \ 15a = 600 \ \rightarrow \ a = 40$

$4°)\ \ M_B = 320 = V_B$

$$\therefore V_{nB} = 2400 - 320 = 2080$$

Rpta.: D

8. Una concesionaria automotriz entra en liquidación gran parte de los autos que tiene a la venta. Si el precio de venta de un auto era \$10 080, ¿cuál debe ser el nuevo precio para que la tienda pierda el 12% sobre el precio de venta?

A) 9000 B) 8700 C) 9500 D) 10300

Solución:

$$\mathbf{Pv = Pc - P = Pc - 12\%Pv \Rightarrow 112\%Pv = 10080}$$

$$\mathbf{\frac{112}{100}Pv = 10080 \Rightarrow Pv = \$\ 9000}$$

Rpta.: A

9. Anselmo vende un terreno en 24 000 soles, ganando el 20% del precio de costo menos el 10% del precio de venta. ¿A cuántos soles debe vender un terreno idéntico al anterior para ganar el 15% del precio de costo?

A) 25 000 B) 25 300 C) 24 300 D) 25 600

Solución:

1) $Pv = Pc + G, \qquad Pv = 24000$

2) $G = 20\%Pc - 10\%Pv$

$reemplazando\ 2\ en\ 1: \quad 24000 = Pc + 20\%Pc - 10\%(24000)$

$$Pc = 22000$$

$Pv = Pc + 15\%Pc = 115\%(22000) = 25300$

$Luego\ \ debe\ vender$ a 25300 soles

Rpta.: B

10. Pedro pensaba vender su auto ganando el 15% del costo; sin embargo, lo vendió ganando el 40% del precio de venta, ganándose así 9300 soles más de lo que pensó inicialmente. ¿Cuántos soles le costó el auto a Pedro?

A) 18 800 B) 18 500 C) 16 860 D) 18 000

Solución:

$G_{\sup uesta} = 15\% P_c = \frac{3}{20} P_C$

$G_{real} = 40\% P_v = P_v - P_c \ \rightarrow P_v = \frac{5}{3} P_c$

Dato: $G_{real} - G_{\sup uesta} = \frac{2}{5}\left(\frac{5}{3} P_c\right) - \frac{3}{20} P_c = 9300 \rightarrow P_c = 18000$

Rpta.: D

Aritmética

EJERCICIOS

1. Se muestra un cuadro sobre la venta de pantalones de un mismo tipo, de una empresa a tres distribuidores A, B y C. Si el ingreso total fue 46464 soles, ¿cuál es el precio sin descuento, en soles, de un pantalón?

	Descuento	Unidades vendidas
Distribuidor A	35%	2400
Distribuidor B	30%	1250
Distribuidor C	0%	469

A) 16 B) 20 C) 18 D) 32

Solución:

65%2400p + 70%1250p + 100%469p = 46464. Por lo tanto p = 16.

Rpta.: A

2. Al fijar el precio de la entrada a un evento se aumentó su costo en un n%, pero al momento de venderlo se hace un descuento del 25% de su costo, de este modo la ganancia fue del 20% de su precio de venta. Halle el valor de n.

A) 60 B) 50 C) 80 D) 75

Solución:

$* \ P_F = P_C + n\%P_C$

$* P_V = P_C + gan.$

$P_C + n\%P_C - 25\%P_C = P_C + 20\%[(P_C + n\%P_C) - 25\%P_C]$

$n = 50$

Rpta.: B

3. Cuando a un barril le falta un 25% para llenarse, contiene 25 litros más que cuando está lleno al 25%. ¿De cuántos litros es la capacidad del barril?

A) 54 B) 45 C) 75 D) 50

Solución:

75%x = 25%x + 25. Por lo tanto x = 50 litros

Rpta.: D

4. Un comerciante de juguetes vendió 5000 unidades el año pasado, de las cuales el 10% fueron peluches. Si este año ha vendido 6000 unidades, donde la cantidad de peluches representa el 12% del total, ¿en qué porcentaje, respecto al año anterior, se incrementó la cantidad de peluches vendidos?

A) 22 B) 44 C) 40 D) 33

Solución:

12%6000 = 720

	Año pasado	Este año
peluches	10%5000 = 500	12%6000 = 720

Por lo tanto $\left(\frac{720-500}{500}\right)100\% = 44\%$ peluches.

Rpta.: B

5. Pedro le comenta a su esposa María que el contrato de alquiler de su departamento ha subido un 10% anual durante los tres últimos años. Si hace 3 años pagaban S/1000 por el alquiler mensual, ¿cuántos soles pagan actualmente?
A) 1250 B) 1500 C) 1331 D) 1375

Solución:

Sea a = S/ 1000
Alquiler Actual: $(1,1)^3a = 1,331a = 1331$ **Rpta.: C**

6. Si para vender un auto se aumentó su precio en un 2%, pero después se hizo un descuento del 5% del precio aumentado, ¿en qué porcentaje ha variado su precio inicial?

A) 2,8% B) 3,1% C) 3,6% D) 2,5%

Solución:

Sea p = precio inicial del auto

Precio final = 95%(102%p) = 96,9 %p

Finalmente 100% – 96,9 % = 3,1 %

Rpta.: B

7. El exceso de la propina de Aldo respecto a la de Beto equivale al 40% de la propina de César, y el exceso de la propina de Beto respecto a la de César equivale al 30% de la propina de Aldo. Si la propina de Aldo es de 60 soles, ¿cuántos soles suman las propinas de Beto y Carlos?

A) 80 B) 72 C) 74 D) 78

Solución:

$$A - B = 40\%C = \frac{2}{5}C \rightarrow A = B + \frac{2}{5}C$$

$$B - C = 30\%A = \frac{3}{10}A.$$

Como A = 60. Entonces

$$\begin{cases} B - C = 18 \\ B + \frac{2}{5}C = 60 \end{cases} \rightarrow C = 30,\ B = 48$$

Por lo tanto B + C = 78.

Rpta.: D

8. Luis compra 150 plumeros y vende todos ganando el 20%, luego con todo el importe de esa venta compra cierta cantidad de escobas y vende todas perdiendo el 10%. Si finalmente todo el importe de esta última venta lo gasta comprando 180 recogedores al precio de S/ 81 la docena, ¿cuántos soles le costó cada plumero a Luis?

A) 8,00 B) 7,50 C) 7,20 D) 8,25

Solución:

PC cada plumero = x

PV = 90%(120%[150x]) = 180(81/12) → x = 30/4=7,5

Por lo tanto, cada plumero costó 7,50 soles.

Rpta.: B

9. Rubén compró una laptop en 6300 soles. ¿Qué precio, en soles, debe fijar para que al momento de vender, haciendo dos descuentos sucesivos del 10% y 20%, obtenga una ganancia del 30% con respecto al precio de venta?

A) 12 000 B) 12 250 C) 12 500 D) 12 750

Solución:

PV = PF – D = PC + G

PV = 80%(90% PF) = PC + 30% PV

70% PV = PC; PV = 72% PF

70% (72% PF) = 6300

Por lo tanto PF = 12500

Rpta.: C

10. Jorge gasta el 20% de lo que tiene en la compra de un terreno, luego gasta el 30% de lo que le queda comprando un auto y por último gasta el 40% del nuevo resto en unas vacaciones familiares, quedándole 33 600 soles. ¿Cuántos soles tenía al principio?

A) 80 000 B) 90 000 C) 100 000 D) 110 000

Solución:

Queda: 80%. 70%. 60%T = 33600

T = 100000

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si de un triángulo, su base y su altura aumentan en su 70%, ¿en qué porcentaje aumentará el área total de su superficie?

A) 160% B) 178% C) 189% D) 127%

Solución:

Sean b = base inicial y h = altura inicial

Área inicial= $A_1 = \frac{bh}{2}$

Si aumenta en un 70% base y altura entonces $\begin{cases} b_2 = 170\%b \\ h_2 = 170\%h \end{cases}$

Luego área final = $A_2 = \frac{(170\%b)(170\%h)}{2} = 289\%\frac{(bh)}{2} = 289\%A_1$

Es decir, el área aumentara en un 189%

Rpta.: C

2. Para elegir a un delegado de curso, se seleccionan dos candidatos y se realiza una votación. Uno de los candidatos obtuvo el 60% de los votos y saco 15 votos más que el otro candidato. Si todos votaron por uno de los dos candidatos, ¿cuántos alumnos hay en dicho curso?

A) 60 B) 65 C) 70 D) 75

Solución:

Sea N = total de Estudiantes.

Candidato 1	Candidato 2
60%N	40%N
x + 15	x

Luego: $x+15+x=N \rightarrow 2x+15=N$

Por otro lado $40\%N=x$

Reemplazando: $2(40\%N)+15=N \rightarrow N=75$

Rpta.: D

3. Al comprar Rodolfo un pantalón deberían haberle hecho un descuento del 35%, mientras que, al comprar Arturo una camisa, deberían haberle hecho un descuento del 25%. Si el vendedor se equivoca y permuta los descuentos, pagando Rodolfo 5 soles más y Arturo 3 soles menos, ¿cuánto suman los precios fijados del pantalón y la camisa?

A) 60 B) 80 C) 70 D) 75

Solución:

Sea X=dinero que cuesta el pantalón, Y=dinero que cuesta la camisa.

Entonces se tiene:

$$65\%X+5=75\%X$$
$$75\%Y-3=65\%Y$$

De donde: $X=50$, $Y=30$ Por tanto: $X+Y=80$

Rpta.: B

4. Si se compra café sin tostar a 7 soles el kilogramo y al tostarlo pierde 1/5 de su peso, ¿cuál debe ser el precio del kilogramo de café tostado, en soles, para ganar el 20% del precio de compra?

A) 10,5 B) 10 C) 11 D) 11,5

Solución:

- Vamos a calcular, a cuanto hay que vender $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$ de café tostado, para ganar el 20% del precio de compra.
- $7+0,2\times 7=1,2\times 7=8,4$
- Reduciendo a la unidad $\frac{1}{5}$ de kilo debe venderse a $\frac{8,4}{4}=2,1$ soles

Por lo tanto el kilo debe venderlo a $5 \times 2{,}1 = 10{,}5$ soles.

Rpta.: A

5. En la venta de un teclado de cómputo se obtiene un beneficio del 20% sobre el precio de costo. Si se hubiera ganado el 20% sobre el precio de venta se habría obtenido S/ 3,5 más. ¿Cuál fue el precio de venta de dicho teclado?

A) S/ 90 B) S/ 95 C) S/ 100 D) S/ 105

Solución:

$P_V = 120\%\ P_C$
$G_1 = 20\%\ P_C$

$G_2 = 20\%\ P_V$

$G_2 - G_1 = 3{,}5$
$20\%PV - 20\%PC = 3{,}5$

$$\frac{1}{5}\left(\frac{6}{5}P_C\right) - \frac{1}{5}P_C = 3{,}5$$

$$P_C = \frac{175}{2}$$

$$\therefore\ P_V = \frac{6}{5}\left(\frac{175}{2}\right) = 105$$

Rpta.: D

6. Si al aumentar el precio de la entrada para un concierto en su 20%, la asistencia disminuye en un 10%, ¿en qué porcentaje aumentó la recaudación?

A) 8% B) 10% C) 12% D) 14%

Solución:

T1 = np

T2 = (90%n)(120%p)

$\rightarrow$ T2 – T1 = $\frac{8}{100}$np

= 8% np

Aumenta en 8%

Rpta.: A

7. Si el precio de un microscopio disminuye en 5% y luego aumenta en 2%, ¿en qué porcentaje ha variado su precio?

A) 8% B) 3,7 % C) 3,1 % D) 4 %

Solución:

El índice de variación total será: $1{,}02 \cdot 0{,}95 = 0{,}969 = 96{,}9\ \%$ Este índice corresponde a una disminución porcentual de: $100\% - 96{,}9\% = 3{,}1\%$

Por lo tanto la variación porcentual del precio es del 3,1%

Rpta.: C

8. El precio de un refrigerador es de \$ 7650 ¿Cuánto costaba hace un año, si desde entonces aumentó un 12,5%?

A) \$ 6,750 B) \$ 6,700 C) \$ 6,800 D) \$ 6,500

Solución:
Si el precio anterior es desconocido, entonces (X)

El aumento es (12,5%) = 12,5 / 100 = 0,125 El precio actual es: \$ 7650 (C)

Fórmula: X + (%)X = C

Entonces: X + 0,125X = 7,650

Factorizando: X(1+0,125) = 7650

X = 7650 / 1,125 = \$ 6800.

Rpta.: C

9. El año pasado se vendieron 1200 videojuegos y 980 libros. Si este año subió un 15% la venta de videojuegos y un 5% la de libros, ¿cuántos artículos, entre videojuegos y libros, se vendieron este año?

A) 2490 B) 2409 C) 1890 D) 2540

Solución:

Como la venta de videojuegos aumentó un 15%, la venta fue del 115%:
Este año se vendieron 1380 videojuegos.
Como la venta libros aumentó un 5%, la venta fue del 105%:
Este año se vendieron 1029 libros.
En total se vendieron, 2409 artículos

Rpta.: B

10. El precio de un celular era de 420 soles. Si al comprarlo me rebajaron un 16%, pero después me aumentaron un 16%, ¿cuántos soles me ha costado el celular?

A) 450,25 B) 529,12 C) 400,016 D) 409,248

Solución:

Primero calculamos lo que nos costaría el celular:

$$x = 420\left(\frac{100-16}{100}\right) = 352{,}8$$

Precio final del celular rebajado es 352,8 soles.

Ahora por el aumento:

$$x = 420\left(\frac{100+16}{100}\right) = 409{,}248$$

Rpta.: D

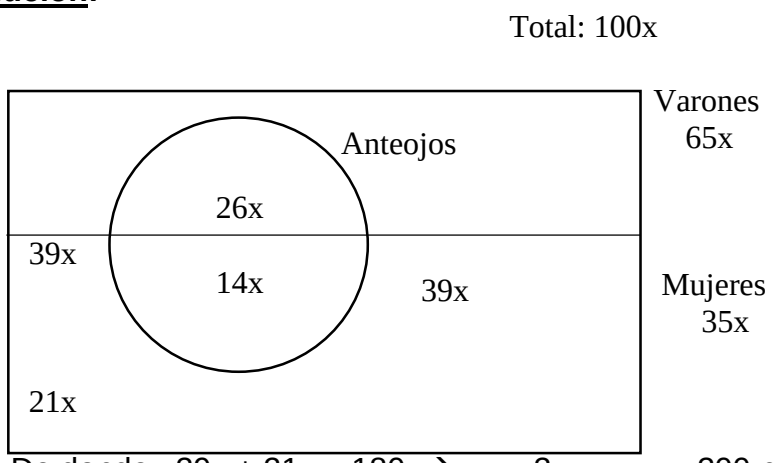
Aritmética

EJERCICIOS DE CLASE Nº 11

1. En una conferencia, con respecto al número de personas que hay, se sabe que el 65% de las personas son varones, además el 40% de los varones y el 40% de las mujeres usan anteojos. Si 180 personas no usan anteojos, determine la cantidad de personas que hay en dicha conferencia.

A) 300 B) 500 C) 450 D) 600 E) 550

Solución:



De donde: 39x + 21x = 180 → x = 3 ∴ 300 personas

Rpta.: A

2. Para la venta de un Smartphone, un comerciante aumentó el precio de costo en a%, pero al realizar la venta, rebajó el b%. Si el comerciante no ganó ni perdió en esta venta, ¿cuál es el valor de b?

A) $\frac{100a}{100+a}$ B) $\frac{100}{100+a}$ C) 1+100a D) 100+a E) $\frac{100+a}{100}$

Solución:

PF = (100+a)% PC
PV = (100-b)% PF = (100-b)%(100+a)%PC = PC
b = 100a/(100+a)

Rpta.: A

3. Charito observa que el precio de un abrigo cuesta cuatro veces más de lo que cuesta una blusa. Debido a la inflación el precio del abrigo sufre un aumento del 22% y la blusa un aumento del 10%, y antes que siga subiendo, Charito adquiere ambas prendas, ¿en qué porcentaje aumentó el valor de la compra total?

A) 15% B) 25% C) 24% D) 18% E) 20%

Solución:

Abrigo= 5m ; Blusa = m ; Total = 6m

122%(5m) + 110%(m) = 720% m = x% (6m) → x = 120

Por lo tanto: aumentó en un 20%

Rpta.: E

4. Se ha disuelto sal de cocina en agua pura obteniéndose una solución que pesa 7 kg y que contiene de sal, el 8% de su peso. ¿Cuántos litros de agua pura se debe agregar a la solución para que 4 kg de la nueva solución contenga de sal, el 7% de su peso?

A) 2 B) 2,5 C) 1 D) 0,5 E) 1,5

Solución:

Primera solución: 7 kg = 7000 g
Contiene sal: 8%(7000 g) = 560 g

Se agrega "x" g de agua pura:

Segunda solución: 4 kg = 4000 g ; Contiene sal = 7%(4000 g) = 280 g de sal

Entonces: $\frac{7000+x}{560} = \frac{4000}{280}$
→ x = 1000g de agua pura = 1 kg agua pura = 1 litro agua pura

Por lo tanto: se debe agregar 1 litro de agua pura.

Rpta.: C

5. Daniel compró una lavadora en 3900 soles. Si al momento de venderla obtuvo una ganancia del 35% del precio de venta, ¿cuánto dinero ganó Daniel en dicha venta?

A) S/ 2 600 B) S/ 2 700 C) S/ 2 000 D) S/ 2 100 E) S/ 3 100

Solución:

$$\mathrm{PC} = 3900$$

$$\mathrm{PV} = \mathrm{PC} + 35\%\ \mathrm{PV}$$

$$65\%\ \mathrm{PV} = 3900 \ \rightarrow\ \mathrm{PV} = 6000$$

∴ G = 35%(6000) = S/ 2 100

Rpta.: D

6. Cierto día en la Veterinaria Peter, solo hay perros y gatos. Con respecto al número de mascotas que hay se sabe que, del total de perros, el 90% tienen fiebre y el 10% tienen náuseas. Del total de gatos, el 90% tienen náuseas y el 10% tienen fiebre. También se observó que el 20% de todas las mascotas tienen náuseas. Si no hay mascota alguna con fiebre y náusea, además en total hay 10 gatos, ¿cuántos perros tienen fiebre?

A) 54 B) 45 C) 36 D) 27 E) 63

Solución:

	Tienen		
	Fiebre	**Náuseas**	**TOTAL**
Perros	90%x	10%x	x
Gatos	1	9	10
		20%(10 + x)	10 + x

10% x + 9 = 20% (10 + x) → x = 70

∴ # Perros con fiebre = 90%(70) = 63 **Rpta.: E**

7. Se fijó el precio de un producto incrementándose en 56% su costo. Al momento de venderlo se hizo un descuento del 25%, observando que si se hubiera hecho esta rebaja sobre el incremento se estaría ganando S/ 75 más. ¿En cuánto se fijó el precio del producto?

A) S/ 429 B) S/ 351 C) S/ 468 D) S/ 390 E) S/ 434

Solución:

$$P_f = P_c + 56\%P_c = 156\%P_c$$
$$D_1 = 25\%P_f = 39\%P_c$$
$$D_2 = 25\%(56\%\,\mathrm{P}_c) = 14\%\,\mathrm{P}_c$$
$$D_1 - D_2 = 75 \quad \Rightarrow \quad 25\%\ \mathrm{Pc} = 75 \quad \Rightarrow \quad P_c = 300 \quad \Rightarrow \quad P_f = 468$$

Rpta.: C

8. José tiene un balón esférico de determinado radio. Si al inflar dicho balón el radio aumenta sucesivamente un 40% y 50%, ¿en qué porcentaje aumentó el área de su superficie esférica?

A) 290% B) 81% C) 361% D) 181% E) 341%

Solución:

Radio inicial = r Radio final= 140%. 150%r = 210%r

$A_i = 4\pi\ r^2$ $A_f = 4\pi\ (210\%r)^2$

$$A_f = 4\pi\left(\frac{210}{100}\right)^2 r^2 = 441\ \%$$

Por lo tanto: El área aumentará en un 341%

Rpta: E

9. En enero al sueldo de Julián, le hicieron tres descuentos sucesivos del 20 %, 25% y 30%, pero luego al sueldo resultante le hicieron tres aumentos sucesivos del 20 %, 25% y 30%, resultando un nuevo sueldo que se diferencia del inicial en S/ 325,8. ¿Cuánto era el sueldo de Julián en enero?

A) S/ 1 800 B) S/ 1 500 C) S/ 700 D) S/ 800 E) S/ 400

Solución:

$$N_1 = (100+20)\%(100+25)\%(100+30)\%(100-20)\%(100-25)\%(100-30)\%N$$

$$N_1 = \frac{120}{100}\frac{125}{100}\frac{130}{100}\frac{80}{100}\frac{75}{100}\frac{70}{100}N$$

$$N_1 = 0{,}819N$$

$$N - N_1 = 325{,}8$$

$$N - 0{,}819N = 325{,}8$$

$$N = 1800$$

Rpta: A

10. En una fiesta se encuentran bailando, en parejas mixtas, el 60% de las mujeres y el $14\frac{2}{7}\%$ de los varones. Si el 5% de los varones que no bailan sacara a bailar a una dama, cada uno, ¿qué porcentaje del número total de mujeres, son las mujeres que estarían bailando?

A) 83% B) 78% C) 75% D) 79% E) 81%

Solución:

Bailan: $60\%M = \frac{100}{7}\%H \quad \Rightarrow \quad H = \frac{21}{5}M$

Mujeres salen a bailar = $5\%\left(\frac{600}{7}\%\mathrm{H}\right) = 5\%\left[\frac{600}{7}\%\left(\frac{21}{5}M\right)\right] = 18\%M$

Por lo tanto: # Mujeres que estarían bailando el (60+18)%M = 78%M.

Rpta: B

EVALUACIÓN DE CLASE Nº 11

1. Un automóvil tiene un precio de costo de S/ 6450. ¿Qué precio debe fijarse de modo que al venderlo con un descuento del 20% se obtenga una ganancia del 25% del precio de venta?

A) S/ 10 250 B) S/ 10 750 C) S/ 12 700 D) S/ 11 500 E) S/ 11 450

Solución:

Precio de costo: S/.6 450. Sabemos: Pv = PF – D $\Rightarrow$ PV = PF – 20%PF = 80%PF

Además: PV = PC + G $\Rightarrow$ PV = 6 450 + 25%PV

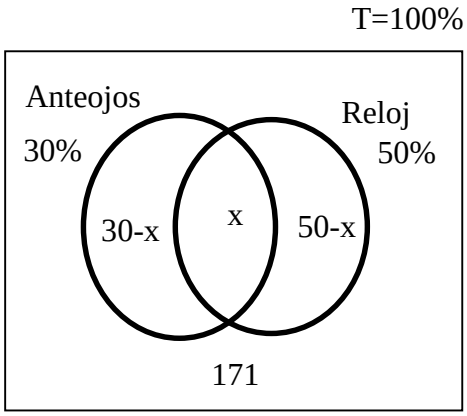
$\Rightarrow$ Pv = 8 600 $\Rightarrow$ 8 600 = 80%PF $\therefore$ PF = 10 750 soles

Rpta.: B

2. En una reunión se determinó que el 30% de los asistentes usan anteojos y el 50% de los asistentes usan reloj. Si el número de personas que solamente usan uno de esos artículos es el 44% de los asistentes, además 171 personas no usan reloj ni anteojos, determine el número de asistentes a esa reunión.

A) 450 B) 454 C) 550 D) 432 E) 625

Solución:



30 – x + 50 – x = 44% $\Rightarrow$ $x = 18\%$

Los que no fuman ni usan anteojos:

100% - (30% + (50 – 18) %) = 38%

Porcentaje		Población
38%	----------	171
100%	----------	T

T = 450 personas

Rpta.: A

Aritmética

EJERCICIOS

1. Ángela trabajó la semana pasada 20 horas y esta semana 35 horas. ¿En qué porcentaje aumentó el número de horas de trabajo de una semana a otra?

A) 20% B) 40% C) 60% D) 75% E) 80%

Solución:

Aumento de horas= 35 – 20 = 15

$$Aumento\ Porcentual = \frac{15(100\%)}{20} = 75\%$$

Rpta.: D

2. Marcos invirtió cierta cantidad de dinero en un negocio y ganó el 30%. El nuevo total lo invirtió en otro negocio y perdió el 20%, por último invirtió lo que le quedaba en otro negocio y ganó el 10%, quedándose al final con un total de 5720 soles. ¿Cuál fue la cantidad invertida, en soles, en el primer negocio?

A) 5000 B) 3000 C) 5200 D) 5350 E) 6500

Solución:

Queda =110% [80%(130%C)] = 5720 ∴ C=5000

Rpta.: A

3. Edson compró una pelota de jebe de forma esférica. Si dicha pelota la infló de modo que su radio aumentó en 10%, ¿en qué porcentaje aumentó el área de su superficie?

A) 42% B) 11% C) 21% D) 48% E) 20%

Solución:

$A_i = 4\pi r^2$, $A_f = 4\pi(110\% r)^2 = 121\%\ A_i$

Por lo tanto: El área aumentó en un 21%

Rpta.: C

4. En la UNMSM se realizó las elecciones para el tercio estudiantil. El 40% de los sufragantes fueron mujeres y el 30% de ellas votaron por la lista A, que además obtuvo el 60% del voto de los varones. ¿Qué tanto por ciento de los sufragantes votaron por la lista A?

A) 48% B) 32% C) 20% D) 60% E) 64%

Solución:

T = V+M
M = 40%T, V = 60%T
#Total de votantes por la lista A = 30%(40%T)+60%(60%T) = 48%T

Rpta.: A

5. En una reunión, el 15% del número de varones excede en 240 al 10% de mujeres, siendo el número de mujeres el 30% del número de varones. Si en cierto momento de la reunión el 140% del número de mujeres que no bailan es igual al número de mujeres que están bailando, además solo se observan parejas mixtas bailando, ¿cuántos son los varones que bailan?

A) 360 B) 480 C) 350 D) 200 E) 600

Solución:

I) 15%V – 10%M = 240 ; M = 30%V → M = 600

II) 140% MNB = MB ; MNB + MB=600 → MNB = 250 ; MB = 350

Por lo tanto: VB = MB = 350

Rpta.: C

6. Luis vende el 60% de su mercadería ganando el 34%, luego vende el resto perdiendo el 30%. Si la recaudación total fue de 8672 soles, ¿cuántos soles ganó en la primera venta?

A) 1632 B) 1350 C) 3300 D) 3450 E) 3650

Solución:

PC = 100k, R = 134%(60k) + 70%(40k) = 8672 → k= 80

G_1 = 34% [60(80)] =1632

Rpta.: A

7. El precio de venta de una casa luego de haberle realizado tres descuentos sucesivos del 75%, 50% y 25%, es 43560 dólares. Si su precio se fijó incrementando el costo en un 32%, ¿cuánto fue el precio de costo, en dólares, de dicha casa?

A) 264 000 B) 352 000 C) 246 000 D) 368 000 E) 412 000

Solución:

PV = 75% [50%(25%PF)] = 43560 → PF = 464 640

PF = 132%PC → 132%PC = 464 640

Por lo tanto: PC = 352000

Rpta.: B

8. José vendió su automóvil en 12 000 soles, ganando el 20% del costo más el 15% del precio de venta. ¿Cuántos soles ganó José en dicha venta?

A) 2920 B) 3500 C) 2900 D) 3010 E) 3750

Solución:

PV = PC + G

12000 = PC + 20%PC+15%(12000) → PC = 8500

Por lo tanto: G = 12000 – 8500 = 3500

Rpta.: B

9. Luis quiere vender su motocicleta a Pedro en 8000 soles, pero al momento de la venta Pedro le propone que le haga dos aumentos sucesivos del 20% y 25%; y dos descuentos sucesivos del 20% y 25% para comprarlo. Si Luis aceptó la propuesta, ¿a cuántos soles vendió la motocicleta finalmente?

A) 8000 B) 9100 C) 7800 D) 7200 E) 8100

Solución:

$$PV_{final} = (75\%)(80\%)(125\%)(120\%)(8000) = 7200$$

Rpta.: D

10. En una tienda se fija el precio de un artículo aumentando en un 100% su costo, luego al momento de venderlo se hace un descuento del 10% y se gana 400 soles. ¿En cuántos soles se vendió dicho artículo?

A) 890 B) 920 C) 910 D) 900 E) 950

Solución:

PV = 90% PF = PC + 400
90%(2X) = X + 400
X = 500
∴ PV = 900

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Al momento de vender un televisor se hace un descuento del 25% de su precio de costo, con lo cual se obtiene una ganancia del 20% de su precio de venta. Si el precio fijado fue de 300 soles, ¿cuál fue su precio de costo en soles?

A) 250 B) 295 C) 300 D) 200 E) 260

Solución:

$1) PV = PF - D = PF - 25\% PC$

$2)\ PV = PC + G = PC + 20\% PV$

Luego como $PF = 300 \quad entonces \ PV = 250$

$\therefore PC = 200$

Rpta.: D

2. El precio de costo de un televisor en 576 soles. Si al venderlo se realizó un descuento del 28%, obteniendo una ganancia de 32,5**%;** ¿cuál fue su precio fijado en soles?

A) 980 B) 1060 C) 1200 D) 1080 E) 1120

Solución:

$P_V = P_C + gan.$

$(100-28)\% P_F = P_C + 32,5\% P_C = 132,5\%(576)$

$\therefore P_F = 1060$

Rpta.: B

3. Un comerciante solo tiene peras**,** manzanas y naranjas para vender**;** de estas observa que el 25% del número de manzanas excede al 45% del número de naranjas en 14 unidades; y la razón entre el 30% del número de manzanas y el 50% del número de naranjas es 3/2, además la cantidad de peras que hay es igual al 20% de la cantidad de las otras dos frutas que tiene. ¿Cuántas frutas tiene en total?

A) 318 B) 308 C) 320 D) 340 E) 336

Solución:

$1)\ 25\%M - 45\%N = 14$

$2)\ \dfrac{30\%M}{50\%N} = \dfrac{3}{2},\ \ de\ donde\ M = 200,\ N = 80$

$\therefore M + N = 280$

Luego # total de frutas= 120%(280)=336

Rpta.: E

4. Al aumentar el volumen de un recipiente cúbico en 174,4%; ¿en qué porcentaje aumentará el área de su base?

A) 44% B) 96% C) 69% D) 21% E) 100%

Solución:

$V_1 = a^3$

$V_2 = 274,4\%V_1 = \dfrac{2744a^3}{1000} = \left(\dfrac{14a}{10}\right)^3 = (a + x\%a)^3$

$de\ donde\ x = 40$

A1=a^2 , A2= (140%a)^2= 196%A1

Rpta.: B

5. En un laboratorio que produce insecticidas, ponen a prueba un nuevo producto que lo aplican a 6800 insectos, luego de unos segundos murieron 1564. ¿Qué porcentaje lograron sobrevivir?

A) 64% B) 72% C) 65% D) 68% E) 77%

Solución:

$sobrevivientes = 6800 - 1564 = 5236$

$luego:\quad 6800 \rightarrow 100\%$

$5236 \rightarrow x\ ,\quad x = \dfrac{5236(100)}{6800} = 77\%$

Rpta.: E

6. Al vender dos artículos a un mismo precio de 240 soles cada uno, en el primero se ganó el 20% y en el segundo se perdió el 20%. ¿Cuántos soles perdió en la venta de ambos artículos?

A) 25 B) 15 C) 12 D) 20 E) 18

Solución:

1) $P_V = P_C + gan.$

$240 = P_C + 20\%P_C \rightarrow P_C = 200, \quad gana = 40$

2) $P_V = P_C - pierde$

$240 = P_C - 20\%P_C \rightarrow P_C = 300, \quad pierde = 60$

$\therefore pierde = 60 - 40 = 20$

Rpta.: D

7. Se debe fijar el precio de un artículo aumentando 420 soles al precio de costo, para que al momento de venderlo con una rebaja del 10%, aun así se gane el 8% del precio de costo. ¿Cuántos soles será la ganancia en la venta?

A) 168 B) 260 C) 124 D) 262 E) 160

Solución:

1) $P_F = P_C + 420$

2) $P_V = P_C + gan.$

$90\%(P_C + 420) = P_C + 8\%P_C \rightarrow P_C = 2100$

$\therefore P_F = 2100 + 420 = 2520$

Gan=8%(2100)=168

Rpta.: A

8. Rocío gasta durante una semana el 60% de su ahorro más 20 soles. En la segunda semana gasta los 90 soles restantes. ¿Cuántos soles tenía ahorrado?

A) 280 B) 265 C) 275 D) 250 E) 260

Solución:

A= ahorro

60%A+20+90=A. De donde A=275

Rpta.: C

9. Pedro hace dos apuestas, perdiendo en la primera el 20% de lo que tenía y en la segunda ganando el 50% de lo que le quedaba después de su primera apuesta. Si al final se quedó con 240 soles, ¿cuántos soles fue su ganancia?

A) 40 B) 30 C) 10 D) 20 E) 50

Solución:

$$tenía = x$$
$$queda = 150\%(80\%x) = 240$$
$$x = 200$$

Gan.=40

Rpta.: A

10. Pedro fija el precio de su carro duplicando su costo para que así al venderlo con un descuento del 40%, se gane 2000 dólares. ¿Cuántos dólares es el precio de costo del carro?

A) 10 000 B) 9500 C) 80 000 D) 10 500 E) 11 000

Solución:

60%PF=PC+2000

60%2PC=PC+2000

De aquí PC=10000

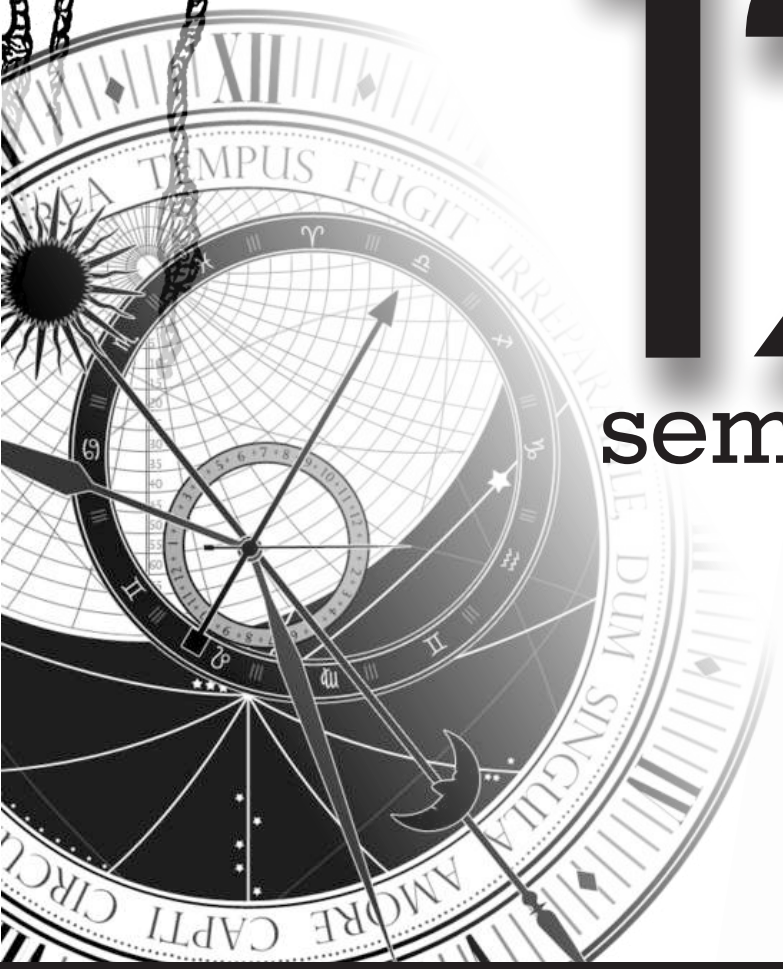
Rpta.: A

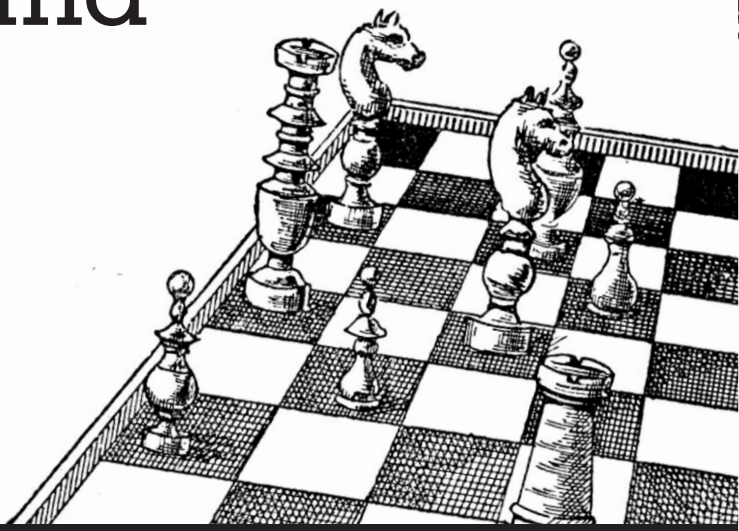
ARITMÉTICA

MANUAL DE PRACTICAS Y EJERCICIOS

12

semana





pre SAN MARCOS

Manhattan Editores

Aritmética

MAGNITUDES PROPORCIONALES - REPARTO PROPORCIONAL- REGLA DE TRES

MAGNITUDES PROPORCIONALES

MAGNITUD: Es todo lo susceptible de variación (aumento o disminución) y que puede ser cuantificado. Dos magnitudes tienen cierta relación de proporcionalidad si, al variar una de ellas, entonces la otra también varía en la misma proporción. Dicha relación de proporcionalidad puede ser de dos tipos:

A) MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES (D.P.)

Se dice que dos magnitudes son directamente proporcionales (D.P.) cuando al aumentar los valores de una de ellas los valores correspondientes en la otra magnitud también aumentan en la misma proporción o viceversa.

Observación 1:

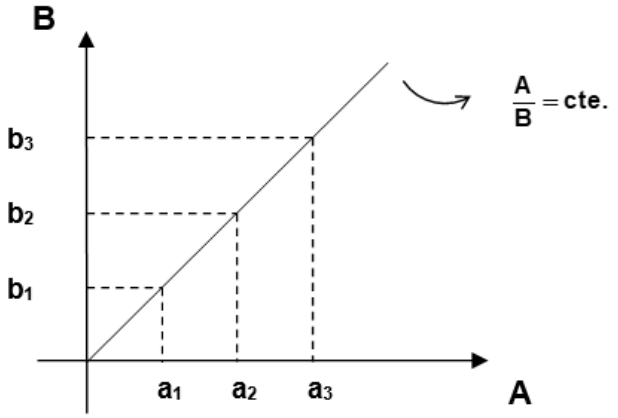
La magnitud "A" es directamente proporcional a la magnitud "B" equivale a:

$$A \ \ D.P. \ \ B \Leftrightarrow \frac{A}{B} = cte.$$

VALORES NUMÉRICOS

A	a_1	a_2	a_3	…	a_n
B	b_1	b_2	b_3	…	b_n

$$\therefore \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = ... = \frac{a_n}{b_n}$$



Función de Proporcionalidad Directa

F(x) = kx, k: Cte.

Ejemplo:

Distancia	**100**	**200**	**300**	**400**
Velocidad	**20**	**40**	**60**	**80**

B) *MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES (I.P.)*

Dos magnitudes son inversamente proporcionales (I.P.) cuando al aumentar los valores de una de ellas, los valores correspondientes de la otra magnitud disminuyen en la misma proporción o viceversa.

Es decir, si los valores de una de ellas se duplica, triplica,… los valores correspondientes se reducen a su mitad, tercera parte… respectivamente.

Observación 2:

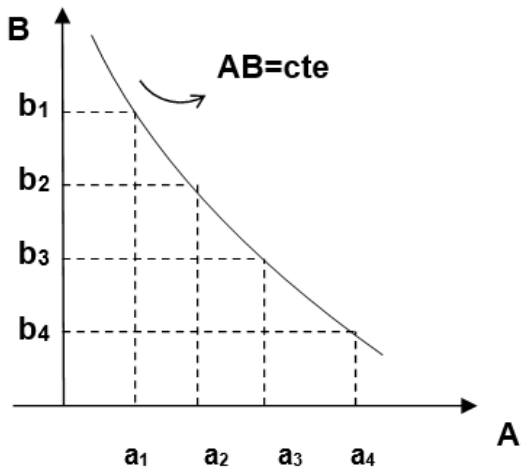
La magnitud "A" es inversamente proporcional a la magnitud "B" equivale a:

$$A \ \text{I.P.}\ B \Leftrightarrow A \times B = cte.$$

VALORES NUMÉRICOS

A	a_1	a_2	a_3	…	a_n
B	b_1	b_2	b_3	…	b_n

$$\therefore a_1 b_1 = a_2 b_2 = a_3 b_3 = \ldots = a_n b_n$$



Función de Proporcionalidad Inversa

$$F(x) = \frac{k}{x}, \quad k: Cte$$

Ejemplo:

V	**50**	**100**	**200**	**250**	**500**
T	**20**	**10**	**5**	**4**	**2**

PROPIEDADES

I) **Si A D.P. B $\wedge$ B D.P. C $\rightarrow$ A I.P. C**

II) **Si A I.P. B $\rightarrow$ A D.P. $\frac{1}{B}$**

III) **Si A D.P. B (C es constante)**
Si A D.P. C (B es constante)
$\therefore$ A D.P. B x C $\rightarrow \frac{A}{BxC}$ = cte.

IV) **Si A I.P. B (C es constante)**
A I.P. C (B es constante)
$\therefore$ A I.P. B x C $\rightarrow$ A x B x C = cte.

V) **Si A D.P. B $\rightarrow \frac{(\text{valor A})^n}{(\text{valor B})^n}$ = cte.**

Si A I.P. B $\rightarrow$ $(\text{valor A})^n$ x $(\text{valor B})^n$ = cte.

REPARTO PROPORCIONAL

Es una aplicación de las magnitudes proporcionales, que consiste dividir una cantidad en varias partes, las cuales deben ser proporcionales a un conjunto de **números o cantidades llamados índices de reparto.**

REPARTO DIRECTAMENTE PROPORCIONAL

Sea "C" la cantidad a repartir y los índices de reparto: a_1; a_2 ; a_3; …; a_n

$$C\left\{\begin{array}{l} a_1 \times K \\ a_2 \times K \\ a_3 \times K \\ . \\ . \\ . \\ a_n \times K \end{array}\right. \Longrightarrow K = \frac{C}{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n} \Rightarrow$$

Partes

$P_1 = a_1 K$
$P_2 = a_2 K$
$P_3 = a_3 K$
.
.
.
$P_n = a_n K$

Ejemplo:

Repartir 720 soles en forma directamente proporcional a 2; 3; y 4

$$720\begin{cases} 2K \\ 3K \\ 4K \end{cases} \Rightarrow K = \frac{720}{2+3+4} = 80$$

$P_1 = 2(80) = 160$

$P_2 = 3(80) = 240$

$P_3 = 4(80) = 320$

REPARTO INVERSAMENTE PROPORCIONAL

Sea "C" la cantidad a repartir y los índices de reparto: a_1; a_2 ; a_3; …; a

$$C\begin{cases} \frac{1}{a_1} x MCM[a_1, a_2, a_3, ..., a_n] = \alpha_1 K \\ \frac{1}{a_2} x MCM[a_1, a_2, a_3, ..., a_n] = \alpha_2 K \\ \frac{1}{a_3} x MCM[a_1, a_2, a_3, ..., a_n] = \alpha_3 K \\ . \\ . \\ . \\ \frac{1}{a_n} x MCM[a_1, a_2, a_3, ..., a_n] = \alpha_n K \end{cases} \Rightarrow K = \frac{C}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + ... + \alpha_n}$$

Ejemplo:
Repartir 780 soles en forma inversamente proporcional a 6; 9; y 12.

$$780\begin{cases} \frac{1}{6} MCM(6,9,12) = 6K \\ \frac{1}{9} MCM(6,9,12) = 4K \\ \frac{1}{12} MCM(6,9,12) = 3K \end{cases} \Rightarrow K = \frac{780}{6+4+3} = 60$$

$P_1 = 6(60) = 360$

$P_2 = 4(60) = 240$

$P_3 = 3(60) = 180$

REGLA DE TRES

REGLA DE TRES SIMPLE

Es cuando se tienen dos magnitudes proporcionales y puede ser:

i) REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA

Es cuando se tiene dos magnitudes directamente proporcionales. El esquema es el siguiente:

A	B
a_1	b_1
x	b_2

$$\rightarrow \quad \mathbf{x = \frac{a_1 b_2}{b_1}}$$

ii) REGLA DE TRES SIMPLE INVERSA

Es cuando se tiene dos magnitudes inversamente proporcionales. El esquema es el siguiente:

A	B
a_1	b_1
x	b_2

$$\rightarrow \quad \mathbf{x = \frac{a_1 b_1}{b_2}}$$

REGLA DE TRES COMPUESTA:

Es cuando se tienen tres o más magnitudes proporcionales. Supongamos que las magnitudes A con B son directas y A con C son inversas, entonces el esquema es el siguiente:

B	A	C
b_1	a_1	c_1
b_2	x	c_2

$$\therefore \quad \mathbf{x = \frac{a_1 b_2 c_1}{b_1 c_2}}$$

Aritmética

EJERCICIOS

1. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones en el orden indicado:

I. La fuerza con que dos masas se atraen es proporcional al producto de sus masas dividido por la distancia que las separa al cuadrado; entonces, la fuerza de atracción es inversamente proporcional a la distancia que las separa al cuadrado, siendo las masas constantes.
II. Si la distancia entre dos cuerpos se duplica, entonces la fuerza de atracción se reduce a la mitad.
III. A mayor masa de los cuerpos, mayor será la fuerza con la que se atraen.

A) VVV B) VFF C) FFV D) VFV

Solución:

I. $F = K\frac{m_1m_2}{d^2} \rightarrow Fd^2 = Km_1m_2$ (V)

II. Si la distancia de duplica, la fuerza se reduce a su cuarta parte (F)
III. La Fuerza y el producto de las masas son directamente proporcionales. (V)

Rpta.:D

2. Las edades de Guillermo, Diego y Samira son DP a 2^{200}, 4^{101}, 8^{68}, respectivamente. Si Samira nació 45 años antes que Guillermo, ¿cuál es la edad de Diego?

A) 3 B) 12 C) 9 D) 11

Solución:

Convirtiendo:

2^{200}; 2^{202} ; 2^{204}
Dividiendo entre 2^{200}
1; $2^2 = 4$; $2^4 = 16$
Luego las edades serian: k; 4k y 16 k
16k-k=45
K=3
Edad pedida: 4x3=12

Rpta.: B

3. La viscosidad de cierto aceite, que fluye en una maquinaria, es inversamente proporcional a la temperatura para valores menores o iguales que 50°C; pero, es directamente proporcional para temperaturas mayores o iguales a 50°C. Si la viscosidad es igual a 80 centipoises cuando la temperatura es igual a 25°C, determine el valor de la viscosidad, en centipoises, cuando la temperatura sea 75°C.

A) 12 B) 64 C) 60 D) 48

Solución:

$$\left\{\begin{array}{ll} V \times T = k_1 \ ; & T \leq 50 \\ \dfrac{V}{T} = k_2 \quad ; & T \geq 50 \end{array}\right\}$$

$$\rightarrow 80 \times 25 = V(50) \ \rightarrow V = 40$$

$$\rightarrow \frac{40}{50} = \frac{X}{75} \rightarrow X = 60$$

Rpta.: C

4. En un circuito eléctrico, la potencia es proporcional a la resistencia del conductor y al cuadrado de la intensidad de la corriente. Cuando circulan 25 amperios por una resistencia de 30 ohmios, la potencia es de 20 kilovatios-hora. Determine el costo de la energía a 6 soles el kilovatio- hora; si durante 50 minutos circula una corriente de 15 amperios por una resistencia de 54 ohmios.

A) S/68,4 B) S/64,8 C) S/45,60 D) S/60,60

Solución:

POTENCIA	INTENSIDAD^2	RESISTENCIA
20	25	30
p	15	54

$$\frac{20}{25^2(30)} = \frac{p}{15^2(54)}$$

$$p = 324/25$$

Pago=x=(324/25)(50/60)6=64,8

Rpta.: B

5. Un pozo de forma cilíndrica, de 5 m de radio y 16 m de profundidad, es construido en 5 días por un grupo de12 obreros. Determine la longitud, en metros, del radio de otro pozo de igual forma, cuya profundidad es 4 metros más que el primer pozo para que, 18 obreros, de igual rendimiento que los del primer grupo, lo terminen de construir en 6 días.

A) 6 B) 4 C) 7 D) 5

Solución:

Sea r el radio del segundo pozo

obreros	días	volumen
12	5	$5^2(16)$
6	18	$(r)^2(20)$

$$\frac{12(5)}{25\ (16)} = \frac{6(18)}{r^2(20)}$$

$$r = 6$$

Radio =6

Rpta.: A

6. El gerente de una tienda por departamentos decide que la comisión que reciben sus trabajadores sea proporcional al número de clientes que logren asociar a la tarjeta de crédito e inversamente proporcional al número de días que falten a su trabajo. Si César. quien faltó 4 días, logró captar 6 nuevos clientes y obtuvo una comisión de S/1200, ¿cuál será la comisión que recibe Luis, si asoció 8 clientes a la tarjeta de crédito y faltó 5 días al trabajo?

A) S/ 1820 B) S/ 1080 C) S/ 1280 D) S/ 1440

Solución:

sueldo	clientes	días
1200	6	4
s	8	5

$$\frac{1200(4)}{6}=\frac{s(5)}{8}$$
$$s=1280$$

Rpta.: C

7. Ignacio, Martín y Hannah participaron en un concurso de coreografías y ganaron un premio en efectivo el cual lo repartieron en cantidades inversamente proporcionales a los errores cometidos en su presentación, que son 21, 32 y 14 respectivamente; pero, luego de un acuerdo deciden que el reparto sea proporcional a 37, 21 y 43 respectivamente, motivo por el cual uno de ellos devolvió S/6300. ¿Cuánto dinero, en soles, recibió Ignacio?

A) 26460 B) 46620 C) 40320 D) 22480

Solución:

Según el primer acuerdo Ignacio recibe S/I, Martín recibe S/ M y Hanah recibe S/H

$$21I=32M=14H\rightarrow\frac{I}{32}=\frac{M}{21}=\frac{H}{48}=K\rightarrow \text{total}=101k$$

En el acuerdo final

Ignacio recibe $37k$, Martin $21k$ y Hanah $43k$

Hanah devuelve $\rightarrow 48k-43k=6300\rightarrow k=1260$

Ignacio recibio $37k=46620$

Rpta.: B

8. Diana inicia un negocio con S/40 000, a los 7 meses admite a Carlos como socio quien aporta S/30 000 y 5 meses después de la fecha que ingresó Carlos, admite a Arturo como socio quien aporta S/20 000. Si a los 6 años de iniciado se liquidó el negocio y las utilidades ascendían a S/36 180, ¿qué ganancia correspondió a Diana?

A) 21300 B) 11700 C) 17280 D) 32664

Solución:

$$\frac{\text{Ganancia}}{\text{Aporte.Tiempo}} = k$$

$$\frac{D}{40000.72} = \frac{C}{30000.65} = \frac{A}{20000.60} \rightarrow \frac{D}{96} = \frac{C}{65} = \frac{A}{40} \rightarrow \frac{36180}{201} = \frac{D}{96}$$

$$D = 17\ 280$$

Rpta.: C

9. El contratista Carlos proyecta realizar una obra en 11 días empleando cierta cantidad de obreros, trabajando 8 horas diarias. Debido a un inconveniente salarial, todos los obreros renuncian habiendo trabajado solo el primer día, por lo cual la obra queda paralizada los siguientes 6 días. Para culminar la obra en el plazo establecido, Carlos contrata cierta cantidad de obreros doblemente eficientes que los renunciantes y aumenta en dos horas el trabajo diario. Determine la relación entre la cantidad de obreros que renunciaron y la cantidad de obreros que culminaron la obra.

A) 1/1 B) 1/2 C) 2/3 D) 3/4

Solución:

OBREROS (efic.)	**DÍAS**	**HORAS / DÍA**	**OBRA**
A (1)	11	8	1
B (2)	4	10	10/11

A(1)(11)(8)(10/11) = B(2)(10)(1) → A/B=1/1

Rpta.: A

10. Quince hombres y 10 mujeres pueden cosechar 25 hectáreas de trigo en 40 días, después de 10 días de trabajo se retiran 5 hombres y 5 mujeres. Determine con cuantos días de retraso se termina la cosecha si el trabajo que realiza un hombre equivale al trabajo que realizan 2 mujeres.

A) 12 B) 15 C) 18 D) 20

Solución:
El trabajo de 1 hombre equivale al trabajo de 2 mujeres entonces el trabajo de 15 hombres equivale al trabajo de 30 mujeres. El trabajo de 15 hombres y 10 mujeres equivale al trabajo de 40 mujeres.

$$\frac{\text{Obra}}{\#\text{obreros}.\ \#\text{dias}} = k$$

$$\frac{20}{40.\ 40} = \frac{a}{40.\ 10} = \frac{b}{25x} \rightarrow 25x = 1200 \rightarrow x = 48$$

El retraso fue de 18 días

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la planta de vinificación "Toma Alta" se usan 4/5 de una camionada de uva para elaborar 1/5 de la producción anual de vino. ¿Cuántas camionadas de uva, con la misma capacidad que la anterior, se necesitan para elaborar el total de vino anual?

A) 2 B) 8 C) 6 D) 4

Solución:

Camionada	Producción
4/5	1/5
x	1

$$\frac{\text{camionadas}}{\text{produccion}} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{1}{5}} = \frac{x}{1}$$

$x = 4$

Rpta.: D

2. Una bomba hidráulica tarda 625 minutos en llenar un reservorio vacío. Cuando el tanque está lleno hasta la quinta parte de su capacidad, se malogra la bomba y su rendimiento disminuye en un tercio. ¿Cuánto tardará la bomba en llenar lo que falta del reservorio?

A) 12 h B) 12 h 30 min C) 11 h 36 min D) 10h 30 min

Solución:

BOMBA	TIEMPO	RESERVORIO
1	625	1
2/3	x	4/5

$$\frac{1(625)}{1} = \frac{(2/3)(x)}{4/5}$$
$$x = 750$$
$$x = 12h\ \ 30\min$$

Rpta.: B

3. Un albañil puede tarrajear las paredes y el techo de una casa en 20 días; pero con la ayuda de su hijo, también albañil, puede hacer el mismo trabajo en 15 días. Si el hijo trabajara solo, ¿en cuántos días puede tarrajear las paredes y el techo de la misma casa?

A) 93 B) 74 C) 60 D) 26

Solución:

Obra por persona	Días
A	20
A+ H	15
H	x

Obra por persona por días

$$Ax20 = (A+H)x15 = hxX$$
$$ax4 = ax3 + Hx3$$
$$A = 3H$$

Donde

$$Ax20 = HxX$$
$$3Hx20 = HxX$$
$$X = 60$$

Rpta.: C

4. Ramón realiza un trabajo en 10 horas y su ayudante, el mismo trabajo, en 15 horas. Si el ayudante comienza primero y, después de 5 horas trabajan juntos hasta terminar la obra, ¿cuántas horas trabajaron juntos?

A) 5 B) 6 C) 2 D) 4

Solución:

Ramon 1h……1/10
Ayudante 1h……1/15
5h……x

X=1/3 de obra
Juntos
1h…… (1/10+1/15) =1/6

y……0……2/3
Luego y = 4 horas

Rpta.: D

5. En cierto proceso se descubrió que, la producción es directamente proporcional al número de máquinas e inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la antigüedad de ellas. Inicialmente, habían 15 máquinas con 9 años de antigüedad y en la actualidad se cuenta con 3 máquinas más, con 4 años de uso cada una. Halle la razón entre la producción anterior y la actual.

A) 10/3 B) 7/8 C) 10/13 D) 3/4

Solución:

#MAQUINAS	**PRODUCCIÓN**	**ANTIGÜEDAD**
15	A	9
3	B	4

$$\frac{\text{Produccion}\sqrt{\text{Antiguedad}}}{\text{N°de maquinas}} = \text{cte}$$

$$\frac{A}{15}\sqrt{9} = \frac{B}{3}\sqrt{4}$$

$$\frac{A}{5} = \frac{2B}{3}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{10}{3}$$

Antes: A=10
Ahora A+B=13
La razón es 10/13

Rpta.: C

6. Tres distancias están en la misma relación que las raíces cuadradas de: 27; 48 y 75; el doble de la mayor excede a la menor en 42 Km. ¿Cuántos kilómetros mide la distancia intermedia?

A) 24 B) 12 C) 8 D) 10

Solución:

$$\frac{A}{\sqrt{27}}=\frac{B}{\sqrt{48}}=\frac{C}{\sqrt{75}}$$

$$\frac{A}{2\sqrt{3}}=\frac{B}{4\sqrt{3}}=\frac{C}{5\sqrt{3}}=k$$

$$\frac{A}{2}=\frac{B}{4}=\frac{C}{5}=k$$

$$2(5k)-3k=42$$

$$k=6$$

$$B=4x6=24$$

Rpta.: A

7. Renata, Abdul, Lourdes y Camila invierten en un negocio de importación de productos electrónicos de China. Se sabe que sus capitales invertidos son proporcionales a los cuadrados de los 4 primeros números primos y que luego de un año se reparten las ganancias producidas que ascienden a $1740. ¿Cuánto le corresponderá a Camila si fue la mayor inversionista?

A) 1000 B) 986 C) 980 D) 940

Solución:

Los cuadrados mencionados son:
4; 9; 25 y 49

$$k=\frac{1740}{4+9+25+49}=14$$

Parte pedida: $9x20=980$

Rpta.: C

8. Hermelinda tiene 4 hijos: César, Daniel, Milú y Gustavo, cuyas edades en años se representan con números enteros consecutivos respectivamente; ella desea repartir cierta cantidad de dinero proporcionalmente a sus edades, de tal manera que César, el menor de todos, reciba los cuatro quintos de Gustavo. ¿Cuánto recibirá Gustavo si a Milú le correspondería S/210?

A) S/225 B) S/310 C) S/320 D) S/350

Solución:

Sean las edades: n, (n+1), (n+2), (n+3)
Las cantidades que les corresponderían: nk, (n+1)k, (n+2)k, (n+3)k

$$nk = \frac{4}{5}(n+3)k$$
$$n = 12$$

14k=210
k=15
el mayor recibiría :15(15)=225

Rpta.: A

9. Un grupo de cincuenta obreros hacen 75 km de carretera en la costa en 40 días, laborando 9 horas diarias. Si para construir una carretera de 300 km en la selva, donde la dificultad es el triple que en la costa, se contrata otro grupo de 100 obreros con una eficiencia 50% mayor que la de los obreros anteriores, y los dos grupos laborarán juntos a razón de 8 horas diarias, ¿en cuántos días construirán dicha carretera en la selva?

A) 135 B) 80 C) 150 D) 120

Solución

$$\frac{\text{Obra. Grado de dificultad}}{\#\text{obreros. }\#\text{dias. }\#\text{h/d.eficiencia}} = k$$

$$\frac{75.\ 1}{50.\ 40.\ 9.\ 1} = \frac{300.\ 3}{50x.8.1+100x.8.\ 1,5} \rightarrow x = 135$$

Rpta.: A

10. Para medir el ancho de un río se usan dos estacas colocadas en la misma orilla del río y se miden simultáneamente las sombras que hacen en tierra en la otra orilla, con los siguientes resultados: con la estaca de 2 metros de alto se midieron 3 metros de sombra en tierra y para una estaca de 3,5 metros se midieron 12 metros de sombra en tierra. ¿Cuántos metros mide el ancho del río?

A) 10,5 B) 8 C) 13,5 D) 9

Solución:

Longitud de la estaca : LE

Longitud de la sombra : LS

$$\frac{LE}{LS} = K \rightarrow \frac{2}{x+3} = \frac{3,5}{x+12} \rightarrow x = 9$$

Rpta.: D

Aritmética

EJERCICIOS

1. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones, en ese orden:

I. Si la presión arterial PA es proporcional al gasto cardiaco GC y a la resistencia vascular periférica RVP entonces $\dfrac{\mathrm{PA}}{\mathrm{GC}\times\mathrm{RVP}}=cte$

II. Si el índice de masa corporal IMC de una persona es inversamente proporcional al cuadrado de su estatura E y proporcional a su peso P entonces $\dfrac{\mathrm{IMC}\times\mathrm{E}^2}{\mathrm{P}}=cte$

III. Si la dosis D de un medicamento administrado es directamente proporcional al peso corporal PC y este inversamente proporcional a la dosis del fármaco DF, entonces $\dfrac{\mathrm{D}}{\mathrm{PC}\times\mathrm{DF}}=cte$

A) VFV B) VVF C) VFF D) VVV

Solución:

I. Tenemos: PA D.P. GC y PA D.P. RVP entonces $\dfrac{\mathrm{PA}}{\mathrm{GC}\times\mathrm{RVP}}=cte$ (V)

II. Como IMC I.P. E^2 y IMC D.P. P entonces $\dfrac{\mathrm{IMC}\times\mathrm{E}^2}{\mathrm{P}}=cte$ (V)

III. Por dato, D D.P. PC y PC I.P. DF, entonces $\dfrac{\mathrm{D}}{\mathrm{PC}\times\mathrm{DF}}=cte$ (V)

Rpta.: D

2. Cinco máquinas iguales fabrican cierta cantidad de botones empleando 8 horas. Si solo se utiliza cuatro de estas máquinas, ¿en cuántas horas realizarán el mismo trabajo?

A) 5 B) 10 C) 12 D) 15

Solución:

Notamos que: # máquinas y # horas son I.P.

$$\#\ máquinas\times\#\ horas=cte$$

Entonces $4x=5(8)\Rightarrow x=10$

Rpta.: B

3. Gabriel en su visita al Cusco se hospedó en un hotel donde le proporcionaron un mapa a escala, con los lugares turísticos del Cusco, y le dijeron que ocho centímetros del mapa representaban 900 metros de la realidad. Si Gabriel ese mismo día decidió visitar una iglesia colonial que se encuentra a doce centímetros del hotel en el mapa, ¿a cuántos metros del hotel realmente se encuentra esta iglesia?

A) 1200 B) 1250 C) 1300 D) 1350

Solución:

$\#\ centímetros(mapa)$	$\#\ metros(realidad)$
8	900
12	x

Notamos que

$$\frac{\#\ metros}{\#\ centímetros} = cte$$

Entonces

$$\frac{x}{12} = \frac{900}{8} \Rightarrow x = 1350$$

Rpta.: D

4. Un médico pediatra debe suministrar a su paciente 80 mg de Gentamicina contenidos en 2ml de ampolla. Si cada dosis de Gentamicina debe ser de 20mg, ¿cuántos ml de ampolla se le administró al niño en cada dosis?

A) 0,4 B) 0,5 C) 0,8 D) 0,75

Solución:

Notamos que: # ml (ampolla) y # mg (medicamento) son D.P.

$$\frac{\#\,ml\left(ampolla\right)}{\#\,mg(medicamento)} = cte$$

Entonces

$$\frac{2}{80} = \frac{x}{20} \Rightarrow x = 0,5$$

Rpta.: B

5. Supongamos que, para todo bebé mayor de 3 meses y menor de 12 meses, se cumple que su peso en kg es directamente proporcional a su edad en meses más 9. Determine la suma del número que representa la edad en meses que tiene un bebé que pesa 8 kg y el número que representa el peso en kg que tiene un bebé de 11 meses.

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18

Solución:

Por dato: # meses y # kg son D.P. Además: $3 < Edad(meses) < 12$

Por datos tenemos: $\dfrac{\text{Edad (meses)} + 9}{\text{Peso(kg)}} = \text{cte}$

Entonces

$$\frac{e+9}{8} = \frac{11+9}{P} \Rightarrow e = 7 \wedge P = 10 \quad \therefore \; e + P = 17$$

Rpta.: C

6. Para construir un reservorio de agua, un grupo de obreros tendrá que remover 900m^3 de tierra en 18 días. Al cabo de 11 días de labor el maestro de obra determina que es necesario remover 300m^3 adicionales de tierra y culminar todo el trabajo 3 días antes de lo establecido al inicio, por lo que contrató otros 17 obreros, de los cuales 7 obreros tienen igual habilidad a los que iniciaron la obra y 10 obreros doblemente hábiles con respecto a estos 7. ¿Cuántos obreros empezaron la obra?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 45

Solución:

Sea n el número de obreros que iniciaron la obra; según los datos tenemos:
En 11 días ya han realizado 550 m^3 entonces falta 900+300–550=650 m^3
Días que quedan= 18 – 11– 3 = 4

$$cte = \frac{\#obreros \times \#días}{\#m^3} = \frac{n \times 18}{900} = \frac{(n + 2(10) + 7) \times 4}{650} \Rightarrow n = 12$$

Rpta.: B

7. Andrés, Jorge y Pedro son nietos de Félix, cuyas edades en años son números enteros consecutivos respectivamente. Hace exactamente un año Félix pensó repartir cierta cantidad de dinero en forma directamente proporcional a las edades de sus nietos, como no pudo hacerlo, recién hoy repartió la misma cantidad. ¿Cómo varía la parte de que le tocó a Jorge?

A) aumenta en 1/3 B) disminuye en 1/3
C) no varía D) aumenta en 1/5

Solución:

Cantidad a repartir N:

Reparto del año pasado: $\dfrac{A}{n-1} = \dfrac{J}{n} = \dfrac{P}{n+1} = \dfrac{N}{3n} \Rightarrow J = \dfrac{N}{3}$

Reparto del presente año: $\dfrac{A}{n} = \dfrac{J}{n+1} = \dfrac{P}{n+2} = \dfrac{N}{3n+3} \Rightarrow J = \dfrac{N}{3}$

Observándose que la parte de Jorge no varía.

Rpta.: C

8. Veinte obreros pueden hacer una obra en sesenta días. Después de hacer la tercera parte de la obra, cada obrero aumenta su eficiencia en 40% y cuatro días después renuncia una cierta cantidad de obreros y los que se quedaron terminaron la obra siete días después de lo previsto trabajando con la misma eficiencia con la que iniciaron el trabajo. ¿Cuántos obreros terminaron la obra?

A) 16 B) 15 C) 14 D) 12

Solución:

Sea n la cantidad de obreros que terminaron la obra.

$$20\times 40 = 28\times 4 + (n)\times 43 \Rightarrow n = 16$$

Por lo tanto, los obreros que quedaron y terminaron la obra fueron 16.

Rpta.: A

9. En pediatría, para administrar cierto tipo de suero, se debe cumplir que el número de microgotas por minuto debe ser proporcional al volumen total en centímetros cúbicos e inversamente proporcional al tiempo total en horas. En el tratamiento de un bebé con dicho tipo de suero se le administró 2400ml en 20 horas, a razón de 120 microgotas por minuto. Si para dicho bebé se le hubiese administrado 3000ml del mismo tipo de suero en todo un día, ¿cuántas microgotas por minuto debieron considerarse?

A) 125 B) 120 C) 100 D) 75

Solución:

# (*microgotas* / min)	*Volumen*(*cc*)	*Tiempo total* (*horas*)
120	2400	20
x	3000	24

De los datos tenemos: $\dfrac{\#(\text{microgotas por minuto})\times \text{Tiempo total (horas)}}{\text{Volumen total (cc)}} = cte$

Sea n el número de microgotas por minuto que se administra al bebé, entonces:

$$\frac{120\times 20}{2400} = \frac{n\times 24}{3000} \Rightarrow n = 125$$

Rpta.: A

10. Un empresario panadero empezó un negocio, después de nueve meses aceptó a un socio y al cumplir un año de iniciado el negocio acepta a su hijo mayor como socio. Dieciséis meses después de iniciado el negocio se realiza un primer balance, donde se observó una ganancia total de 54 000 soles. Si los tres colocaron igual capital, ¿cuál fue la ganancia en soles que obtuvo el hijo mayor del empresario panadero?

A) 6000 B) 7500 C) 8000 D) 9000

Solución:

Aplicamos la regla de compañía: $\dfrac{\text{Ganancia}}{\text{Capital}\times\text{Tiempo}} = cte$

$$\frac{F}{C\times 16} = \frac{S}{C\times 7} = \frac{H_{mayor}}{C\times 4} \Rightarrow \frac{F}{16} = \frac{S}{7} = \frac{H_{mayor}}{4} = \frac{54000}{27} = 2000 \therefore H_{mayor} = 8000 .$$

Por lo tanto, la ganancia del hijo mayor fue 4(2000) = 8000 soles.

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones, en ese orden.

I. Si aumenta el precio (P) de un producto disminuye la cantidad demandada (Q) en la misma proporción, entonces se cumple que P es inversamente proporcional a Q.
II. Si aumenta el precio (P) de un producto, aumenta la cantidad ofertada(O) en la misma proporción, entonces se cumple que P es directamente proporcional a O.
III. El peso específico (Pe) de un líquido es igual al cociente entre el peso(P) del líquido en kg y el volumen(V) en cm^3 del líquido, entonces P y V son magnitudes directamente proporcionales cuando Pe es constante.

A) FVV B) FVF C) VVV D) VVF

Solución:

I. Si aumenta el precio (P) de un producto disminuye la cantidad demandada (Q) en la misma proporción, entonces se cumple que P es inversamente proporcional a Q. **(V)**
II. Si aumenta el precio (P) de un producto, aumenta la cantidad ofertada (O) en la misma proporción, entonces se cumple que P es directamente proporcional a O. **(V)**
III. El peso específico (Pe) de un líquido es igual al cociente entre el peso (P) del líquido en kg y el volumen (V) en cm^3 del líquido, entonces P y V son magnitudes directamente proporcionales cuando Pe es constante. **(V)**

Rpta.: C

2. Se sabe que la fuerza de atracción entre dos cuerpos varía en forma directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. Si la distancia entre dos cuerpos aumenta en un 25%, ¿qué ocurre con la fuerza de atracción entre ellos?

A) Disminuye en 36% B) Disminuye en 64%
C) Aumenta en 36% D) Disminuye en 40%

Solución:

Sean F : Fuerza de atracción, m, M :masas de los cuerpos

d : distancia entre los cuerpos

Por dato $\dfrac{F \times d^2}{m \times M} = cte$

Así

$$\frac{F \times d^2}{m \times M} = \frac{F_1 \times (125\% d)^2}{m \times M}$$

Entonces $F \times d^2 = F_1 \times \left(\dfrac{125}{100} d\right)^2 \Rightarrow F = F_1 \dfrac{25}{16} \Rightarrow F_1 = \dfrac{16 \times 4}{25 \times 4} F \Rightarrow F_1 = 64\% F$

Por lo tanto, la fuerza de atracción disminuye en 36%

Rpta.: A

3. Una cuadrilla de ocho mineros abre una galería de 120 metros de longitud en doce días. Otra cuadrilla de 16 mineros, trabajando con el mismo rendimiento que los anteriores, ¿cuántos metros de galería abrirán en 29 días, en el mismo lugar?

A) 560 B) 480 C) 580 D) 640

Solución:

De los datos $\dfrac{\#\text{ mineros} \times \#\ días}{longitud\ (metros)} = cte$

Entonces $\dfrac{8 \times 12}{120} = \dfrac{16 \times 29}{x} \Rightarrow x = 580$ metros.

Rpta.: C

4. El peso en kg de un niño, cuya edad en años está entre 7 y 12 años, es directamente proporcional al triple de su edad en años, más 3 y su estatura en cm es directamente proporcional a 6 veces su edad en años, más 77. Si la estatura de un niño de 11 años que pesa 48 kg es 143 cm, determine la suma del número entero de años y el número entero de cm de estatura que tiene un niño que pesa 36kg.

A) 123 B) 133 C) 145 D) 142

Solución:

Por dato

$$\frac{\text{Peso(kg)}}{3 \times \text{Edad (años)} + 3} = cte, \quad \frac{\text{Estatura(cm)}}{6 \times \text{Edad (años)} + 77} = cte$$

Entonces

$$\frac{48}{3\times 11+3}=\frac{36}{3\times y+3}\Rightarrow y=8\ \ años$$

Además

$$\frac{143}{6\times 11+77}=\frac{x}{6\times 8+77}\Rightarrow x=125\ cm$$

Luego el niño tiene 8 años y 125 cm de estatura.

Por lo tanto: $8+125=133$

Rpta.: B

5. Si trabajando 14 horas diarias durante 15 días, 5 hornos consumen 25 toneladas de carbón, ¿cuántas toneladas de carbón consumirán 7 hornos, que tienen la mitad de capacidad que los anteriores, trabajando 12 horas diarias durante 30 días?

A) 20 B) 30 C) 25 D) 40

Solución:

h/d	#días	#hornos	#ton. carbon
14	15	5 (2)	25
12	30	7 (1)	x

Como

$$\frac{\#\text{ ton. carbon}}{\text{h/d}\times\#\text{días}\times\#\text{hornos}}=\text{constante}\qquad\rightarrow\frac{25}{14\times 15\times 5(2)}=\frac{x}{12\times 30\times 7(1)}\Rightarrow x=30$$

Por lo tanto, se necesitarán 30 toneladas de carbón.

Rpta.: B

6. A Yaritza, la secretaria de Juan, le encargaron redactar el informe final de un trabajo de investigación, escribiendo cada día una misma cantidad de páginas. Ella calcula que escribiendo cada día dos páginas menos de lo establecido, acabará cinco días después de lo previsto; mientras que si escribe cada día cuatro páginas más de lo establecido, acabará cinco días antes de lo previsto. ¿Cuántas páginas tendrá escribir Yaritza para redactar dicho informe?

A) 96 B) 144 C) 120 D) 136

Solución:

Sea p el número de páginas que escribe al día

d el número de días que empleará

Tenemos: $\#total\ de\ páginas=p.d$

Luego de los datos $pd=(p-2)(d+5)=(p+4)(d-5)$

$\Rightarrow \quad d = 15 \ \wedge p = 8$

Por lo tanto, # páginas a escribir: $pd = 8(15) = 120$

Rpta.: C

7. José tiene 1500 cabras, para las cuales tiene alimentos para un mes. Antes de empezar a alimentarlas, José vendió cierto número de ellas y a cada una de las restantes decidió darle los 4/5 de ración diaria inicialmente establecida. Si los alimentos alcanzaron para dos meses más, ¿cuántas cabras vendió José?

A) 875 B) 625 C) 965 D) 775

Solución:

#cabras	#meses	ración diaria
1500	1	$5a$
$1500-n$	3	$4a$

Como

$$\#\text{cabras} \times \#\text{meses} \times \text{ración diaria} = \text{cte}$$

Entonces $$(1500-n)\times 3\times 4a = 1500\times 1\times 5a$$

$\Rightarrow n = 875$

Rpta.: A

8. Duván, Mateo y Joel son operarios de una zapatería, ellos han hecho juntos cierta cantidad de zapatos. Si Duván es 75% más eficiente que Mateo, Joel rinde el doble de lo que rinde Mateo, y Joel hizo 23 zapatos más que Duván, ¿cuántos zapatos hicieron entre los tres?

A) 375 B) 414 C) 391 D) 437

Solución:

Datos: $\text{Rendimientos}: R_D = 175\% R_M; \quad R_J = 2R_M; \quad ; \quad \#\,zapatos = J - D = 23$

De donde $$\frac{R_D}{7} = \frac{R_M}{4} = \frac{R_J}{8}$$

Como $$\frac{\#\text{zapatos}}{R} = cte \quad \rightarrow \quad \frac{D}{7} = \frac{M}{4} = \frac{J}{8}$$

Entonces $$\frac{D+M+J}{7+4+8} = \frac{J-D}{8-7}$$

Entonces $$D + M + J = 19\times 23 = 437$$

Rpta.: D

9. Arturo reparte cierta cantidad de dinero, entre sus tres hijos de 5; 7 y 15 años de edad respectivamente, en forma inversamente proporcional a sus edades. Si uno de los hijos observa que si el reparto se hubiera hecho en forma directamente proporcional hubiera recibido 456 soles más, ¿qué cantidad en soles repartió Arturo?

A) 1375 B) 844 C) 1161 D) 1437

Solución:

Sea S la cantidad repartida, A, B y C las partes

R.I.P.: $5A = 7B = 15C \Rightarrow \frac{A}{21} = \frac{B}{15} = \frac{C}{7} = \frac{S}{43} \quad \Rightarrow A = \frac{21S}{43},\ B = \frac{15S}{43},\ C = \frac{7S}{43}$

R.D.P.: $\frac{A}{5} = \frac{B}{7} = \frac{C}{15} = \frac{S}{27} \quad \Rightarrow A = \frac{5S}{27}, B = \frac{7S}{27}, C = \frac{15S}{27}$

De donde se observa que C recibiría más en el reparto directo que en el inverso.

Por dato: $\frac{15S}{27} - \frac{7S}{43} = 456$

$$\Rightarrow \frac{645S - 189S}{1161} = 456 \Rightarrow \frac{456S}{1161} = 456S \quad \therefore\ S = 1161$$

Rpta.: C

10. La eficiencia, en puntos, de una persona en un puesto de trabajo es directamente proporcional al número de años de trabajo e inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la edad, en años, del trabajador. Si Franco tiene 36 años de edad, 12 años de trabajo y una eficiencia de 18 puntos, ¿cuál será su eficiencia, en puntos, cuando tenga 64 años de edad?

A) 35 B) 45 C) 40 D) 38

Solución:

Por dato $\frac{eficiencia \times \sqrt{edad}}{\#\ años\ de\ trabajo} = cte.$

De este modo $\frac{18 \times \sqrt{36}}{12} = \frac{eficiencia \times \sqrt{64}}{40} \quad \Rightarrow eficiencia = 45$

Rpta.: B

Aritmética

EJERCICIOS

1. En cada uno de los enunciados determine la relación de proporcionalidad existente entre las magnitudes dadas y determine el valor de verdad en el orden indicado, considere la constante de proporcionalidad igual a k.

I. La rapidez de la circulación sanguínea V, que hay en una arteria principal, es directamente proporcional al producto de la cuarta potencia del radio r y la presión sanguínea P. Entonces: $\frac{V}{r^4 \times P} = k$

II. La presión P y el volumen V son cantidades inversamente proporcionales. Entonces: $P \times V = k$

III. El número de mutaciones genéticas M, resultantes de una exposición a los rayos X, varía directamente proporcional con la magnitud d de la dosis. Entonces: $d \times k = M$

A) VVV B) VVF C) FVF D) FVV E) VFF

Solución:

De acuerdo a los datos tenemos:

I) $\frac{V}{r^4 \times P} = k$ **(V)** II) $P \times V = k$ **(V)** III) $\frac{M}{d} = k$ **(V)**

Rpta.: A

2. En un cultivo de maíz morado se utilizan como abono 3600 kilogramos de urea que tiene 46% de nitrato de amonio, para obtener una producción (cosecha) de 18 toneladas de maíz; al no conseguir dicho abono se decide abonar con guano de isla que contiene 12% de nitrato de amonio. Si la producción de maíz morado es directamente proporcional a la cantidad de nitrato de amonio administrado, ¿cuántos kilogramos de guano de isla se requiere para obtener una producción de 9 toneladas de maíz morado?

A) 6 600 B) 4 600 C) 6 900 D) 6 210 E) 5 520

Solución:

$$\frac{\text{Producción}}{\text{Cantidad de Nitrato}} = k$$

$$\frac{18\,000}{3600 \times 46\%} = \frac{9000}{\underbrace{\text{Cantidad}}_{\text{de guano de isla}} \times 12\%} \Rightarrow \underbrace{\text{Cantidad}}_{\text{de guano de isla}} = 6\,900 \text{ kg}$$

Rpta.: C

3. Cuando la temperatura permanece constante, la presión de un gas confinado (encerrado) es inversamente proporcional al volumen del recipiente que lo contiene. La presión de cierto gas dentro de un recipiente esférico de 9 cm de radio es 4/27 g/cm^2. En un recipiente esférico de 6cm de radio, ¿cuál será la presión del mismo gas en g/cm^2?

A) 0,53 B) 0,55 C) 0,58 D) 0,50 E) 0,54

Solución:

De los datos tenemos:

$$\text{Presión} \times \text{Volumen} = k;\ k \text{ constante} \Rightarrow P = \frac{k}{V}$$

$$\text{Luego } \frac{4}{27} = \frac{k}{\frac{4}{3}\pi(9)^3} \Rightarrow k = 144\pi$$

Ahora:

$$P = \frac{144\pi}{\frac{4}{3}\pi(6)^3} = \frac{144\pi}{288\pi} = 0{,}5$$

La presión del gas será de $0{,}5\ \text{g}/\text{cm}^2$.

Rpta.: D

4. Benjamín es el padre de Marcelino, cuyos pesos en kilogramos son 65 y 20 respectivamente, los dos sufren una misma enfermedad, por lo que visitan al médico y este les receta el mismo medicamento a los dos; por ser Benjamín un adulto le recomendó aplicarse una dosis del medicamento equivalente a 585 mg por día. Si la dosis es directamente proporcional al peso del paciente, ¿cuánto fue la dosis en mg por día que le aplicaron al niño Marcelino?

A) 160 B) 140 C) 220 D) 180 E) 200

Solución:

$$\frac{\text{Peso de la persona(kilogramos)}}{\text{Dosis del medicamento (mg por día)}} = k$$

Entonces:

$$\frac{65}{585} = \frac{20}{\text{Dosis}_{(\text{Marcelino})}} \Rightarrow \text{Dosis}_{(\text{Marcelino})} = 180\,\text{mg por día}$$

Rpta.: D

5. Lorenzo es un terapeuta respiratorio que tiene 36 pacientes y medicamentos para nebulización por un término de 28 días. Con 20 pacientes más, sin disminuir la dosis diaria de medicamento y sin agregar más medicamento, ¿durante cuántos días Lorenzo podrá nebulizar a todos ellos?

A) 18 B) 24 C) 21 D) 15 E) 9

Solución:

Tenemos que el número de pacientes con la cantidad de días son inversamente proporcionales, así tenemos que:

$$(\text{Número de pacientes}) \times (\text{Número de días}) = k$$
$$36 \times 28 = (36 + 20) \times d \Rightarrow d = 18\,\text{días}.$$

Lorenzo podrá nebulizar durante 18 días.

Rpta.: A

6. Ocho radiólogos durante veinticuatro días trabajando seis horas diarias, han practicado exámenes a ciento cuarenta y cuatro trabajadores de una empresa. ¿Cuántos días serán necesarios para que nueve radiólogos, trabajando ocho horas diarias puedan atender a doscientos veinte y cinco personas de la misma empresa?

A) 18 B) 25 C) 16 D) 24 E) 20

Solución:

Tenemos que el número de pacientes con la cantidad de días son inversamente proporcionales, así tenemos que:

$$\frac{(\text{Número de radiólogos}) \times (\text{Número de horas diarias}) \times (\text{Número de días})}{(\text{Número de pacientes})} = k$$

$$\text{Entonces: } \frac{8 \times 6 \times 24}{144} = \frac{9 \times 8 \times d}{225} \Rightarrow d = 25\,\text{días}.$$

Serán necesarios 25 días para atender lo planteado.

Rpta.: B

7. Lucy apertura una farmacia con un capital de $ 12000 a los tres años ingresa Elena como socia aportando $ 8000. Si al cabo de ocho años desde la apertura de la farmacia, los beneficios obtenidos fueron $ 10 200 e hicieron el reparto, ¿cuántos dólares recibió Elena?

A) 2800 B) 2400 C) 3000 D) 3600 E) 4200

Solución:

$$\frac{G_{Lucy}}{C_L \times t_L} = \frac{G_{Elena}}{C_E \times t_E}; \qquad 10\,200 = G_{Lucy} + G_{Elena}$$

entonces:

$$\frac{G_{Lucy}}{12000 \times 8} = \frac{G_{Elena}}{8000 \times 5} \Rightarrow \frac{G_{Lucy}}{12} = \frac{G_{Elena}}{5} = \frac{10200}{17} = 600 \quad \therefore \quad G_{Elena} = 3000$$

La ganancia que le corresponde a Elena es $ 3000.

Rpta.: C

8. Don Manuel repartió 1300 soles en forma inversamente proporcional a las edades de sus hijos. Si el menor y el mayor tienen 10 y 20 años, además el intermedio recibió 400 soles, ¿cuántos soles recibió el mayor de los hermanos?

A) 600 B) 500 C) 400 D) 300 E) 200

Solución:

Edades: Menor(10); Intermedio(x); Mayor(20)

$$\frac{A}{\frac{1}{10}} = \frac{400}{\frac{1}{x}} = \frac{C}{\frac{1}{20}} = \frac{1300}{\frac{1}{x} + \frac{3}{20}} \quad \rightarrow x = 15 \quad \therefore \quad C = \frac{1}{20}(6000) = 300$$

Rpta.: D

9. Una cuadrilla de 24 albañiles puede hacer una obra en 45 días, trabajando 8 horas diarias. Si se desea realizar la misma obra, pero que tiene el triple de dificultad que la anterior, con 20 albañiles de esa cuadrilla y 17 nuevos albañiles doblemente hábiles que los anteriores, trabajando todos 10 horas diarias, ¿en cuántos días harán esta nueva obra?

A) 42 B) 36 C) 30 D) 56 E) 48

Solución:

Albañiles (Hab.)	Días	Horas diarias	Obra (Dificultad)	
24	45	8	1	(1)
$20+17(2)$	d	10	1	(3)

Entonces: $24\times 45\times 8\times 3 = 54\times d\times 10\times 1 \rightarrow d = 48$

Rpta.: E

10. Un grupo de 60 obreros se compromete hacer una obra en 60 días. Al cabo de 10 días de trabajo ingresan 10 nuevos obreros, de igual eficiencia que los anteriores, y todos juntos trabajan por 20 días, finalmente para terminar la obra se contrató 5 obreros, doblemente eficientes que los anteriores y todos juntos trabajaron la última parte. ¿En cuántos días terminaron toda la obra?

A) 38 B) 40 C) 44 D) 50 E) 46

Solución:

60 obreros 60 días

60 obreros 10 días	(60+10) obreros 20 días	[70+5(2)] x días

60(60)=60(10)+70(20)+80(x) → x=20

Días en total= 10+20+x=50

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un campamento de 2400 hombres tienen víveres para 80 días, después de haber transcurrido 15 días, se refuerza con cierto número de hombres y los víveres duran 39 días más. ¿Cuántos hombres formaban el refuerzo?

A) 1600 B) 1200 C) 1400 E) 1500 E) 1800

Solución:

Tenemos que:

$$(\text{Número de hombres})\times(\text{Número de días}) = k$$

$$2400\times 80 = 2400\times 15 + (2400+x)\times 39 \Rightarrow x = 1600.$$

Rpta.: A

2. En una casa de retiro se cobró 5 400 soles por alojar y dar de comer a 40 niños durante 15 días. El precio de la comida y el alojamiento por niño se mantiene constante. Si para un grupo de 50 niños, solo se cuenta con 4500 soles, ¿cuántos días les durará el retiro?

A) 12 B) 10 C) 9 D) 15 E) 14

Solución:

Tenemos que:

$$\frac{(\text{Número de niños})\times(\text{Número de días})}{\text{Cantidad invertida para su atención}} = k$$

$$\text{entonces: } \frac{40\times 15}{5400} = \frac{50\times d}{4500} \Rightarrow d = 10\text{días}$$

Rpta.: B

3. Jacinto tiene alfalfa para alimentar 320 vacas durante 45 días. Pero debe dar de comer a los animales durante 60 días, por lo que decide vender a las que no puede alimentar. ¿Cuántas vacas debe vender?

A) 70 B) 120 C) 80 D) 160 E) 90

Solución:

Relación de proporcionalidad inversa:

$$(\text{Número de vacas})\times(\text{Número de días}) = k$$

x es el número de vacas vendidas.

$$320\times 45 = (320 - x)\times 60 \Rightarrow x = 80 \text{ vacas.}$$

Jacinto debe vender 80 vacas.

Rpta.: C

4. En una fiesta patronal se tiene pensado preparar carapulca con sopa seca para el almuerzo de 225 personas, utilizando 125 kilos de papa seca. Las porciones generosas que se sirvieron fueron todas iguales, cada asistente recibió una sola porción y no sobró ninguna porción. Si asistieron 171 personas a la fiesta patronal, ¿cuántos kilogramos de papa seca se utilizó en la preparación del almuerzo?

A) 85 B) 105 C) 90 D) 95 E) 115

Solución:

Tenemos que la cantidad de personas que almuerzan es directamente proporcional al número de kilos de papa seca que se utiliza, así tenemos que:

$$\frac{\text{Número de asistentes}}{\text{Peso de papa seca utilizada}} = k$$

luego: $$\frac{225}{125} = \frac{171}{p} \Rightarrow p = 95$$

El día del almuerzo se preparó 95 kilos de papa seca.

Rpta.: D

5. Siete obreros hicieron un muro de 700 metros de largo. Con ayuda de 5 obreros más se hicieron los 800 metros restantes, terminando el trabajo en 10 días. ¿Cuántos días trabajaron los 7 obreros al comienzo?

A) 4 B) 14 C) 10 D) 8 E) 6

Solución:

Tenemos que:

$$\frac{(\text{Número de obreros})\times(\text{Número de días})}{\text{Parte de obra realizada}} = k$$

entonces: $$\frac{7\times d}{700} = \frac{(10-d)\times(7+5)}{800} \Rightarrow d = 6\,\text{días}$$

Al comienzo los siete obreros trabajaron en 6 días

Rpta.: E

6. Para cercar un lote se necesitan 35 rollos de alambre de púas con 450 metros de longitud cada uno. ¿Cuántos rollos se necesitan si la longitud de cada rollo de alambre es de 750 metros?

A) 21 B) 25 C) 24 D) 22 E) 20

Solución:

Relación de proporcionalidad inversa:

$$(\text{Número de rollos})\times(\text{Longitud de cada rollo}) = k$$

$$35\times 450 = (n)\times 750 \Rightarrow n = 21\,\text{rollos}.$$

Se necesitaran 21 rollos de alambre.

Rpta.: A

7. Un terapeuta respiratorio ha comprado para el consumo de diez pacientes durante cuarenta y cinco días, 21 litros de cierto medicamento para pruebas de respiración. Al cabo de 20 días llegan seis pacientes más. ¿Cuántos litros más tendrá que comprar?

A) 14 B) 7 C) 9 D) 8 E) 12

Solución:

Tenemos que:

$$\frac{(\text{Número de pacientes})\times(\text{Número de días})}{\text{Cantidad de medicamento utilizado}} = k$$

$$\text{entonces: } \frac{10\times 45}{21} = \frac{6\times 25}{x} \Rightarrow x = 7$$

Para atender a todos los pacientes, es necesario comprar 7 litros más del medicamento a utilizar.

Rpta.: B

8. Alejandro, Benito y Carmen se reparten una ganancia anual en soles, en partes directamente proporcionales a 20, 28 y 32 respectivamente. Para que los tres reciban la misma cantidad, Carmen otorga a Benito 1000 soles. Determine la cantidad en soles que Benito dio a Alejandro.

A) 1350 B) 1450 C) 1250 D) 1400 E) 1500

Solución:

Tenemos una regla de reparto:

$$\frac{A}{5} = \frac{B}{7} = \frac{C}{8} = k, \qquad 20k = A + B + C$$

entonces c/u recibió $\frac{20}{3}k$, luego:

$$8k - 1000 = \frac{20}{3}k \Rightarrow k = 750. \Rightarrow \text{c/u recibió } 5000\text{soles.}$$

$$\text{Alejandro recibió de Benito: } 5000 - 5(750) = 1250\text{soles.}$$

Benito dio a Alejandro 1250 soles.

Rpta.: C

9. Joel funda una empresa con un capital de 12 000 soles y tres meses después se asocia con Danny que aportó 9600 soles, dos meses más tarde Mayra se unió al negocio aportando un cuarto menos de lo que habían aportado Joel y Danny juntos. Al cabo de dos meses se disuelve la empresa y tuvieron que enfrentar una pérdida. Si la pérdida de Mayra fue de 1215 soles, ¿a cuánto asciende la pérdida total en soles de la empresa?

A) 5850 B) 7740 C) 3870 D) 5805 E) 5355

Solución:

Tenemos una regla de compañía:

$$\frac{P_{Joel}}{C_J \times t_J} = \frac{P_{Danny}}{C_D \times t_D} = \frac{P_{Mayra}}{C_M \times t_M} = k; \qquad P_{Pérdida\ total} = P_{Joel} + P_{Danny} + P_{Mayra}$$

entonces:

$$\frac{P_{Joel}}{12000 \times 7} = \frac{P_{Danny}}{9600 \times 4} = \frac{\overset{1215}{P_{Mayra}}}{16200 \times 2} \Rightarrow \frac{P_{Joel}}{70} = \frac{P_{Danny}}{32} = \frac{1215}{27} = \frac{P_{Pérdida\ total}}{129} = 45$$

$$\therefore \quad P_{Pérdida\ total} = 5805$$

La pérdida total de la empresa fue de 5 805 soles.

Rpta.: D

10. Veinticuatro albañiles construyen una cisterna en 20 días trabajando a razón de 8 horas diarias. Al final del octavo día de labor se enferman ocho de estos albañiles y cuatro días más tarde se comunica al contratista para que entregue la cisterna construida en la fecha pactada con anterioridad. ¿Cuántos albañiles adicionales doblemente hábiles que los anteriores se deben contratar para cumplir con la exigencia en el tiempo pactado?

A) 12 B) 5 C) 10 D) 9 E) 6

Solución:

De los datos tenemos:

$$24 \times 20 \times 8 = 24 \times 8 \times 8 + 16 \times 4 \times 8 + (16 + 2n) \times 8 \times 8 \Rightarrow n = 6$$

Para entregar la cisterna terminada y en el tiempo planteado se debe contratar 6 albañiles doblemente hábiles que los que se retiraron.

Rpta.: E

Aritmética

EJERCICIOS

1. Si un grifo, al llenar 8 recipientes idénticos; demora 10 minutos menos que al llenar 12 de ellos, ¿cuántos de estos recipientes llenará en una hora?

A) 14 B) 24 C) 16 D) 18 E) 15

Solución:

t: tiempo que demora en llenar 12 recipientes

x: número de recipientes que llenará en una hora

N° de recipientes	Minutos
12	t
8	t – 10
x	60

$12(t - 10) = 8t \rightarrow t = 30$; $8(60) = x\,(20) \rightarrow x = 24$

Rpta.: B

2. El secretario general del partido Honestidad contrató a una empresa de publicidad para ubicar 24 paneles de propaganda, en los distritos M, N y P, a una distancia de 22, 15 y 30 km, respectivamente, de su local central, por un costo total de 6090 soles. Si en los distritos M, N y P se ubicaron 6; 10 y 8 paneles, respectivamente, ¿cuántos soles pagó el secretario por los paneles del distrito N?

A) 1750 B) 1250 C) 2100 D) 1900 E) 1220

Solución:

#Paneles	Distancia(km)	Pago(S/)
6	22	M
10	15	N
8	30	P

$$\text{Constante} = \frac{\text{Pago}}{\text{cantidad} \times \text{distancia}} = \frac{M}{6 \times 22} = \frac{N}{10 \times 15} = \frac{P}{8 \times 30}$$

$$\frac{M}{22} = \frac{N}{25} = \frac{P}{40} = K = \frac{6090}{22 + 25 + 40}$$

$$\rightarrow K = 70 \qquad \therefore \quad N = 1750$$

Rpta.: A

3. Tres amigos se asocian para formar un negocio. El primero aporta 4000 soles, durante 16 meses; 6000 soles el segundo durante 12 meses y 10 000 soles el tercero durante 8 meses. Si al cabo de los 16 meses decidieron no continuar con el negocio y se repartieron la ganancia obtenida en ese lapso de tiempo, de manera que el que aportó menos dinero recibió 737 soles menos que los otros dos juntos, ¿Cuántos soles recibió el que aportó más dinero?

A) 640 B) 720 C) 670 D) 780 E) 580

Solución:

Capital	Tiempo	Utilidad
4000	16	1^0= P
6000	12	2^0= S
10000	8	3^0 = T

$$\frac{P}{4000 \times 16} = \frac{S}{6000 \times 12} = \frac{T}{10000 \times 8}$$

$$\frac{P}{8} = \frac{S}{9} = \frac{T}{10} = k = \frac{737}{9 + 10 - 8}$$

$$\therefore \ k = 67 \ \rightarrow \ T = 670$$

Rpta.: C

4. El dueño de una empresa cada fin de año reparte una utilidad 33 000 soles entre sus dos gerentes en forma directamente proporcional a sus rendimientos. El año pasado el primero recibió 17 600 soles; y el segundo, el resto. Si este año el primero disminuyó su rendimiento en un 25% y el segundo aumentó en un 20%, ¿cuántos soles más recibirá uno que otro?

A) 6400 B) 4500 C) 5000 D) 5500 E) 6000

Solución:

Año pasado: $\dfrac{r_A}{r_B} = \dfrac{17\ 600}{15\ 400} \rightarrow \dfrac{r_A}{r_B} = \dfrac{80}{70}$

Este año: $r_A = 60$; $r_B = 84$

$$\text{Constante} = \frac{\text{Recibe}}{\text{rendimiento}} = \frac{A}{60} = \frac{B}{84}$$

$$K = \frac{A}{5} = \frac{B}{7} = \frac{33000}{12} = 2750 \qquad \therefore \quad B - A = 2K = 5500$$

Rpta.: D

5. El día de hoy, un abogado realizó la lectura de un testamento que decía, en uno de sus párrafos, que todo el dinero de la herencia se debe repartir entre Juan, Pedro y Luis en forma directamente proporcional a sus edades, en años. En ese instante el abogado hizo el reparto, de modo que Juan recibió el doble de lo que recibió Pedro. Si ese mismo dinero se hubiera repartido hace seis años, Juan hubiese recibido el triple de lo que hubiese recibido Pedro, mientras que Luis lo mismo que hoy, ¿cuántos años tiene Luis?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

Solución:

I) $\frac{P}{a} = \frac{2P}{b} = \frac{L}{c} \rightarrow b = 2a$

II) $\frac{Q}{a-6} = \frac{3Q}{b-6} = \frac{L}{c-6} \rightarrow a = 12\,;\, b = 24$

III) $P + 2P + L = Q + 3Q + L \quad \rightarrow \quad 3P = 4Q$

Dividiendo (I) y (II): $\frac{2}{3} = \frac{c-6}{c} \qquad \therefore c = 18$

Rpta.: D

6. Aldo y Beto terminaron una obra en un total de 14 días. Primero trabajó Aldo cierta cantidad de días, terminando su parte; luego empezó a trabajar Beto que es 100% más eficiente que Aldo y se encargó del resto, hasta culminar la obra. Si Aldo realizó los 2/5 de la obra, ¿cuántos días trabajó Beto?

A) 8 B) 3 C) 6 D) 5 E) 11

Solución:

Eficiencia	Días	Obra
A: m	14 – x	2/5
B: 2m	x	3/5

$$m(14-x)(3/5) = 2m(x)(2/5)$$

$$\therefore\ x = 6$$

Rpta.: C

7. La catalina y el piñón de una bicicleta están conectadas por una cadena de transmisión y se observa que la suma de las medidas de sus radios es 24 cm. Además se observa que cuando la catalina da 15 vueltas, el piñón da 30 vueltas. ¿Cuántos centímetros más tiene el radio de la catalina que el radio del piñón?

A) 8 B) 5 C) 6 D) 4 E) 2

Solución:

r_1: radio del piñón
r_2: radio de la catalina

Constante = (# vueltas).(radio)

$$30.r_1 = 15.r_2 \rightarrow r_2 = 2.r_1$$

$$r_2 + r_1 = 24 \rightarrow 3r_1 = 24 \rightarrow r_1 = 8\ ;\ r_2 = 16$$

$$\therefore r_2 - r_1 = 8$$

Rpta.: A

8. Se tienen dos cuadrillas de obreros; la primera tiene 100 obreros y todos pueden hacer una carretera en 30 días; la segunda tiene 60 obreros y todos pueden hacer la misma carretera en 40 días. Si se elige 75 obreros de la primera y 40 de la segunda, ¿en cuántos días harán esa carretera trabajando todos juntos?

A) 18 B) 23 C) 22 D) 24 E) 25

Solución:

Obreros	Días	Eficiencia
1ra: 100	30	a
2da: 60	40	b

$$100(30)a = 60(40)b \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{4}{5}$$

Obreros(efic)	Días
100(4)	30
75(4)+40(5)	x

$$400.30 = 500x \rightarrow x=24$$

Rpta.: D

9. Una cuadrilla de 20 obreros se comprometió hacer una obra en 15 días. Después de 4 días de trabajo renunciaron 5 obreros, y los que quedaron trabajaron por x días; como estaban retrasados en el trabajo, se contrató 11 nuevos obreros quienes junto con los anteriores, terminaron la obra en el plazo fijado. ¿Cuántos días trabajaron estos últimos obreros?

A) 2 B) 3 C) 6 D) 5 E) 11

Solución:

Obreros	Días	Obra
20	15	1
20	4	4/15
15	x	P_1 } 11/15
26	$11-x$	P_2 } 11/15

$$\frac{20.15}{1}=\frac{15x}{P_1}=\frac{26(11-x)}{P_2}$$

$$\rightarrow 300=\frac{15x+26(11-x)}{\frac{11}{15}}$$

$$\rightarrow \quad x=6$$

$$\therefore 11-x=5$$

Rpta.: D

10. Se contrata cierta cantidad de obreros para hacer una obra en un determinado tiempo; faltando 8 días para terminarla renuncian 6 obreros, 5 días después se contrata un grupo de obreros pero con el doble de eficiencia que los anteriores, logrando todos juntos terminar la obra en el plazo fijado. ¿Cuántos fueron los obreros, de mayor eficiencia, contratados?

A) 8 B) 10 C) 7 D) 16 E) 9

Solución:

n =número de obreros contratados de doble eficiencia.

Obreros	Días	Obra
x	t	1
x	t – 8	a
x – 6	5	b
x – 6 + 2n	3	c

$$\frac{xt}{1}=\frac{x(t-8)}{a}=\frac{(x-6)5}{b}=\frac{(x-6+2n)3}{c}$$

$$\text{como}: a+b+c=1$$

$$\therefore \quad n=8$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Se tienen dentadas las ruedas M, N, P y Q cuyo número de dientes es proporcional a los cuatro primeros números primos impares, respectivamente. Además, la rueda M está engranada con N, P está engranada con Q, las ruedas N y P están unidas mediante un eje. Si la rueda M gira 55 vueltas, determine el número de vueltas que gira la rueda Q.

A) 21 B) 28 C) 11 D) 42 E) 63

Solución:

#Dientes IP # vueltas = Cte

(3)*(55) = (5)*(#V_N) $\rightarrow$ #V_N = 33 $\rightarrow$ #V_N= #V_P = 33 $\rightarrow$ (33)*(7) = (11)*(#V_Q)

$\therefore \#V_Q = 21$

Rpta.: A

2. Si el precio de un ladrillo es proporcional a su peso e inversamente proporcional a su volumen, y un ladrillo de densidad 2,8 g/cm^3 cuesta 5,4 soles, ¿cuál es el costo en soles de un ladrillo de 900 cm^3 y cuya masa es 0,7 kg?

A) 3,8 B) 1,5 C) 5 D) 4,2 E) 3

Solución:

$$\frac{P.V}{M} = \text{cte}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{5,4}{2,8} = \frac{p}{\frac{0,7(1000)}{900}}$$

p = 1,5

Rpta.: B

3. Una cuadrilla de 15 obreros puede realizar una obra en 30 días, trabajando 12 horas diarias. Si se desea realizar la misma obra pero dos veces más complicada que la anterior, trabajando 20 días a razón de 10 horas diarias, ¿cuántos obreros triplemente hábiles que los anteriores se necesitarán?

A) 30 B) 25 C) 24 D) 27 E) 20

Solución:

Obreros	habilidad	días	horas/diarias	obra
15	1	30	12	1
x	3	20	10	3

$$15\times1\times30\times12\times3 = x\times3\times20\times10\times1$$
$$x = 27$$

Rpta.: D

4. En una sastrería se ha determinado que 4 sastres pueden confeccionar 20 pantalones en 10 días, trabajando 5 horas diarias y 10 sastres pueden confeccionar 24 sacos en 5 días, trabajando 6 horas diarias. Si la sastrería cuenta con 15 sastres que trabajan 10 horas diarias y se ha comprometido confeccionar 60 ternos, ¿en cuántos días puede entregar el trabajo, si primero confeccionan los pantalones y luego los sacos?

A) 9 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

Solución:

1º) Tiempo que tardaran en confeccionar los 60 pantalones:

$\#pantalones$	$\#sastres$	$\#dias$	h/d
20	4	10	5
60	15	x	10

$$x = 10.\frac{60}{20}.\frac{4}{15}.\frac{5}{10} = 4\ dias$$

2º) Tiempo que tardan en confeccionar los 60 sacos:

$\#sacos$	$\#sastres$	$\#dias$	h/d
24	10	5	6
60	15	y	10

$$y = 5.\frac{60}{24}.\frac{10}{15}.\frac{6}{10} = 5\ dias$$

Tardaran 4+5 = 9 días en confeccionar los 60 ternos.

Rpta.: A

5. Los hermanos Ana, Pablo y María ayudan al mantenimiento familiar aportando anualmente entre los tres un total 5900 soles. Si sus edades 20, 24 y 32 años, respectivamente, y las aportaciones son inversamente proporcionales a la edad, ¿cuántos soles aportó Pablo?

A) 2500 B) 2400 C) 2000 D) 1800 E) 1500

Solución:

$$\frac{A}{\frac{1}{20}}=\frac{P}{\frac{1}{24}}=\frac{M}{\frac{1}{32}} \rightarrow \frac{A}{24}=\frac{P}{20}=\frac{M}{15}=\frac{5900}{59} \rightarrow P=2000$$

Rpta.: C

6. Un padre reparte su herencia proporcionalmente a la edad de sus tres hijos, quienes nacieron cada 6 años; si el reparto se realizará dentro de 6 años, el menor recibiría 4500 soles, pero si el reparto se hubiese realizado hace 6 años, el mayor recibiría 6750 soles ¿A cuántos soles asciende la herencia ?

A) 16 200 B) 16 400 C) 18 200
D) 10 200 E) 15 300

Solución:

Sean (x–6), x y (x+6) las edades actuales de sus hijos

	Hace 6 años	Hoy	Dentro de 6 años
herencia	(3x–18)p	3xq	(3x+18)r

xp = 6750 xr = 4500

$$(3x-18)p=(3x+18)r$$

$$p+r=375 \quad \wedge \quad \frac{p}{r}=\frac{3}{2}$$

$$\rightarrow p=225 \quad \wedge \quad x=30$$

Herencia $(3x-18)p=$ S/ 16 200

Rpta.: A

7. Se vende una joya en determinadas condiciones de proporcionalidad, para un peso de 13 gramos su precio es de 1859 soles, para un peso de 17 gramos su precio es de 3179 soles. Si su peso es de 20 gramos, ¿cuál sería su precio en soles?

A) 4 400 B) 4 000 C) 4 200 D) 4 100 E) 5 000

Solución:

Peso:	13	17	20
Precio:	1 859	3 149	x

$Peso^2$:	169	289	400
Precio:	1 859	3 149	x

Se observa:

$$\frac{169}{1\,859}=\frac{289}{3\,149}=\frac{400}{x}=\frac{1}{11}$$

$$\therefore\ x=4\ 400$$

Rpta.: A

8. Alberto y Benito formaron una empresa con un capital de 18000 soles cada uno. Tres meses después, Benito retiró 8000 soles de su capital por lo que en ese instante fue necesario incluir a Carlos como tercer socio, el cual aportó inicialmente 12000 soles y cuatro meses después incrementó su aporte en 4000 soles. Al culminar un año de actividad la empresa repartió 9760 soles de utilidad entre sus socios. ¿Cuántos soles le correspondió a Benito?

A) 2280 B) 4320 C) 2880 D) 1140 E) 2560

<u>Solución</u>:

		Capital	Tiempo		Ganancia
	A	18	12	216	216k
	B	18	3	54	144k
		10	9	90	
9760	C	12	4	48	128k
		16	5	80	

Utilidad total: 216k + 144k + 128k = 9760

k = 20

Utilidad de Benito = 144(20) = 2880

9. Siete obreros hicieron un muro de 350 metros de largo. Con ayuda de cinco obreros más se hicieron 400 metros restantes, terminando el trabajo en 10 días. ¿Cuántos días trabajaron los primeros siete obreros?

A) 6 B) 8 C) 14 D) 12 E) 11

Solución:

	Días	Obreros	Obra
Al comienzo	x	7	350
Al final	10 – x	7 + 5	**400**

$\frac{x \cdot 7}{350} = \frac{(10-x)\cdot 12}{400}$ entonces x = 6

Al comienzo los siete obreros trabajaron en 6 días

Rpta.: A

10. Dos varones y tres mujeres pueden hacer una obra en 6 horas; tres varones y dos mujeres pueden hacer un tercio de la misma obra en 2h 40min. ¿En cuántas horas harán la cuarta parte de dicha obra cuatro varones y una mujer?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Solución:

Eficiencia de $H: a \quad \wedge \quad$ Eficiencia de $M: b$

$$\left.\begin{array}{l} 2a+3b \;\; ---- \;\; 1\,\text{obra} \;\; ---- \;\; 6h \\ 3a+2b \;\; ---- \;\; \frac{1}{3}\text{obra} \;\; ---- \;\; 2+\frac{2}{3}=\frac{8}{3} \end{array}\right\} \quad \frac{(2a+3b).6}{1} = \frac{(3a+2b).\frac{8}{3}}{1/3} \rightarrow b = 6a$$

$$\underset{6a}{4a+b} \;\; ---- \;\; \frac{1}{4}\text{obra} \;\; ---- \;\; xh \qquad \frac{(2a+3(6a)).6}{1} = \frac{10a\,.\,x}{\frac{1}{4}} \rightarrow x = 3$$

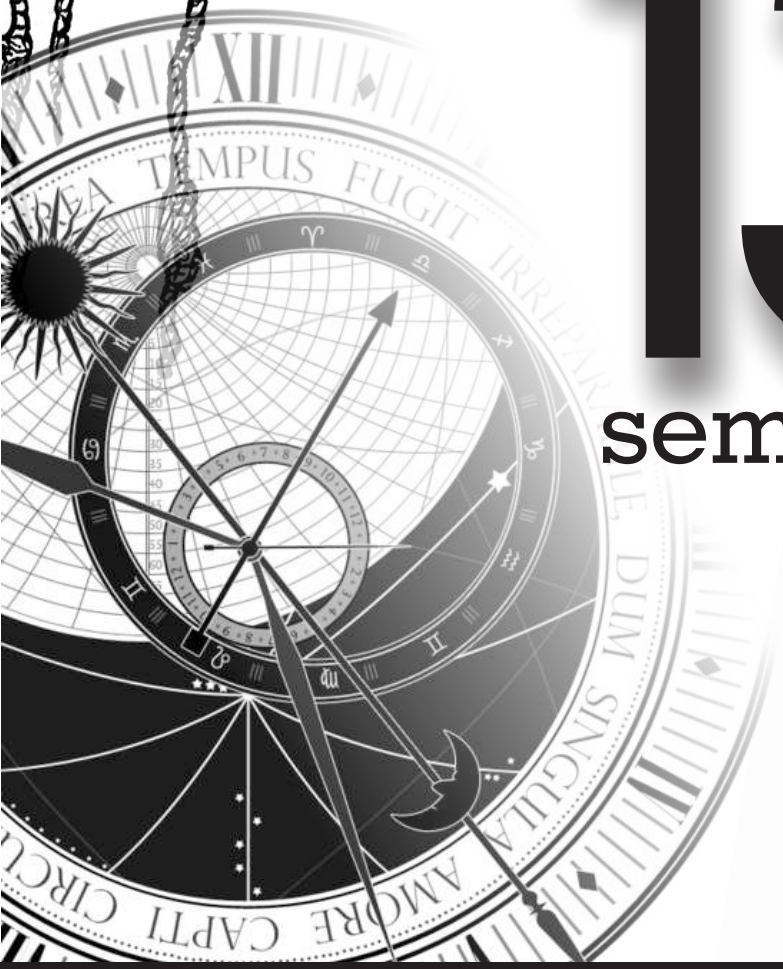
Rpta.: B

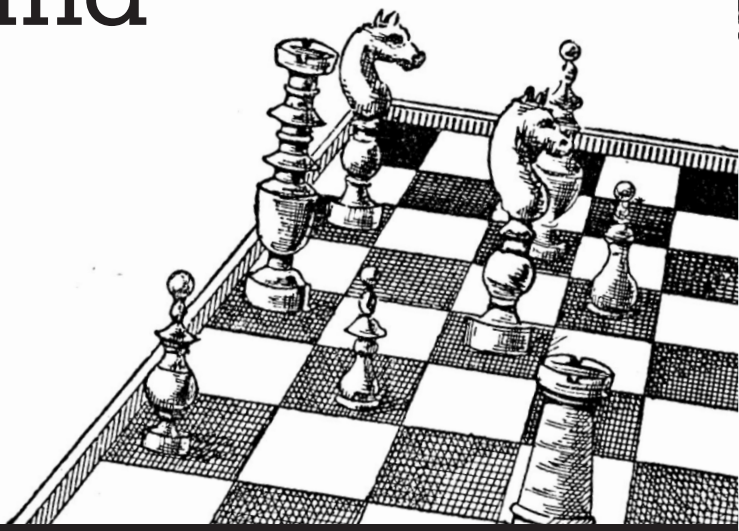
ARITMÉTICA

MANUAL DE PRACTICAS Y EJERCICIOS

13

semana





pre SAN MARCOS

Manhattan Editores

Aritmética

REGLA DE INTERÉS SIMPLE Y REGLA DE DESCUENTO COMERCIAL

I. REGLA DE INTERÉS

La regla de interés es el conjunto de procedimientos ligados a operaciones matemáticas que permiten determinar la utilidad producida por un bien al ser invertida en una determinada actividad económica; en la regla de interés intervienen los siguientes elementos:

❖ **Capital (C)**

Es la cantidad de dinero que se va a prestar o alquilar para que luego de un periodo de tiempo produzca una ganancia.

❖ **Tiempo (t)**

Es el periodo durante el cual se va a ceder o imponer el capital.

❖ **Interés (I)**

Es la ganancia, beneficio o utilidad que produce el capital, durante cierto tiempo.

❖ **Tasa de interés o rédito (r%)**

Es la ganancia que se obtiene por cada 100 unidades monetarias, en un cierto tiempo.

❖ **Monto (M)**

Es la suma del capital más los intereses que se obtienen en un determinado momento.

CLASES DE INTERÉS:

a. Interés simple:

El interés simple se da cuando el capital prestado permanece constante en el tiempo que dura el préstamo.

✓ Es decir: los intereses no se suman al capital.

b. Interés compuesto:

El interés compuesto se da cuando el capital prestado varía aumentando periódicamente durante el tiempo que dura el préstamo.

✓ Es decir: los intereses se suman al capital cada unidad de tiempo durante todo el tiempo de duración del préstamo.

Fórmulas de interés simple

$$\boxed{I = C \times r\% \times t} \qquad \boxed{M = C + I}$$

a) Interés I que produce un capital C cuando la tasa $r\%$ es anual y el tiempo t en años.

$$I = \frac{C.r.t}{100}$$

b) Interés I que produce un capital C cuando la tasa $r\%$ es anual y el tiempo t en meses.

$$I = \frac{C.r.t}{1200}$$

c) Interés I que produce un capital C cuando la tasa $r\%$ es anual y el tiempo t en días.

$$I = \frac{C.r.t}{36000}$$

d) Monto M producido por un interés I y un capital C con tasa anual $r\%$ en un tiempo t.

$$M = C + \frac{C.t.r}{100} = C\left(1 + \frac{C.t.r}{100}\right)$$

- ✓ Se debe tener presente que cuando el tiempo está en años el denominador es 100, cuando está en meses es 1200 y cuando está en días es 36000.

- ✓ Considerar: Año comercial = 360 días
  Mes comercial = 30 días

II. REGLA DE DESCUENTO

La operación financiera de descuento es la inversa a la operación de capitalización. Con esta operación se calcula el capital equivalente en un momento anterior de un importe futuro.

- ➢ La ley de capitalización calcula unos intereses que se les añade al importe principal, compensando el aplazamiento en el tiempo de su disposición.

- ➢ En las leyes de descuento es justo al contrario: se calculan los intereses que hay que pagar por adelantar la disposición del capital.

Dentro de las leyes de descuento, se pueden distinguir tres modelos: Descuento comercial, descuento racional y descuento económico.

Elementos de la Regla de Descuento:

1. **Letra de cambio:**

   Es una orden escrita de una persona (girador) a otra (girado) para que pague una determinada cantidad de dinero en un tiempo futuro (determinado o determinable) a un tercero (beneficiario).

2. **Valor Nominal (V_n)**

   Es la cantidad de dinero escrita en el documento efecto de comercio (Letra de cambio, pagaré, cheque, factura, boleta, etc.).

3. **Valor actual (V_a)**

   Es el efectivo que se paga por la deuda en una fecha antes de su vencimiento.

4. **Descuento Comercial (D_c)**

   Es la rebaja que se hace al valor de un documento, por pagarla anticipadamente a su vencimiento. Se calcula como un interés simple tomando como capital de referencia en valor nominal.

5. **Tiempo (t)**

   Es el tiempo que falta para el vencimiento del documento al momento de realizar un pago anticipado.

6. **Tasa de descuento ($r\%$)**

   Es el tanto por ciento aplicado por cada cierto periodo establecido a un determinado valor.

Fórmulas del Descuento Comercial

$$\boxed{D_c = V_n \times t \times r\%} \qquad \boxed{V_a = V_n - D_c}$$

a) Descuento comercial D_c que se obtiene a partir de un valor nominal V_n cuando la tasa $r\%$ es anual y el tiempo t en años.

$$D_c = \frac{V_n.r.t}{100}$$

b) Descuento comercial D_c que se obtiene a partir de un valor nominal V_n cuando la tasa $r\%$ es anual y el tiempo t en meses.

$$D_c = \frac{V_n.r.t}{1200}$$

c) Descuento comercial $\mathbf{D_c}$ que se obtiene a partir de un valor nominal $\mathbf{V_n}$ cuando la tasa $\mathbf{r\%}$ es anual y el tiempo $\mathbf{t}$ en días.

$$\mathbf{D_c = \frac{V_n.r.t}{36000}}$$

d) Valor actual $\mathbf{V_a}$ (efectivo a pagar) cuando se tiene un descuento comercial $\mathbf{D_c}$ a una letra de valor nominal $\mathbf{V_n}$ con tasa anual $\mathbf{r\%}$ en un tiempo $\mathbf{t}$.

$$\mathbf{V_a = V_n - D_c = V_n - \frac{V_n.t.r}{100} = V_n\left(1 - \frac{V_n.t.r}{100}\right)}$$

✓ Se debe tener presente que cuando el tiempo está en años el denominador es 100, cuando está en meses es 1200 y cuando está en días es 36000.

Aritmética

EJERCICIOS

1. Margarita deposita cierta cantidad de soles en un Banco a una tasa de interés del 10% anual, ¿en cuántos meses producirá un interés equivalente al 40% del monto?

A) 100 B) 90 C) 40 D) 80

Solución:

r = 10% anual ; Capital: C ; I = 40%M $\frac{I}{M}=\frac{2}{5}\begin{cases} I=2k \\ M=5k \end{cases} \rightarrow C=3k$

Luego $2k=\frac{3k.10.t}{1200}$

Por lo tanto: t = 80 meses

Rpta.: D

2. Pablo, un mismo día, depositó la mitad de su capital en una Financiera a una tasa del 4% semestral; la tercera parte de su capital en un Banco a una tasa del 9% anual; y el resto de su capital en una Caja de Ahorros a una tasa del 1,5% trimestral. Si al cabo de un año recibió un interés total de S/ 960, ¿cuál fue su capital, en soles?

A) 9000 B) 12 000 C) 15 000 D) 18 000

Solución:

$Capital: 6C$

$$\frac{(3C).8.1}{100}+\frac{(2C).9.1}{100}+\frac{(C).6.1}{100}=960 \quad \Rightarrow C=2000$$

$$\therefore \quad 6C=12000 \text{ soles.}$$

Rpta.: B

3. Los capitales de César y Mario se diferencian en 400 soles. En la misma fecha, César deposita su capital en un Banco a una tasa del 8% semestral y Mario en una Caja de ahorros a una tasa del 20% anual. Si al cabo de un año ambos reciben montos iguales, determine el capital de Mario, en soles.

A) 12 000 B) 11 600 C) 14 500 D) 8700

Solución:

Capitales: César: x ; Mario: y

$$x\left[1+\frac{16(1)}{100}\right]=y\left[1+\frac{20(1)}{100}\right]\Rightarrow\frac{x}{y}=\frac{30k}{29k}$$

Pero x – y = 400 $\Rightarrow$ k = 400 $\therefore$ y = 29(400) = 11 600 soles.

Rpta.: B

4. Patricio negocia una letra de cambio de S/ 8000, faltando 8 meses para su vencimiento, pagando en efectivo S/ 7680. ¿A qué tasa de descuento cuatrimestral estuvo impuesta dicha letra?

A) 2% B) 3% C) 2,5% D) 1,5%

Solución:

Tasa = r% anual

$V_n = V_a + D_c$

$8000=7680+\frac{8000.(r).8}{1200}$ $\Rightarrow$ r = 6 % anual = 2% cuatrimestral.

Rpta.: A

5. Esmeralda firmó hoy un pagaré que vence dentro de 9 meses. Si hoy mismo decide cancelar su deuda, debe pagar S/ 5800; pero si cancelara dentro de 2 meses obtendría un descuento de S/ 560. Determine el valor, en soles, de la deuda que actualmente tiene Esmeralda.

A) 6500 B) 6400 C) 6520 D) 6480

Solución:

$$DC=\frac{V_n.r.7}{1200}=560 \quad \Rightarrow \frac{V_n.r}{1200}=80$$

$$V_n=V_a+D_c \quad \Rightarrow V_n=5800+\frac{V_n.r.9}{1200}=5800+(80)\,9$$

$\rightarrow$ $V_n=6520$ $\therefore$ $Deuda\ actual=6520\ soles.$

Rpta.: C

6. Edgardo firmó, el día de hoy por la mañana, una letra de cambio por S/ 12 000, para pagarla en 8 meses, con una tasa del 10% anual. Pero al poco rato cambió la forma de pago firmando dos letras, una de ellas por S/ 6000 a pagar en 3 meses, y la otra letra a pagar en 10 meses, ambas con una tasa del 20% anual. Determine el valor nominal, en soles, de esa última letra.

A) 6600 B) 6000 C) 6660 D) 7000

Solución:

$$VA = VA_1 + VA_2$$
$$12000 - (12000.10.8)/1200 = 6000 - (6000.20.3)/1200 + VN_2 - (VN_2.\ 20.10)/1200$$
$$12000 - 800 = 6000 - 300 + VN_2 - VN_2\ (1/6)$$
$$5500 = (5/6)\ VN_2$$

Por lo tanto: $VN_2 = 6600$ soles.

Rpta.: A

7. Una letra se descontó hoy y se recibió por ella el 60% de su valor nominal. Pero si dicho descuento se hubiera hecho hace 24 días, se hubiera recibido por dicha letra el 80% de lo que hoy se recibió. ¿Cuántos días faltaban para el vencimiento de la letra?

A) 64 B) 72 C) 80 D) 104

Solución:

$$VA_1 = 60\%VN \rightarrow D_1 = 40\%VN$$
$$\frac{VN \times r \times t}{36000} = 40\%VN \quad (1)$$
$$VA_2 = 80\%60\%VN \rightarrow VA_2 = 48\%VN \rightarrow D_2 = 52\%VN$$
$$\frac{VN \times r \times (t+24)}{36000} = 52\%VN \quad (2)$$
$$(1) \div (2)$$
$$\frac{t}{t+24} = \frac{10}{13} \rightarrow t = 80$$

Rpta.: C

8. David depositó en un Banco un capital a una tasa del 5% anual y al cabo de t años recibe, por los intereses, la sexta parte del capital. Si David hubiera depositado el mismo capital a la misma tasa, al cabo (t + 5) años habría recibido S/ 2000 de interés; determine el capital, en soles, depositado por David.

A) 4800 B) 1500 C) 2800 D) 5200

Solución:

$$\frac{C}{6} = \frac{C.5.t}{100} \rightarrow \frac{10}{3} = t \rightarrow 2000 = \frac{C.5(t+5)}{100} = \frac{C.5}{100}\left(\frac{10}{3}+5\right) \quad \therefore\ C = 4800$$

Rpta.: A

9. El gerente de una empresa depositó en una entidad financiera S/ 324 000, el 10 de febrero de 2017, a una tasa de interés del 5% trimestral. ¿En qué fecha, del mismo año, el gerente recibirá de interés S/ 27 360?

A) 12 de julio B) 12 de junio C) 12 de mayo D) 12 de agosto

Solución:

$$27360 = \frac{324000 \times 5 \times 4 \times t}{36000} \rightarrow t = 152 \text{ días}$$

Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul
18	31	30	31	30	12

Por lo tanto: La fecha de vencimiento es 12 de julio.

Rpta.: A

10. Una entidad financiera prestó cierto capital a una persona por 5 años. Se sabe que durante este lapso de tiempo la tasa de interés tuvo las siguientes variaciones: 0,25% quincenal durante los primeros 18 meses; 2% semestral por los 14 meses siguientes; 1% mensual por los siguientes 4 trimestres; y 4% anual por los siguientes 8 bimestres. ¿Cuál es la tasa única anual equivalente a esta operación?

A) 6,2% B) 6% C) 5,8% D) 6,8%

Solución:

Capital: C ; Tasa: r% anual

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

$$\frac{C.r.5}{100} = \frac{C \times 0,25(24) \times 18}{1200} + \frac{C \times 2(2) \times 14}{1200} + \frac{C \times 1(12) \times 12}{1200} + \frac{C \times 4 \times 16}{1200}$$

$$5.r = 9 + \frac{14}{3} + 12 + \frac{16}{3} = 31 \qquad \therefore \quad r = 6,2\% \text{ anual}$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si a un capital se le aumenta el 20% y 10% sucesivamente, se obtiene una cantidad equivalente al monto que produce dicho capital en 8 meses, en un banco; además se sabe que ese capital, en el mismo banco y con la misma tasa, en 7 meses, produce un interés igual al que produce S/ 4375 en medio año, en una financiera que ofrece una tasa de interés del 16% anual, calcule dicho capital, en soles.

A) 1200 B) 1250 C) 1300 D) 1350

Solución:

C: capital ; Tasa: r% anual

$$110\%120\%C = C + \frac{C.r.8}{1200} \rightarrow \frac{132}{100} = 1 + \frac{r}{150}$$

$$\rightarrow \frac{32}{100} = \frac{r}{150} \rightarrow r = 48$$

$$\frac{C.48 \times 7}{1200} = \frac{4375 \times 16 \times 6}{1200} \qquad \therefore \quad C = 1250$$

Rpta.: B

2. Una persona divide su remuneración del mes en dos capitales que son entre sí como 4 a 5 y las impone al 1% mensual y 3% trimestral respectivamente, obteniendo un interés anual de S/ 108. Calcule el monto, en soles, que genera el mayor de los capitales al 5% anual, durante 18 meses.

A) 587,5 B) 525,5 C) 527,5 D) 537,5

Solución:

$$\frac{C_1}{C_2}=\frac{4k}{5k}$$

$$\frac{C_1\times 12\times 1}{100}+\frac{C_2\times 12\times 1}{100}=108$$

$$C_1+C_2=900\Rightarrow C_2=500\Rightarrow$$

$$M_2=500+\frac{500\times 5\times 18}{1200}\Rightarrow M_2=500+37{,}5=537{,}5$$

Rpta.: D

3. Ángela firma un pagaré por S/ 2400 a cancelar en 8 meses. Ella se libera pagando S/ 676 al contado y suscribiendo dos pagarés, el primero de S/ 864 pagadero en 5 meses y el segundo pagable en un año. Si todos los pagarés estuvieron impuestos con una tasa de descuento del 5% anual, ¿cuál es el valor nominal, en soles, del segundo pagaré?

A) 875 B) 860 C) 840 D) 835

Solución:

$$V_{a_1}=676+V_{a_2}+V_{a_3}\Rightarrow V_{a_1}=2400-\frac{2400(8)(5)}{1200}=2320 \text{ además}$$

$$V_{a_2}+V_{a_3}=2320-676=1644 \text{ luego } V_{a_2}=864\left(1-\frac{5(5)}{1200}\right)=846 \text{ y}$$

$$V_{a_2}=864\left(1-\frac{5(5)}{1200}\right)=846$$

Rpta.: C

4. Si una letra se cancelara el 3 de abril, se pagaría por ella el 87,5% de su valor nominal; pero si dicha letra se cancelara el 28 de abril se pagaría por ella el 90% de su valor nominal, ¿en qué fecha del mismo año vencía dicha letra?

A) 7 de agosto B) 31 de julio C) 30 de julio D) 6 de agosto

Solución:

Descuento al cancelar el 3 de abril:

DC_1 = VN – 87,5%VN = 12,5%VN …….. (I)

Descuento al cancelar el 28 de abril:

DC_2 = VN – 90%VN = 10%VN …… (II)

De (I) y (II):

$$\frac{DC_1}{DC_2}=\frac{12{,}5\%VN}{10\%VN}=\frac{VN.r.t/1200}{VN.r(t-25)/1200}\rightarrow\frac{12{,}5}{10}=\frac{t}{t-25}\rightarrow t = 125 \text{ días}$$

Luego, 3 de abril + 125 días = 6 de agosto

27(abril) + 31(mayo) + 30(junio) + 31(julio) + 6(agosto)

Rpta.: D

5. Javier compró un televisor a S/ 1800 en una tienda de electrodomésticos, además debe pagar adicionalmente un 2% por el transporte y S/ 104 de garantía. Si por dicha compra firmó dos letras mensuales de igual valor nominal, con una tasa de descuento del 24% anual, determine el valor, en soles, que pagará Javier mensualmente en dicha tienda.

A) 900 B) 940 C) 1040 D) 1000

Solución:

1800 + 2%(1800) + 104 = $VA_1 + VA_2$ → 1940 = $\left(VN-\frac{VN.24(1)}{1200}\right)+\left(VN-\frac{VN.24(2)}{1200}\right)$

1940 = $\frac{194}{100}(VN) \rightarrow VN=1000 \quad \therefore$ Pagará mensualmente 1000 soles.

Rpta.: D

6. Faltando 4 meses para su vencimiento, se negocia un pagaré de 600 soles, pagando 576 soles. ¿A qué tasa de descuento trimestral estuvo impuesto dicho pagaré?

A) 4% B) 2,5% C) 3% D) 3,5%

Solución:

$$DC=\frac{600.4.r}{1200}=24 \rightarrow r=12\,\%\text{ anual}=3\%\text{ trimestral.}$$

Rpta.: C

7. Armando desea comprar un auto cuyo costo actual es de 40 000 soles, el cual se devalúa a razón de 200 soles mensuales. Si él cuenta con las tres cuartas partes del costo actual y lo deposita en un banco que le ofrece una tasa de interés del 2% bimestral, ¿durante cuántos meses, como mínimo, debe estar impuesto su capital, para que con el monto pueda comprar el auto?

A) 20 B) 18 C) 24 D) 16

Solución:

$$40000-200.t=30000+\frac{30000\times6\times2\times t}{1200}$$

$\therefore \quad t=20$ meses

Rpta.: A

8. La gerencia del Hospital María Auxiliadora desea adquirir materiales quirúrgicos y cuenta para ello con dos cotizaciones que deben ser analizadas.
Cotización A: Cuota inicial S/ 300 000 y 2 letras semestrales de S/ 45 000 cada una.
Cotización B: Cuota inicial S/ 220 550 y 4 letras trimestrales de S/ 59 000 cada una.
Si la tasa de descuento es de 3,5% mensual, ¿cuál es el ahorro, en soles, al elegir adecuadamente una de las cotizaciones?

A) 32 950 B) 34 975 C) 35 950 D) 32 925

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} 45000-\dfrac{45000\times 3{,}5\times 12\times 6}{1200}=35550 \\ 45000-\dfrac{45000\times 3{,}5\times 12\times 1}{100}=26100 \end{array}\right\} 61650 \xrightarrow{+\,300000} 361650$$

$$4\times 59000-\frac{59000\times 3{,}5\times 12\times(3+6+9+12)}{1200}=174050 \xrightarrow{+\,220550} 394600$$

Ahorro = 394600 – 361650 = 32950

Rpta.: A

9. Un padre de familia coloca dos capitales en el Banco SM, el primero de S/ 17 500 y el segundo de S/ 12 800; depositando el segundo capital 9 meses después que el primero. Si la tasa de interés que ofrecen en el Banco SM es 1,6% mensual, ¿cuál es el monto total, en soles, generado por ambos capitales, al ser retirados 2 años después del último depósito?

A) 44 455,2 B) 44 555,2 C) 45 555,2 D) 44 445,2

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} M_1=17500+\dfrac{17500\times 1{,}6\times 12\times 33}{1200}=26740 \\ M_2=12800+\dfrac{12800\times 1{,}6\times 12\times 24}{1200}=17715{,}2 \end{array}\right\} 44455{,}2$$

Rpta.: A

10. A don Pancho le hicieron un préstamo de S/ 72 000, el 14 de junio de 2017, para cancelarla el 8 de agosto de 2018, con una tasa de interés de 3% trimestral. ¿Cuántos soles pagó en total don Pancho al cancelar su deuda?

A) 78 080 B) 82 800 C) 77 040 D) 82 080

Solución:

Del 14/06/17 al 14/06/18	Junio	Julio	Agosto	Total
365	16	31	8	420

$$M = 72000+\frac{72000\times 3\times 4\times 420}{36000}=82\,080$$

Rpta.: D

Aritmética

EJERCICIOS

1. Se deposita cierto capital al 5% de interés simple y al cabo de algunos años se obtiene un monto de 29 040 soles. Pero si el mismo capital se hubiera depositado al 4% de interés simple, durante el mismo tiempo, el monto hubiera sido de 28 512 soles. Halle el tiempo en años que estuvo impuesto el capital.

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2

Solución:

$C+\frac{5}{100}C.t=29040$ y $C+\frac{4}{100}C.t=28512$

C = S/. 26 400; t = 2. Por lo tanto, el capital estuvo impuesto a 2 años.

Rpta.: D

2. Pedro desea comprar una laptop cuyo costo actualmente es 2300 soles, pero solo cuenta con 1200 soles. Si deposita su dinero en un banco a una tasa del 6% cuatrimestral y dicha laptop disminuye su precio 184 soles anualmente, ¿dentro de cuántos meses como mínimo podrá comprarlo?

A) 33 B) 20 C) 42 D) 36

Solución:

Sea t años el tiempo. por año el precio baja: 8%(2300) = 1840

Entonces:

$2300-184t=1200+\frac{1200.18.t}{100}$ luego $t=\frac{11}{4}$ $\therefore$ $t=$ 2 años y 9 meses=33meses.

Rpta.: A

3. Se depositó en un banco un capital que a cierta tasa de interés en 10 meses produce un interés igual al 30% del monto obtenido. Después de ese tiempo todo ese dinero se depositó a una financiera a la misma tasa de interés que en el banco obteniendo una ganancia del 60%. ¿Por cuántos meses estuvo depositado en la financiera?

A) 28 B) 14 C) 35 D) 21

Solución:
En 10 meses: I = 30%M = (3/10) (C+I) entonces I = (3/7) C luego M = (10/7) C
Así: (3/7) C = C. r. (10) / 1200 → r = (360/ 7) % anual

En "t" meses: I_1= 60% [(10/7) C] = (6/7) C= [(10/7) C]. (360/7). t → t = 14 meses.

Rpta.: B

4. Si hoy se deposita 2200 soles a interés simple con una tasa del 15% trimestral y dentro de 6 meses se depositará otros 2200 soles a la misma tasa. ¿Cuál será el monto total en soles que se obtendrá dentro de un año?

A) 6200 B) 6320 C) 6360 D) 6380

Solución:

A partir de los datos se tiene:

$$M = 2200\left[1+\frac{5.12}{100}\right]+2200\left[1+\frac{5.6}{100}\right] \qquad \therefore M = 6380$$

Rpta.: D

5. El valor de una letra impuesto al 8% cuatrimestral, es de 14 400 soles. ¿Cuál será su valor si se cancelara 50 días antes de su vencimiento?

A)13 200 B) 13 250 C) 13 920 D) 13 350

Solución:

r = 8% cuatrimestral ↔ 24% anual, t = 50 días

$$\mathbf{D_C} = \frac{V_N\, r\, t}{36000} = \frac{14400\times 24\times 50}{36000} = 480$$

Su valor será 14400-480=13920

Rpta.: C

6. Se firman dos letras de cambio, la primera de 3000 soles y la segunda de 4000 soles que son descontados al 10%. Si los descuentos en ambas letras son iguales y la suma de ambos tiempos de vencimiento es de 14 meses, ¿cuánto será su valor en soles de la segunda letra?

A) 3800 B) 2800 C) 3600 D) 3000

Solución:

Se tiene:

$$D_1 = \frac{3000\times 10\times t}{1200},\quad \mathrm{D}_2 = \frac{4000\times 10\times T}{1200},\quad \text{como } \mathrm{D}_1 = D_2 \ \Rightarrow t = 8,\ T = 6$$

$$D_2 = \frac{4000\times 10\times 6}{1200} = 200 \quad \therefore V_{a_2} = 4000 - 200 = 3800$$

Rpta.: A

7. Los capitales que tienen tres amigos suman 9000 soles, luego deciden prestar cada uno de sus capitales a igual tasa de interés durante 9 meses y se convierten en tres montos de 4300, 3225 y 2150 soles respectivamente. ¿Cuántos soles fue el capital inicial de uno de ellos?

A) 2200 B) 2000 C) 5000 D) 2600

Solución:

Los montos son proporcionales a los capitales:

$$\frac{4300}{C_1} = \frac{3225}{C_2} = \frac{2150}{C_3} \Rightarrow \frac{C_1}{4} = \frac{C_2}{3} = \frac{C_3}{2} = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{4+3+2} = \frac{9000}{9} = 1000$$

Luego, uno de los capitales iniciales fue 2 000 soles.

Rpta.: B

8. Se tiene un pagaré de 60 000 soles y se paga por él, en efectivo 58 000 soles. Si el pagaré se vencía dentro de 4 meses, determine a que tasa de descuento estuvo impuesta.

A) 15% B) 12% C) 10% D) 8%

Solución:

r% :tasa anual

$$V_n - V_a = D_c \ \rightarrow\ 60000 - 58000 = \frac{60000.r.4}{1200} \ \Rightarrow \therefore r\% = 10\%\,\text{anual}$$

Rpta.: C

9. Se firman tres letras mensuales de 2000 soles cada una con un descuento del 12% anual. ¿Cuántos soles suman el valor de las tres letras si se cancelara hoy?

A) 4100 B) 6140 C) 5110 D) 5880

Solución:

Descuento total: $D = \frac{2000\times12\times1}{1200} + \frac{2000\times12\times2}{1200} + \frac{2000\times12\times3}{1200} = 120$

Valor actual: 6000– 120=5880

Rpta.: D

10. Se tiene que pagar una deuda de 7500 soles en dos partes iguales, la mitad a los 90 días y la otra mitad 60 días después del primer pago, ambas a una tasa del 0,5% mensual. Si se desea cancelar al contado el total de la deuda, ¿cuántos soles se pagó por dicha deuda?

A) 7150 B) 7250 C) 7475 D) 7350

Solución:

$$Va = \frac{Vn(36000 - r\cdot t)}{36000} \quad , \quad Vn_1 = Vn_2 = \frac{7500}{2} = 3750$$

i) $t = 90$ días , $r = 6\%$

$$Va_1 = \frac{3750(36000 - 6\cdot 90)}{36000} = \frac{375\cdot 3546}{360}$$

ii) $t = 150$ días , $r = 6\%$

$$Va_2 = \frac{3750(36000 - 6\cdot 150)}{36000} = \frac{375\cdot 3510}{360}$$

Entonces $Va = Va_1 + Va_2 = \frac{375}{360}(3546 + 3510) = 7350$

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Se deposita un capital durante 2 años, el cual genera un interés simple igual al 10% del monto, ¿qué porcentaje del monto será el interés generado en 6 años?

A) 25% B) 20% C) 30% D) 35%

Solución:

Por dato I = 10%M = 10%(C + I) $\rightarrow$ I = $\frac{C}{9}$ es el interés en 2 años. Luego:

El interés en 6 años es $\frac{C}{3}$ entonces $M = \frac{4C}{3}$ $\therefore\ x = \frac{\frac{C}{3}}{\frac{4C}{3}}\times 100\% = 25\%$

Rpta.: A

2. Tres capitales son depositados en diferentes bancos al 25%, 24% y 20% anual respectivamente y generan el mismo interés anual.
Si el menor de los montos producidos en 10 años es de 8400 soles, halle el mayor de los capitales, en soles, que fue depositado.

A) 2200 B) 3000 C) 5600 D) 3400

Solución:

$I_1 = I_2 = I_3$

$$\rightarrow \frac{C_1.25.10}{100} = \frac{C_2.24.10}{100} = \frac{C_3.20.10}{100} \rightarrow \frac{C_1}{24} = \frac{C_2}{25} = \frac{C_3}{30} = k$$

$$\rightarrow I_1 = I_2 = I_3 = 60k, \;\; M_1 = 84k$$

Además $M_1 = 8\,400 \rightarrow k = 100 \therefore C_3 = 3\,000$

Rpta.: B

3. Se prestó un capital por cuatro años y el monto obtenido fue de 44 000 soles, pero si el tiempo hubiese sido de nueve años, se ganaría 30 000 soles más. Halle la tasa de interés trimestral.

A) 8,5% B) 9,5 % C) 7,5 % D) 9%

Solución:

$$44000 = C\left(1 + \frac{4r}{100}\right), \qquad 74000 = C\left(1 + \frac{9r}{100}\right), \quad r\% \text{ anual}$$

$$\frac{44000}{74000} = \frac{C\left(\frac{100+4r}{100}\right)}{C\left(\frac{100+9r}{100}\right)} \rightarrow r = 30 \;\therefore\; r\% = 7{,}5\% \text{ trimestral}.$$

Rpta.: C

4. Por un capital en un año se obtiene de interés 2400 soles. Pero si lo imponía durante 2 años a la misma tasa de interés, hubiese conseguido un monto de S/. 6900. Halle el capital en soles.

A) 2250 B) 2200 C) 2150 D) 2100

Solución:
$I_{2años} = 4\,800$
$M = C + 4\,800 = 6\,900$
Por lo tanto: $C = 2100$

Rpta.: D

5. Se depositó los 5/8 de su capital en un banco a una tasa del 12% anual y el resto al 5% semestral. Si después de 10 años el interés total fue $ 12 600, ¿cuánto fue el capital inicial en dólares de Elenita?

A) 10 800 B) 10 500 C) 11 200 D) 12 000

Solución:

r_1=12% anual, r_2= 10% anual. Sea 8C el capital

$$I_1 + I_2 = 1260 \rightarrow \frac{5C.12.10}{100} + \frac{3C.10.10}{100} = 12600 \rightarrow C = 1400 \quad \therefore 8C = 11200$$

Rpta.: C

6. Juan solicitó un préstamo hipotecario de 50 000 soles a una tasa de 1,5%, que debe cancelarlo en 12 años. Si Justo después de 2 años decidió cancelar su deuda, ¿cuántos soles fue el descuento realizado?

A) 7500 B) 7230 C) 7180 D) 8550

Solución:

$$D_c = \frac{V_a \times r \times t}{100} = \frac{50000 \times 1{,}5 \times 10}{100} = 7500$$

Rpta.: A

7. Luis tiene una letra cuyo valor actual es 11 460 soles que vence dentro de año y medio. Si lo cancela dentro de 5 meses pagaría 300 soles menos que si lo cancelara 3 meses antes de la fecha de vencimiento, ¿cuál es la tasa anual de descuento?

A) 6,5% B) 6% C) 9% D) 3%

Solución:

D_C: Descuento comercial en un mes, r% mensual

$$V_{a_2} - V_{a_1} = 300 \rightarrow (V_n - 3D_c) - (V_n - 13D_c) = 300 \rightarrow D_c = 30...(*)$$

como $11460 = V_n - 18D_c \rightarrow V_n = 12000$

Por (*) $\frac{12000.r.1}{100} = 30 \rightarrow r = \frac{3}{12}$ mensual, por tanto la tasa es 3% anual.

Rpta.: D

8. Faltan 6 meses para el vencimiento de una letra cuyo valor actual es de 25 000 soles. Si se cancelara dentro de 2 meses el descuento sería 2000 soles, ¿cuál es la deuda total en soles?

A) 25 000 B) 32 000 C) 28 000 D) 42 000

Solución:

r % anual,

$$D_{c_1} = 2000 \rightarrow \frac{V_n.r.4}{1200} = 2000 \rightarrow V_n.r = 600000 \quad \ldots(*)$$

y $\quad V_n = V_a + D_c \rightarrow V_n = 25000 + \frac{V_n.r.6}{1200} \rightarrow Por(*),\ \therefore V_n = 2\ 8000$

Rpta.: C

9. Se tiene un pagaré de 36 000 soles que vence el 20 de febrero y lo negocia con una tasa de descuento del 8% anual el 26 de enero del mismo año. ¿Cuál es el valor actual en soles del pagaré?

A) 32 649 B) 35 800 C) 33 940 D) 40 400

Solución:

5(enero) + 20(febrero) = 25días, tenemos: $V_a = V_n - D_c$ y $V_n = 36\ 000$.

Entonces: $V_a = 36000 - \frac{36000.8.25}{36000} \quad \therefore \quad V_a = 35800$

Rpta.: B

10. Se tiene una deuda de 10 800 soles pagadera en dos partes iguales; la mitad a los 120 días y la otra mitad 90 días después del primer pago. Si se decide cancelar la deuda total con un descuento del 6% anual. ¿Cuánto será la cantidad al contado en soles que se tendrá que pagar?

A) 10 503 B) 11 503 C) 10 530 D) 10 533

Solución:

$$\text{Va} = \frac{\text{Vn}(36000 - \text{r} \cdot \text{t})}{36000} \quad , \quad \text{Vn}_1 = \text{Vn}_2 = \frac{10800}{2} = 5400$$

i) $\text{t} = 120$ días al $\text{r} = 6\%$

$$\text{Va}_1 = \frac{5400(36000 - 6 \cdot 120)}{36000} = \frac{540 \cdot 3528}{360}$$

ii) $\text{t} = 210$ días al $\text{r} = 6\%$

$$\text{Va}_2 = \frac{5400(36000 - 6 \cdot 210)}{36000} = \frac{540 \cdot 3474}{360}$$

Entonces $\text{Va} = \text{Va}_1 + \text{Va}_2 = \frac{540}{360}(3528 + 3474) = 10503$

Rpta.: A

Aritmética

EJERCICIOS

1. El 20% de un capital se impone a una tasa del 5% semestral y el 40% del mismo capital al 20% trimestral. ¿A qué tasa de interés semestral se deberá imponer el resto de dicho capital para que luego de dos años se obtenga un monto igual al 200% del capital?

A) 32,2 % B) 20 % C) 15,4 % D) 25,5 % E) 36 %

Solución:

De los datos tenemos: Tasa: (2r)% anual = r% semestral

$$I_{Total} = \frac{20\%C(10)(2)}{100} + \frac{40\%C(80)(2)}{100} + \frac{40\%C(2r)(2)}{100} = 100\%C$$

De donde: r = 20% semestral

Rpta.: B

2. Teodoro coloca cierta cantidad de soles en un banco, si durante 15 meses dicho capital produce un interés igual al 36% del monto, ¿a qué tasa cuatrimestral estuvo impuesta?

A) 20% B) 12% C) 40% D) 15% E) 24%

Solución:

Capital: C
t = 15 meses
Tasa: (3r)% anual = r% cuatrimestral
Entonces

$I = 36\%M = 36\%(C + I)$

$$\frac{16}{9}\left(\frac{C.(3r)(15)}{1200}\right) = C$$

$\Rightarrow\ r = 15\%\ cuatrimestral$

Rpta.: D

3. El 20 de marzo se abrió una cuenta con S/ 80 000 en un Banco que pagaba una tasa de interés simple del 18% anual. Se requiere conocer el interés, en soles, que generó dicho capital hasta el 15 de abril del mismo año, fecha en que se canceló la operación.

A) S/ 1600 B) S/ 1400 C) S/ 1040 D) S/ 1700 E) S/ 1000

Solución:

Número de días a considerar: Marzo: 31- 20 =11 y Abril: 15 ; Total: 26 días
C = 80 000 ; t= 26 días
r = 18% anual
Por lo tanto: $I = \frac{80\,000(18)(26)}{36000} = 1040$

Rpta.: C

4. Se compra un artefacto cuyo valor al contado es S/ 1582, pagando cierta cantidad como cuota inicial, y se firma 2 letras mensuales de igual valor nominal por S/ 200. Si la tasa de descuento de ambas letras es del 3% mensual, ¿cuál es el valor, en soles, de la cuota inicial?

A) 1320 B) 1240 C) 1330 D) 1200 E) 1282

Solución:

$r = 3\%\ \text{mensual} = 36\%\ \text{anual}$

$1582 = C.I. + VA_1 + VA_2$

$1582 = C.I. + 200[1 - \frac{36.1}{1200}] + 200[1 - \frac{36.2}{1200}]$

$1582 = C.I. + 382$

$C.I. = 1200$

Rpta.: D

5. Un padre de familia coloca su capital en una financiera que paga una tasa de interés del 2% mensual, primero deposita S/ 7500 y 7 meses después S/ 2800. ¿Cuál es el monto, en soles, que recibirá este padre de familia al cabo de 19 meses?

A) 13 840 B) 13 822 C) 13 560 D) 13 620 E) 13 940

Solución:

r= 2% mensual = 24% anual
C_1 = 7500 ; t_1= 19 meses → I_1=7500(24)(19)/1200=2850
C_2= 2800 ; t_2= 12 meses → I_1=2800(24)(12)/1200= 672
M = 7500 + 2850 + 2800 + 672 = 13 822 soles.

Rpta.: B

6. Un pagaré de S/ 35 000 se ha descontado comercialmente con una tasa cuatrimestral del 5%, reduciéndose a S/ 30 625. ¿Cuántos meses faltaba para el vencimiento de dicho pagaré?

A) 10 B) 8 C) 6 D) 9 E) 12

Solución:

V_N= 35 000 ; V_A = 30 625 ; r= 5% cuatrimestral = 15 % anual

$$V_A = V_N\left(1-\frac{15t}{1200}\right) \rightarrow 30625 = 35000\left(1-\frac{15t}{1200}\right) \rightarrow t = 10 \text{ meses.}$$

Rpta.: A

7. Un comerciante solicitó un préstamo para abastecerse en la campaña escolar, dicha deuda se cancelará con un pagaré de S/ 64 000 con una tasa de descuento del 7% anual. Si él decide cancelar hoy su deuda, esta se reduce a S/ 50 000, ¿por cuántos días solicitó el préstamo?

A) 1125 B) 1470 C) 550 D) 945 E) 520

Solución:

V_N= 64 000 ; V_A= 50 000 ; r=7% anual ; tiempo: t días

$$V_A = V_N\left(1-\frac{7t}{36000}\right) \rightarrow 50\,000 = 64\,000\left(1-\frac{7t}{36000}\right) \rightarrow t = 1125 \text{ días}$$

Rpta.: A

8. Filomeno firmó una letra de $ 280 que vence el 5 de noviembre. ¿En qué fecha debe descontarse dicha letra para recibir por ella $ 210, con una tasa de descuento del 15% bimestral?

A) 28 de julio B) 30 de julio C) 29 de julio D) 27 de julio E) 31 de julio

Solución:

$$D_c = V_n - V_a$$

$$D_c = 70 \Rightarrow \frac{280(90).t}{36000} = 70$$

$$\Rightarrow t = 100 \textit{ días}$$

$\therefore$ 28 de julio

Rpta.: A

9. Jorge firma 8 letras mensuales iguales con una tasa de descuento del 5 % mensual, pero si ese mismo día decidiera cancelar todas las letras tendría que pagar un total de 6 200 dólares. Calcule el valor nominal, en dólares, de una de ellas.

A) 1150 B) 1250 C) 1300 D) 1200 E) 1000

Solución:

r = 5% mensual= 60% anual

$$Va = 6200 = Vn(1-\frac{60.1}{1200}) + Vn(1-\frac{60.2}{1200}) + ... + Vn(1-\frac{60.8}{1200})$$

$$6200 = Vn\,[8 - \frac{60.(1+2+3+...+8)}{1200}] \quad \therefore \quad Vn = 1000$$

Rpta.: E

10. Una letra de 5000 dólares se hace efectiva el 28 de Julio del presente año pagando por ella 4950 dólares, si dicha letra estuvo impuesta a una tasa de descuento del 1% trimestral, calcule su fecha de vencimiento.

A) 16 de Set. B) 4 de Set. C) 28 de Nov.
D) 16 de Oct. E) 26 de Oct.

Solución:

$$V_n = 5000;\ V_a = 4950;\ r = 4\%$$

$$D = 50 = \frac{5000 \times 4 \times t}{36000} \rightarrow t = 90 \text{ dias} \quad \therefore \quad 28 \text{ de Julio} + 90 \text{ días} = 26 \text{ de Octubre}$$

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un capital es colocado al 4% anual durante 5 meses y produce S/ 1100 menos que estando colocado al 4% mensual durante el mismo tiempo. Determine el capital.

A) S/ 6620 B) S/ 5250 C) S/ 6000 D) S/ 5500 E) S/ 4500

Solución:

$$\frac{C.48.5}{1200} - \frac{C.4.5}{1200} = 1100 \rightarrow C = 6000$$

Rpta.: C

2. Al colocar cierto capital en un banco este se duplica en un tiempo de 50 meses. Calcule la tasa quincenal utilizada por dicho banco.

A) 1 % B) 3% C) 4% D) 2% E) 5%

Solución:

$$I = C = \frac{\mathbf{c.r.50}}{\mathbf{1200}} \quad \rightarrow \quad r = 24\% \text{ anual} <> 1\% \text{ quincenal}$$

Rpta.: A

3. En un Banco se acuerda el préstamo de cierto capital al 8% anual. Si el préstamo hubiera durado 3 años más, y a la misma tasa, el interés hubiera sido el 130% del anterior. Calcule el tiempo del préstamo.

A) 11 años B) 7 años C) 10 años D) 8 años E) 9 años

Solución:

Capital: c Tasa: 8% Tiempo: t Interés: I_1
Capital: c Tasa: 8% Tiempo: t + 3 Interés: $I_2 = 130\% I_1$

$$I_2 = 130\% I_1 \Rightarrow c \times 8\% \times (t+3) = 130\%\left(c \times 8\% \times t\right)$$

$$t + 3 = \frac{13}{10}t \Rightarrow 3 = \frac{3}{10}t \Rightarrow t = 10 \text{ años}$$

Rpta.: C

4. Una persona invierte S/ 50 000 a una tasa del 12% anual; al cabo de 3 años invierte la utilidad a una tasa del 3% mensual. Si luego de cierto tiempo la utilidad de la segunda inversión es el 75% de la utilidad de la primera (en los tres años), y como no retiró la inversión inicial, entonces, ¿a cuánto asciende el monto total?

A) S/ 97600 B) S/ 94000 C) S/ 92000
D) S/ 96400 E) S/ 81500

Solución:

C = 50 000 soles
r = 0,12 anual
I1 = 50 000 x 12% x 3 = 18 000
Sea n el tiempo transcurrido en meses, donde:
I2 = 75% x 18 000 = 18 000 x 3% x n

El cual da como respuesta que el tiempo transcurrido es n = 25 meses
Adicionalmente, se tiene que el capital inicial genera, durante 25 meses, a una tasa del 1% mensual (12%/12), un interés simple

I3 = 50 000 x 1% x 25 =12 500

Entonces, el interés simple generado en esta operación será: I = I 1+ I 2 + I 3 = 18 000 + 13 500 + 12 500 = 44 000
Se tiene que M = C + I = 50 000 + 44 000. El monto total asciende a S/ 94 000.

Rpta.: B

5. Un prestamista analiza una transacción comercial llevada con anterioridad en la que invirtió un capital a la tasa de interés simple del 6,5% mensual, la cual se convirtió en S/ 3522. Si hubiese invertido a la tasa de interés simple del 5% mensual y un año menos que en el caso anterior, el interés sería de S/ 450. Halle lo invertido por el prestamista.

A) S/ 1680 B) S/ 1700 C) S/ 1624 D) S/ 1650 E) S/ 1880

Solución:

1er caso
Monto = 3522 dólares
r = 6.5% x 12
Tiempo = t años

2do caso
Interés = 450 dólares
r = 5%x12
Tiempo = t - 1 años

Se tiene:
Para el primer caso: 3522 = C (1 + 6.5% x 12 x t);
Para el segundo caso: 450 = C x 5% x 12 x (t - 1),
De estas dos ecuaciones se tiene que:
Lo invertido por el prestamista fue S/ 1650

Rpta.: D

6. Bertha realiza un préstamo de S/ 2000 a un familiar, con la finalidad de que se los devuelva dentro de un año, a una tasa de 1% mensual durante los primeros cuatro meses, y los meses restantes a una tasa de 1,5% mensual. ¿Cuál sería la cantidad, en soles, que recibirá Bertha por parte de su familiar al finalizar el plazo de dicho préstamo?

A) 2350 B) 2280 C) 2260 D) 2340 E) 2320

Solución:

Capital = 2000 soles
t_1 = 4 meses ; r_1= 1% mensual = 12% anual → I_1=2000(12)(4)/1200=80
t_2 = 8 meses ; r_2= 1,5% mensual= 18% anual→ I_2=2000(18)(8)/1200=240
M = 2000 +80+240= 2320 soles.

Rpta.: E

7. Una letra de 18 000 dólares se hizo efectiva el año pasado, y se pagó por ella cierta cantidad en dólares. Si se descontó al 5%, con un tiempo de vencimiento de 15 meses, calcule la cantidad que se pagó por dicha letra, y dé como respuesta la suma de sus cifras.

A) 19 B) 23 C) 27 D) 22 E) 19

Solución:

$$\mathbf{V_n} = 18000\mathbf{;\ V_a} = \mathbf{16875;\ r = 5\% \rightarrow D = \frac{18000 \times 5 \times 15}{1200}} = \mathbf{1125} \Rightarrow$$

$$\mathbf{V_a} = 18000 - 1125 = 16875\mathbf{,\ suma\ de\ cifras} = 27$$

Rpta.: C

8. Natalia firmó una letra a pagar dentro de 2 años; pero como pagó 14 meses después de haber firmado dicha letra, tan solo pagó S/ 6780 con una tasa del 3,5% semestral. Halle el valor de la letra

A) S/ 7200 B) S/ 7600 C) S/ 7400 D) S/ 7350 E) S/ 7250

Solución:

DC= Vn – 6780 = $\frac{Vn.10.7}{1200} = 420$; t = 24 – 14 = 10 meses

Por lo tanto: Vn = 7200

Rpta.: A

9. Edgar firma una letra de cambio de S/ 80 000 a una tasa de descuento del 1% mensual. Si decide pagar dicha letra 9 meses antes de su vencimiento, ¿cuántos soles tendría que pagar?

A) 72 800 B) 75 000 C) 71 800 D) 74 000 E) 66 000

Solución:

$r = 1\%\text{mensual} = 12\%\text{anual}$

$Va = 80000\left(1 - \frac{12(9)}{1200}\right) = 80000(\frac{91}{100}) = 72800$

Si Edgar paga 9 meses antes, tendrá que pagar 72 800 soles.

Rpta.: A

10. Una letra fue negociada a cuatro meses de su vencimiento con una tasa del 10% y por ella se pagó S/ 58 000. Halle el valor de la letra.

A) S/ 65600 B) S/ 59000 C) S/ 60000
D) S/ 64000 E) S/ 66000

Solución:

$\frac{Vn.10.4}{1200} = Vn - 58000 \therefore Vn = 60000$

Rpta.: C

Aritmética

EJERCICIOS

1. Don José depositó en un banco el 20% de su capital a una tasa del 15% anual, y el 40% del resto en una financiera, a una tasa del 3% semestral. ¿Después de cuántos días los montos que recibirá de ambas entidades serán iguales?

A) 4000 B) 3200 C) 3500 D) 4200 E) 3750

Solución:

Por dato: C_1= 20%C ; C_2= 40%(80%C)=32%C

$M_1 = M_2$ → 20(1 + 15%t) = 32(1 + 6%t) → $t = \frac{100}{9}$ años.

Por lo tanto: t = 4000 días

Rpta.: A

2. Mateo coloca cierta cantidad de soles en un banco a una tasa de interés del 5% anual. ¿En cuántos meses producirá el 25% del monto?

A) 12 B) 16 C) 40 D) 80 E) 32

Solución:

r = 5% anual ; Capital: C ; I = 25%M $\frac{I}{M} = \frac{1}{4}\begin{cases} I = k \\ M = 4k \end{cases} \Rightarrow C = 3k$

Luego k = $\frac{3k.t.5}{1200}$ Por lo tanto t = 80 meses

Rpta.: D

3. Si Carlos posee un capital de S/ 1500 y desea comprar una refrigeradora de S/ 2500 que sube de precio cada año en S/ 250. ¿A qué tasa cuatrimestral debe imponer su capital para que al cabo de 5 años, con el monto que reciba, pueda comprar dicha refrigeradora?

A) 7% B) 15% C) 10% D) 8% E) 12%

Solución:

(r% cuatrimestral = 3r% anual): $1500 + \frac{1500.(3r).5}{100} = 2500 + 5[250]$ Por tanto r = 10

Rpta.: C

4. Para aumentar su dinero e implementar su taller de costura, Gerardo deposita S/ 8000 en un banco, a una tasa de interés simple de 3% trimestral. ¿Con qué monto, en soles, contará Gerardo al cabo de 8 meses para implementar su taller?

A) 8480 B) 8230 C) 8460 D) 8640 E) 8160

Solución:

3%trimestral<> 12% mensual $M = 8000 + \frac{8000x12x8}{1200} = 8640$ **Rpta.: D**

5. Pedro tiene cierto capital. Si ese capital lo depositara en una financiera durante 8 meses, obtendría un monto equivalente al capital inicial aumentado sucesivamente un 20% y 10%. Si Pedro decide colocar su capital en un banco por medio año, a una tasa anual igual al doble de la tasa que ofrecía la financiera y obtiene un interés de 576 soles, calcule el capital de Pedro, en soles.

A) 1200 B) 1250 C) 1300 D) 1350 E) 1000

Solución:

C: capital Por dato: 110%120%C=132%C M= C+I

M = 132%C = C + C(r %) (8/12) → r =48 → r = 48% anual

I = C (96%)(1/2) = 576 → C = 1200

Rpta.: A

6. Julián firmó hoy una letra de cambio por S/ 7200, con una tasa de descuento del 15% anual. Si sumamos la cantidad de dinero que se pagaría hoy al cancelar la deuda, con la que se tendría que pagar si se cancelara dentro de 6 meses, se obtendría S/12 240. ¿Al cabo de que tiempo, en meses, vencerá dicha letra?

A) 18 B) 15 C) 14 D) 16 E) 20

Solución:

$$V_{A1} + V_{A2} = 12240 \quad ; 7200\left(1 - \frac{15t}{1200}\right) + 7200\left(1 - \frac{15(t-6)}{1200}\right) = 12240 \therefore \quad t = 15 \text{ meses}$$

Rpta.: B

7. Un pagaré se ha firmado con una tasa de descuento del 72% anual. ¿Qué porcentaje del valor nominal se recibirá al cancelarla 75 días antes de la fecha de vencimiento?

A) 72 B) 90 C) 85 D) 70 E) 60

Solución:

Tenemos $D_c = V_n - x\%V_n$ $\frac{V_n.(72).75}{36000} = \left(\frac{100-x}{100}\right)V_n$ $x = 85$

Rpta.: C

8. Julia firmó hoy una letra de cambio de S/ 7200 a pagar dentro de 300 días, con una tasa de descuento del 24%. Si hoy mismo esta letra la cambia por otra de S/ 6480, cuya tasa de descuento es del 16%, ¿cuál es el tiempo de vencimiento, en días, de la segunda letra?

A) 240 B) 270 C) 250 D) 280 E) 260

Solución:

Por ser letras equivalentes los valores actuales son iguales, entonces:

7200 – D1 = 6480 – D2 → D1 – D2 = 720

$$720 = \frac{7200(300)(24)}{36000} - \frac{6480(t)(16)}{36000} \therefore t = 250$$

Rpta.: C

9. Si hoy se cancelara una deuda, faltando "t" meses para su vencimiento, se pagaría 1/8 menos de la deuda contraída, que es de S/ 4000; pero si se cancelara "t/4" meses después, ¿cuántos soles se pagaría?

A) 3185 B) 3275 C) 3325 D) 3625 E) 3475

Solución:

Va= Vn – Dc → 7/8. Vn = Vn – Vn.r.t /1200 → r.t /1200=1/8

DC= Vn [r.(3/4)t/1200] = 4000[(1/8)(3/4)] = 375

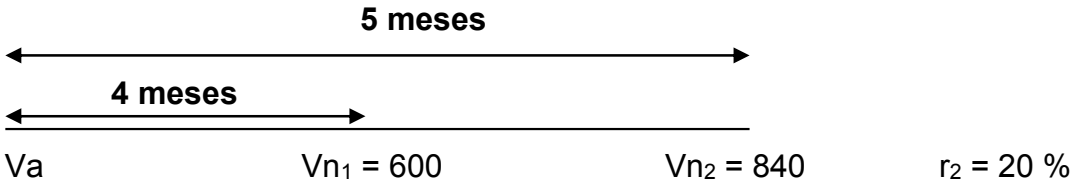
Por lo tanto: Se pagaría= 4000 – 375 = 3625 soles.

Rpta.: D

10. Halle el precio, en soles, al contado de un celular por el cual hoy se firmaron dos letras, una de S/ 600 que vence dentro de 4 meses y otra de S/ 840 que vence dentro de 5 meses, con las tasas de descuento del 8% cuatrimestral y 5% trimestral respectivamente.

A) 1422 B) 1342 C) 1322 D) 1252 E) 1222

Solución:



$$Va = Va_1 + Va_2 = (600 - \frac{600.24.4}{1200}) + (840 - \frac{840.20.5}{1200}) = (600 - 48) + (840 - 70) = 552 + 770 = 1322$$

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. ¿Cuántos meses debe depositar Juanita su capital para que se triplique, si la tasa de interés simple es del 5% bimestral?

A) 80 B) 90 C) 40 D) 120 E) 45

Solución:

$$\frac{c.30.t}{1200} + c = 3c \Rightarrow t = 80$$

Rpta.: A

2. Se tienen dos capitales que suman S/ 15 070. Al colocar el menor capital al 40% y el mayor al 60% después de 1 año y 9 meses el interés del mayor es igual al monto producido por el menor. Determine la diferencia positiva, en soles, de ambos capitales.

A) 2868 B) 4571 C) 4124 D) 3562 E) 3028

Solución:

Sean x, y los capitales
Tenemos

$$\frac{y.(60).21}{1200} = x\left[1 + \frac{40(21)}{1200}\right]; \quad \frac{x}{y} = \frac{21}{34} \; ; \quad x + y = 15070 \therefore \quad y - x = 3562$$

Rpta.: D

3. Si Alexander coloca su capital al 40% semestral, determine el tiempo transcurrido para que el monto sea equivalente a nueve veces su capital.

A) 5 años B) 8 años C) 10 años D) 12 años E) 14 años

Solución:

r = 40 % semestral = 80 % anual M = 9 C t: tiempo
M = C + I; I = (C.r.t) / 100 ➔ 9C = C + (C.80.t) / 100 ➔ 8 C = 80.C.t / 100
Luego t = 10 años **Rpta.: C**

4. Se prestó cierto capital durante un determinado tiempo. Si el préstamo hubiera durado 3 años más, y a la misma tasa, el interés hubiera sido el 130% del anterior. ¿Cuánto tiempo se prestó el capital?

A) 11 años B) 7 años C) 10 años D) 8 años E) 9 años

Solución:

$I_2 = 130\% I_1 \Rightarrow c \times 8\% \times (t+3) = 130\% (c \times 8\% \times t)$

$t + 3 = \frac{13}{10} t \Rightarrow 3 = \frac{3}{10} t \Rightarrow$ t = 10 años **Rpta.: C**

5. Hernán tiene tres inversiones, por las que recibe una ganancia total anual de S/ 3965. Una de sus inversiones es de S/ 8500 colocada a una tasa anual del 9%, otra de S/ 11 000 a una tasa anual del 10%. Si su tercera inversión es de S/ 15 000, determine su tasa de interés anual.

A) 15% B) 14% C) 16% D) 13% E) 17%

Solución:

	C	R	T	I
1ra inversión	8500	9/100	1	(9/100) (8500)
2da inversión	11000	10/100	1	(10/100)(11000)
3ra inversión	15000	x/100	1	(x/100)(15000)

Como la suma de los intereses es igual a S/ 3.965, resulta:

(9/100) (8500) + (10/100) (11000) + (x/100) (15000) = 3.965

Luego, x = 14.
Así, La tercera inversión de Hernán recibe un interés del 14 % anual.

Rpta.: B

6. Se tiene una letra de S/ 2100 a pagar dentro de 120 días con una tasa de descuento del 30% anual. Si esta letra se cambia por otra de S/ 2000 empleando la misma tasa de descuento, ¿cuál es el tiempo de vencimiento de esta última letra?

A) 66 días B) 88 días C) 20 días D) 62 días E) 90 días

Solución:

Como los valores actuales son iguales entonces:

VA= 2100 – DC_1 = 2000 – DC_2 → 100 = DC_1 – DC_2

$100 = \frac{2100\times120\times30}{36000} - \frac{2000\times t\times30}{36000} \Rightarrow t = 66$ días. **Rpta.: A**

7. Una letra se descontó hoy y se recibió por la letra el 80 % de su valor nominal. Pero si dicho descuento se hubiera hecho hace 48 días, se hubiera recibido por dicha letra el 90% de lo que hoy se recibió. ¿Cuántos días faltaban para el vencimiento de la letra?

A) 148 B) 168 C) 120 D) 140 E) 160

Solución:

$$\begin{matrix} Va_1 = 80\%V \rightarrow D_1 = 20\%V \\ Va_2 = 72\%V \rightarrow D_2 = 28\%V \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} r\%t = 20\%V \\ r\%(t+48) = 28\%V \end{matrix}$$

Luego dividiendo :

$\frac{t}{t+48} = \frac{20}{28} \Rightarrow t = 120$ días **Rpta.: C**

8. El valor actual de un pagaré que vence dentro de 8 meses es de S/ 210. Si su valor nominal es de S/ 300, halle su tasa de descuento anual.

A) 30% B) 45% C) 28% D) 25% E) 32%

Solución:

T= 8 meses = $\frac{2}{3}$año $v_n - v_a = D \Rightarrow 300 - 210 = 300\left(\frac{2}{3}\right)r\% \Rightarrow r = 45$ **Rpta.: B**

9. Se debe pagar S/ 150 en dos plazos la mitad a los 6 meses y la otra mitad dentro de los 4 meses siguientes. Si se pagase al contado dicha deuda a una tasa de descuento del 0,5% mensual, ¿cuántos soles se pagará por ella?

A) 144 B) 146 C) 147 D) 148 E) 150

Solución:

$V_{n1} = V_{n2} = 75$ $t_1 = 6$ meses $t_2 = 10$ meses Dc = $\frac{75.6.6}{1200} + \frac{75.6.10}{1200} = 6$

$\therefore$ Va = 150 – 6 = 144 **Rpta.: A**

10. Luis debe S/ 2400 pagadera dentro de 8 meses**.** Se libera pagando S/ 676 al contado y suscribiendo dos pagarés, el primero de S/ 864 pagadero en 5 meses y el otro pagable en un año, todos con una tasa de descuento de 5%. ¿Cuál es el valor nominal del último pagaré?

A) S/ 875 B) S/ 860 C) S/ 820 D) S/ 835 E) S/ 840

Solución:

$$V_{a_1} = 676 + V_{a_2} + V_{a_3} \Rightarrow V_{a_1} = 2400 - \frac{2400(8)(5)}{1200} = 2320$$

además: $V_{a_2} + V_{a_3} = 2320 - 676 = 1644$ luego $V_{a_2} = 864\left(1 - \frac{5(5)}{1200}\right) = 846$ y

$$V_{a_3} = 798 = V_n\left(1 - \frac{12(5)}{1200}\right) \therefore V_n = 840$$

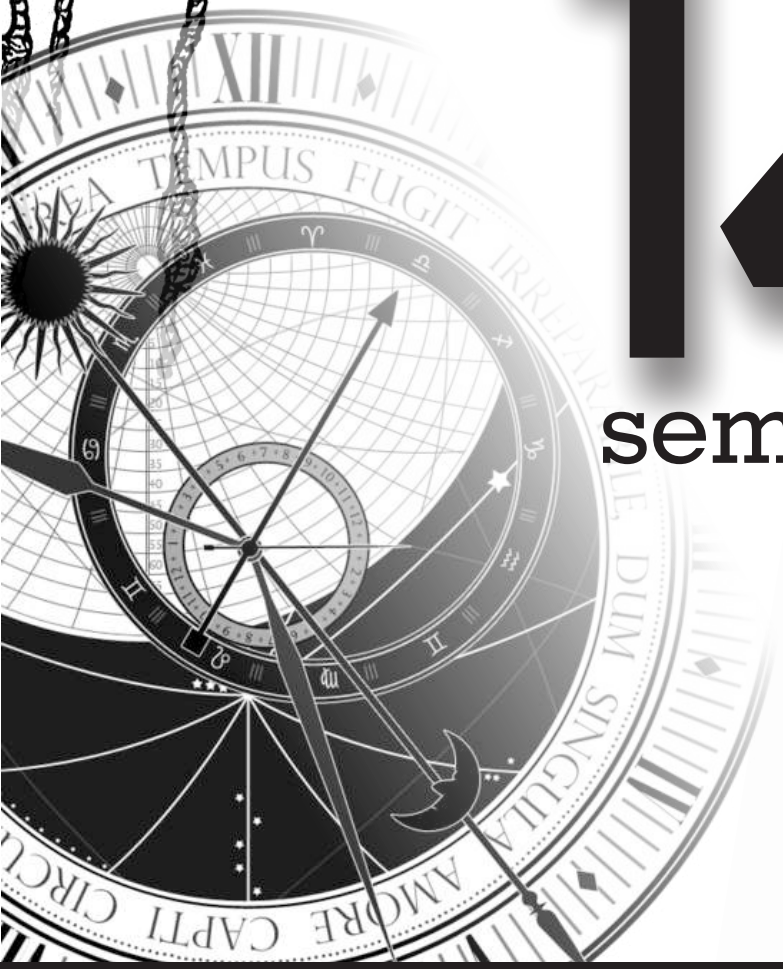
Rpta.: E

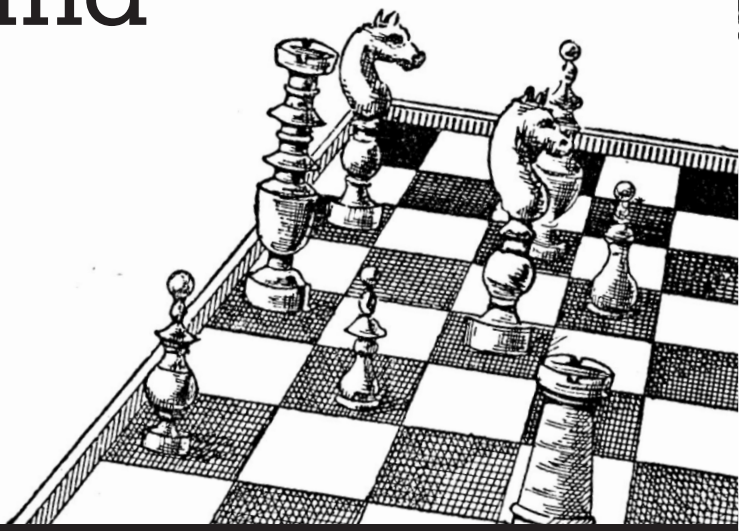
ARITMÉTICA

MANUAL DE PRACTICAS Y EJERCICIOS

14

semana





pre SAN MARCOS

Manhattan Editores

Aritmética

MEZCLAS Y ALEACIONES

MEZCLA

Es la unión de dos o más sustancias homogéneas en la que cada uno de ellas conserva su propia naturaleza.

REGLA DE MEZCLA

En el comercio se acostumbra a mezclar diversas clases de mercadería (ingredientes de la mezcla) de distintos precios, para venderlo en un precio intermedio. El precio medio (o precio de la mezcla) es el precio de costo por unidad de mezcla. Está dado por:

$$P_m = \frac{C_1P_1+C_2P_2+...+C_nP_n}{C_1+C_2+...+C_n}$$

$$P_V = P_m + G$$

$C_1, C_2, ... C_n$ Cantidades de los ingredientes

$P_1, P_2, ... P_n$ Precios de los ingredientes

MEZCLA ALCOHÓLICA

Es aquella en la que interviene alcohol puro y agua; o donde los ingredientes contienen cierta cantidad de alcohol puro.

Grado o pureza de alcohol.

Es el tanto por ciento de alcohol puro que contiene una mezcla alcohólica. También se mide en grados. El alcohol puro tiene 100° y el agua sola 0°.

$$\begin{pmatrix}\text{Grado de}\\ \text{alcohol}\end{pmatrix} = \frac{\text{volumen de alcohol puro}}{\text{volumen total de la mezcla}} \times 100\%$$

Grado medio (G_m)

Es el grado resultante de mezclar varios alcoholes, cada uno de ellos con su respectivo grado.

$$G_m = \frac{G_1V_1+G_2V_2+...+G_nV_n}{V_1+V_2+...+V_n}$$

$V_1, V_2, ..., V_n$ Volumen de los alcoholes

$G_1, G_2, ..., G_n$ Grado de los alcoholes

ALEACIÓN

Es la mezcla de dos o más metales mediante la fundición.

Ley de Aleación

La pureza de una aleación se determina mediante la expresión decimal de la relación existente entre el peso del metal fino y el peso total de la aleación.

$$L = \frac{\text{Peso metal fino}}{\text{Peso total}}$$

$$\text{Liga} = \frac{\text{Peso metal ordinario}}{\text{Peso total}}$$

$$\text{Ley} + \text{liga} = 1$$

Ley Media (L_m)

Es la ley de una aleación conformada por varias aleaciones.

$$L_m = \frac{L_1W_1 + L_2W_2 + \ldots + L_nW_n}{W_1 + W_2 + \ldots + W_n}$$

$W_1, W_2, \ldots, W_n$ peso de cada metal
$L_1, L_2, \ldots, L_n$ Ley de cada metal

Ley de oro

$$\text{Ley} = \frac{\text{Peso de oro puro}}{\text{Peso total}} = \frac{\text{N° quilates}}{24}$$

Quilate medio (Q_m)

$$Q_m = \frac{Q_1W_1 + Q_2W_2 + \ldots + Q_nW_n}{W_1 + W_2 + \ldots W_n}$$

$W_1, W_2, \ldots, W_n$ pesos de cada metal
$Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$ Qilates de cada metal

Aritmética

EJERCICIOS

1. Un comerciante mezcla 3 tipos de arroz cuyos precios por kilogramo son de S/ 3, S/ 3,5 y S/ 2,5. Si la cantidad de arroz más barato es a la cantidad de arroz más caro, como 2 es a 4, ¿cuántos kilogramos de arroz más barato se emplearán para obtener 100 kilogramos de mezcla de S/ 3,1 el kilogramo?

A) 20 B) 24 C) 26 D) 28

Solución:

Cantidad	Precio
2k	2,5
100 – 6k	3
4k	3,5

$$3{,}1 = \frac{2k \times (2{,}5) + (100 - 6k) \times 3 + 4k \times 3{,}5}{100} \rightarrow 5k + 300 - 18k + 14k = 310 \Rightarrow k = 10$$

$\therefore$ Kilos de arroz más barato: 20 kilos

Rpta.: A

2. Para obtener alcohol de 45,5° se mezcla alcohol de 50° con otro cuyo volumen representa el 25% del volumen total. ¿Cuál es el grado del segundo alcohol?

A) 35° B) 38° C) 31° D) 32°

Solución:

Volumen	Grado
75%	50°
25%	P

$$45{,}5^o = \frac{75\%(50^o) + 25\%(P^o)}{100\%} \Rightarrow$$

$$45{,}5^o = \frac{3(50) + P}{4} \Rightarrow 182 = 150 + p$$

$$P = 32^o$$

Rpta.: D

3. Se funde oro de 20, 18 y 16 quilates, obteniéndose una aleación de oro de 17 quilates. Si el oro de 16 quilates representa el 60% del peso total de la aleación, ¿cuál es la razón de los pesos de oro de 20 y 18 quilates, en ese orden?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$

Solución:

$$17 = \frac{16(6n) + 18(a) + 20(b)}{10n} \Rightarrow 9a + 10b = 37n \wedge a + b = 4n \Rightarrow a = 3n \ \wedge \ b = n$$

$$\frac{\text{Peso oro de 20 kilates}}{\text{Peso oro de 18 kilates}} = \frac{1}{3}$$

Rpta.: B

4. De un recipiente lleno de alcohol puro se extrae la octava parte y se reemplaza por agua, luego se extrae la mitad del contenido y se completa con agua. ¿Cuántos litros de agua se le debe agregar a 20 litros de la última mezcla para obtener alcohol de 20°?

A) 24,55 B) 22,35 C) 25,45 D) 23,75

Solución:

Se retira $\frac{1}{8} \Rightarrow$ Queda $\frac{7}{8}$ Alcohol puro

Se retira $\frac{1}{2} \Rightarrow$ Queda $\frac{1}{2}\left(\frac{7}{8}\right)100 = \frac{700}{16} = 43{,}75^{o} \Rightarrow$

$$20 = \frac{20 \times (43{,}75) + W \times 0}{20 + W} \Rightarrow 20W = 475$$

$\therefore W = 23{,}75$

Rpta.: D

5. Un comerciante mezcla trigo de dos calidades diferentes cuyos precios son S/ 7,20 y S/ 9,60 el kg, en la razón de 5 a 3 respectivamente y lo vende a S/ 16,2 el kg. ¿Qué porcentaje está ganando el comerciante con respecto al precio de venta?

A) 50% B) 48% C) 60% D) 30%

Solución:

Las cantidades de las dos clases de trigo son:

x = 5k, y = 3k de S/ 7,20 y S/ 9,60 el kg. respectivamente.

El precio de la mezcla es, $P_m = \dfrac{5k \times 7,2 + 3k \times 9,6}{8k} = 8,1$

Sea P_V = 16,2 el precio de venta, entonces resulta ganando P_V – P = 8,1 que, comparándolo con el precio de venta, resulta $\frac{8,1}{16,2} \times 100\ \% = 50\%$.

Rpta.: A

6. Pedro lee ciertas indicaciones que deben usarse para la fabricación de ciertas máquinas que usan una aleación de cobre y plata que contiene el 30% de plata. Para otros elementos se emplea una aleación que contiene los mismos metales, pero el 10% de plata. ¿Cuántos kg de plata se deben fundir con la segunda aleación para obtener 90 kg de la primera?

A) 20 B) 30 C) 25 D) 18

Solución:

Sea X = cantidad de plata que debe fundirse, teniendo por ley 100%

90 – X = cantidad de plata con ley 10%

Al fundirse Ley = 30% = $\frac{100\%\, x + 10\%(90-x)}{90}$, es decir x = 20

Rpta.: A

7. Un comerciante mezcla tres clases de café, cuyas cantidades están en la relación de 1; 3 y a y sus precios son: S/ 15, S/ 11 y S/ 18 respectivamente (por kilogramo). Calcule "a", si el kilogramo de mezcla se vende a S/ 20 ganando el 30% del precio de venta.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

Solución:

Sabemos que: PV = PC + G

PV = PC + 30%PV

70%PV = PC; pero PV = 20 → PC = 14

Ingredientes	Precios	Precio medio
1k	15	
3k	11	S/ 14
ak	18	

ganancia aparente pérdida aparente

3(3k) = 1(k) + 4(a x k)

9 = 1 + 4a → a = 2

Rpta.: B

8. Se quiere obtener 100 litros de alcohol de 74° mezclando 30 litros de alcohol de 80º con cantidades convenientes de alcohol puro y agua, pero por error estas cantidades se intercambian. ¿Cuál será el grado de la mezcla resultante?

A) 42° B) 44° C) 46° E) 48°

Solución:

30		n		70 – n		100
80°	+	100°	+	0°	=	74°

Ganancia aparente Pérdida aparente

74(70 – n) = 6(30) + 26(n)

Operando se obtendrá n = 50

Luego, si hubo un error con el alcohol puro y agua se obtendrá:

30		20		50
80°	+	100°	=	0°
		↓		
		100 litros (g)		

Ahora, hallemos el grado de la mezcla "g"

$$g = \frac{30(80°) + 20(100°) + 50(0°)}{100}$$

Por lo tanto, g = 44°

Rpta. B

9. A tres recipientes vacíos se les agrega agua, en cantidades que están en la relación de 1; 2 y 3, y luego alcohol puro en la relación de 3; 4 y 6 respectivamente, obteniéndose tres mezclas cuyas cantidades están en la relación de 5; 8 y 12 en el mismo orden. Si se mezclara el contenido de los tres recipientes, ¿cuál sería el grado de pureza de la mezcla resultante?

A) 52° B) 48° C) 56° D) 60°

Solución:

				Mezcla
Agua:	a	2a	3a	6a
Alcohol puro:	3b	4b	6b	13b

Luego: $\frac{a+3b}{5} = \frac{2a+4b}{8} = \frac{3a+6b}{12} \rightarrow a = 2b$

Reemplazamos en la mezcla final

Agua	12b
Alcohol puro	13b
	25b

Grado = $\frac{13b}{25b} \times 100° = 52°$

Rpta.: A

10. El motor de una maquinaria está diseñado para consumir gasolina de 91 octanos. En el Perú se vende solo gasolina de 95 octanos a S/ 15 el galón y de 83 octanos a S/ 12 el galón. ¿Cuánto cuesta llenar el tanque de nueve galones de dicha maquinaria?

A) S/ 120 B) S/ 122 C) S/ 124 D) S/ 126

Solución:

Se tiene gasolina de diferente octanaje.

S/ 15 el galón	S/ 12 el galón
a	b
95 octanos	83 octanos

Se desea llenar el tanque de una maquinaria
a + b (91 octanos)

Se deduce: Ganancia aparente = Pérdida aparente

$$b(91 - 83) = a(95 - 91)$$

$$\frac{b}{4} = \frac{a}{8}$$

Como a + b = 9, se tiene: $\frac{a}{2} = \frac{b}{1} = \frac{9}{3} = 3$ → a = 6 ; b = 3

Finalmente, lo que se gasta es: 6(15) + 3(12) = 126

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Se mezclan dos clases de maní de S/ 8,4 y S/ 7,2 el kilogramo, tomándose 30 kg y 15 kg de cada clase respectivamente. Si el maní al ser tostado pierde el 20% de su peso, ¿a cuánto debe venderse el kilogramo de maní tostado de esta mezcla para ganar 20%?

A) S/ 18 B) S/ 20 C) S/ 12 D) S/ 15

Solución:

30 kg 15 kg
30 x 8,4 + 15 x 7,2 = S/ 360
Se mezclan 45 kg pero se pierde 20%(45) = 9 kg
Al ser tostado quedan 45 – 9 = 36 kg
Al vender los 36 kg de café tostado se debe obtener 360 + 20%(360) = S/ 432
Por lo tanto, el precio de venta de 1 kg de maní tostado es $\frac{432}{36} = \frac{S}{12}$

Rpta.: C

2. Se funde una cadena de oro de 40 g con 8 g de oro puro, observándose que la ley aumenta en 30 milésimos con respecto a la ley de la cadena, ¿cuál era la ley de la cadena?

A) 0,90 B) 0,82 C) 0,80 D) 0,95

Solución:

	Peso	Ley
Oro puro	8	1
Pulsera	40	L

$$L + 0{,}03 = \frac{8 + 40L}{48} \Rightarrow 48L + 1{,}44 = 8 + 40L \Rightarrow 8L = 6{,}56 \Rightarrow L = 0{,}82$$

Rpta.: B

3. Se tiene dos mezclas alcohólicas de 60° y 80°, de la primera se retira la cuarta parte y se mezcla con los dos tercios de la segunda, obteniéndose alcohol de 68°. ¿Cuál es la pureza de alcohol que resulta al mezclar los contenidos restantes?

A) 62° B) 65° C) 70° D) 48°

Solución:

M_1 : 60° ; aℓ

M_2 : 80° ; bℓ

- $\frac{1}{4}a.60 + \frac{2}{3}b.80 = 68\left(\frac{1}{4}a + \frac{2}{3}b\right)$ $\therefore$ a = 4b
- $\frac{3}{4}a.60 + \frac{1}{3}b.80 = \left(\frac{3}{4}a + \frac{1}{3}b\right)x$ $\therefore$ x = 62°

Rpta.: A

4. José quiere regalarle a su novia un par de aretes de 19,2 quilates por motivo de su cumpleaños. Recuerda que en los regalos que le dio en meses anteriores: el precio de la pulsera de 16 quilates que pesa 36 gramos excede en S/ 565 al precio del anillo de oro de 12 quilates que pesa 8 gramos, además se considera sin valor al metal ordinario. Si José paga por los aretes con dos billetes de S/ 200 y cada arete pesa 5 gramos, ¿cuánto recibirá de vuelto?

A) S/ 174 B) S/ 162 C) S/ 184 D) S/ 158

Solución:

i) De la pulsera, $\frac{x}{36} = \frac{16}{24}$ entonces $x = 24$ g de oro puro

ii) Del anillo, $\frac{y}{8} = \frac{12}{24}$ entonces $y = 4$ g de oro puro

iii) Luego el precio P del gramo de oro puro:

24P – 4P = 565, es decir P = $\frac{113}{4}$ soles

iv) Del arete, $\frac{19.2}{24}$ = 0,800 = $\frac{z}{5}$ entonces el arete tiene *z* = 4 g de oro puro

v) El precio del arete es *z* P = 4 ($\frac{113}{4}$) = 113 soles

vi) Los dos aretes cuestan 2(113) = 226 soles.

Luego recibe 400 – 226 = S/ 174

Rpta.: A

5. Para fabricar férulas de metal fino, que se utilizan en el tratamiento de los huesos, se tienen tres aleaciones de platino cuyos pesos son 22, 18 y 13 kg con 18, 16 y 12 quilates respectivamente. De cada una de ellas se corta una cantidad igual en kilogramos y las partes restantes se funden obteniendo platino de 16,7 quilates. Halle la cantidad, en kilogramos, cortada a cada uno de ellas.

A) 11 kg B) 12 kg C) 10 kg D) 9 kg

Solución:

Sea x la cantidad de igual peso que se corta igual en peso de cada bloque.

Así, en cada bloque quedan $22 - x$, $18 - x$ y $13 - x$, luego

$$\frac{18(22-x)+16(18-x)+12(13-x)}{(22-x)+(18-x)+(13-x)} = 16{,}7$$

Por tanto, $x = 11$

Rpta.: A

6. Dos piscos P y Q están mezclados en 3 recipientes. En el primer recipiente la razón es de 1/3 de P y 2/3 de Q. En el segundo es de 1/4 de P y 3/4 de Q y en el tercero es de 1/6 de P y 5/6 de Q. Si se saca el mismo volumen de todos los recipientes para formar una mezcla que contenga 36 litros del pisco P, ¿cuántos litros se extraen de cada recipiente?

A) 36 ℓ B) 38 ℓ C) 24 ℓ D) 48 ℓ

Solución:

Sea x la cantidad de pisco que se extrae de cada recipiente.

Luego de cada recipiente se extrae el pisco P:

$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}x = 36$, de donde $x = 48$ litros

Rpta.: D

7. Se tiene dos lingotes de plata y cobre de leyes 0,825 y 0,625. El primero tiene 14 kg de cobre y el segundo tiene 50 kg de plata. Si se funden ambos lingotes, ¿cuál es la ley del lingote resultante?

A) 0,690 B) 0,759 C) 0,725 D) 0,820

Solución:

L_1: 0,825 y M = 80
0,175 M = 14
M = 80

L_2: 0,625 y M_2 = 80
0,625 M_2 = 50
M_2 = 80

La mezcla:
0,825 (80) + 0,625 (80) = 160x
x = 0,725

Rpta.: C

8. Se requiere obtener 100 litros de alcohol de 74° mezclando 30 litros de alcohol de 80° con cantidades convenientes de alcohol puro y agua. Si el alcohol puro se compró en botellas de 1/8 de litro y cada una costó S/ 2, ¿cuánto se gastó al comprar alcohol puro que luego se mezcla con alcohol de 80° y agua?

A) S/ 720 B) S/ 800 C) S/ 820 D) S/ 760

Solución:

80°	100°	0°	=	74°
30ℓ	a	70 – a		100

80(30) + 100a = 74(100)

a = 50

$$\text{Costo} = 2\left[\frac{50}{\frac{1}{8}}\right] = 800$$

Rpta.: B

9. Se funden dos lingotes de plata, uno de 700 gramos de peso y 0,920 de ley con otro de 300 gramos de peso y 0,120 de liga. Luego se extraen "n" gramos de esta aleación que son reemplazados por "n" gramos de plata de ley 0,833, resultando una aleación final de ley 0,893. Halle el valor de "n".

A) 150 B) 180 C) 200 D) 220

Solución:

Primera fundición: Liga = 0,120 entonces Ley = 0,880

$$L_1 = \frac{0{,}92\times 700 + 0{,}880\times 300}{700+300} = 0{,}908$$

Segunda fundición:

$$L_2 = \frac{0{,}908\times(1000-n) + 0{,}833n}{1000} = 0{,}893 \qquad \therefore n = 200$$

Rpta.: C

10. Se tiene dos aleaciones de oro y cobre de distintas leyes; mezclando pesos iguales de ambas aleaciones se tiene otra aleación de 20 quilates y mezclando cantidades de ambas aleaciones que tengan el mismo peso de oro resulta una ley de 19,8 quilates. Halle la ley de dichas aleaciones.

A) 19 y 21 B) 24 y 16 C) 23 y 17 D) 22 y 18

Solución:

L_1	L_2	20
w	w	2w

: $L_1 + L_2 = 40$ * Peso en oro común = P

$$LM_2 = \frac{2P}{\frac{P}{L_1}+\frac{P}{L_2}} = 19{,}8$$

$L_1 \cdot L_2 = 396$

$L_1 + L_2 = 40$ $L_1 = 22 \wedge L_2 = 18$

Rpta.: D

Aritmética

EJERCICIOS

1. Jacinto mezcla cierta cantidad de alcohol al 45%, con 60 litros de alcohol al 55% y 120 litros de alcohol al 65%, obteniendo alcohol al 50%. ¿Cuántos litros de alcohol al 45% intervino en esa mezcla?

A) 400 B) 500 C) 420 D) 480

Solución:

$$50\% = \frac{(x)(45\%)+(60)(55\%)+(120)(65\%)}{x+60+120}.$$ Por lo tanto x = 420

Rpta.: C

2. Un boticario mezcla 70 litros de alcohol de 80° con 40 litros de alcohol de 40° y cierta cantidad de agua pura, obteniendo alcohol de 60°. ¿Cuántos litros de agua pura hay en la mezcla final?

A) 52 B) 44 C) 56 D) 48

Solución:

$$\overset{80°}{\boxed{70}} + \overset{40°}{\boxed{40}} + \underset{\text{agua pura}}{\overset{0°}{\boxed{a}}} = \overset{60°}{\boxed{110+a}}$$

$$\Rightarrow 70(80)+(40)(40)+a(0)=(110+a)(60) \quad \Rightarrow \quad a=10 \quad ; \quad V_T = 120$$

$$\Rightarrow \quad \text{Alcohol} = 60\%.V_T \qquad \therefore \quad \text{Agua} = 40\%(120) = 48 \text{ litros}.$$

Rpta.: D

3. De un tonel lleno de vino puro se extrae sucesivamente el 20%, 30% y 40% de su contenido completándose siempre con agua después de cada extracción. Si la diferencia entre los volúmenes finales de agua y vino puro es 82 litros, ¿cuántos litros de vino puro había inicialmente en el tonel?

A) 250 B) 350 C) 280 D) 325

Solución:
Sea
V: $\text{Volumen}_{\text{Tonel}}$

$$V_{Final,vino} = \frac{3}{5}\left(\frac{7}{10}\left(\frac{4}{5}V\right)\right) = \frac{42}{125}V$$

$$V_{Final,agua} = V - \frac{42}{125}V = \frac{83}{125}V \rightarrow V_{F.agua} - V_{F.vino} = 82 \rightarrow \frac{41}{125}V = 82 \rightarrow V = 250 \ litros$$

Rpta.: A

4. En un recipiente se tiene 6 litros de alcohol de 75º, al cual se le agrega 2 litros de alcohol puro y cierta cantidad de agua, obteniéndose así alcohol de 65º. ¿Cuántos litros más de alcohol puro que de agua hay en la mezcla final?

A) 2 B) 3 C) 2,5 D) 1,5

Solución:

Volumen	Grado
6	75º
2	100º
X	0º

$$Gm = 65 = \frac{6(75)+2(100)+x(0)}{6+2+x} \rightarrow x = 2$$

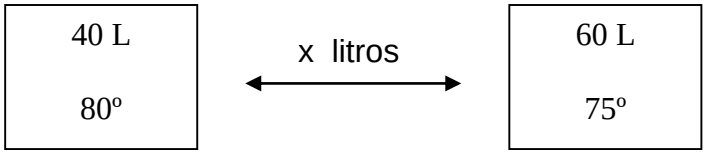
En la mezcla final: Hay 10 litros de 65°, de los cuales 6,5 litros es alcohol puro y 3,5 litros es agua.
Por lo tanto: Diferencia = 6,5 – 3,5 = 3 litros.

Rpta.: B

5. Se tiene dos mezclas alcohólicas, una de 40 litros de alcohol de 80º y otra de 60 litros de alcohol de 75º. ¿Cuántos litros enteros deben intercambiarse, como mínimo, para que el grado de pureza de mezcla alcohólica de 60 litros sea mayor que la de 40 litros?

A) 23 B) 24 C) 26 D) 25

Solución:



$$\frac{(40-x).80+x(75)}{40} < \frac{(60-x).75+x(80)}{60}$$

$$24 < x \rightarrow x_{\text{Mín. entero}} = 25$$

Rpta.: D

6. Un anillo de oro y cobre pesa 10 gramos y tiene una liga de 0,3. Un joyero fundió ese anillo con un gramo de cobre y cierta cantidad de oro puro, para hacer un nuevo anillo de ley 0,75. ¿Cuántos gramos pesa el nuevo anillo?

A) 16 B) 14 C) 17 D) 19

Solución:

$$0,75 = \frac{(0,7)(10)+(0)(1)+(1)(x)}{10+1+x} \rightarrow x = 5$$

Por lo tanto, el peso del nuevo anillo es 10+1+5 = 16 gramos.

Rpta.: A

7. Se tiene dos aleaciones y la ley de una coincide con la liga de la otra. Si ambas contienen 20 gramos de metal ordinario y la diferencia de los pesos de los metales finos que contienen es 75 gramos, calcule la suma de los pesos, en gramos, de ambas aleaciones.

A) 120 B) 135 C) 125 D) 140

Solución:

	Peso de metal ordinario	Peso de metal fino	Peso total
Aleación 1	20	a	20 + a
Aleación 2	20	a + 75	95 + a

$\frac{a+75}{a+95}=\frac{20}{20+a}\rightarrow a=5$. Por lo tanto 115 + 2(5) = 125.

Rpta.: C

8. Se tiene dos lingotes que contienen plata y estaño, uno con liga 0,250 contiene 3 kg de plata pura y otro con liga 0,150 que pesa 4 kg. Determine la ley media de la aleación que se obtiene al fundir ambos lingotes.

A) 0,750 B) 0,825 C) 0,675 D) 0,800

Solución:

$$Lm=\frac{\left(\frac{4}{3}\right)(3)(0,75)+(4)(0,85)}{\frac{4}{3}(3)+4}=0,800$$

Rpta.: D

9. Un joyero tiene un lingote de oro de ley 0,900 que pesa 550 gramos y con todo fabricará un trofeo; pero antes extrajo cierta cantidad de gramos de ese lingote para fabricar un brazalete. Si el joyero reemplazó esa parte extraída con oro de 15 quilates, resultando el trofeo con una ley de 0,800. ¿Cuántos gramos pesó el brazalete?

A) 240 B) 250 C) 200 D) 180

Solución:

Ley= (15)/(24) = 0,625
x : parte reemplazada (extrae; peso del brazalete)

$$Ley=\frac{(550-x)(0,900)+x(0,625)}{550}=0,800 \quad \therefore \quad x=200 \text{ gramos.}$$

Rpta.: C

10. Jorge coloca en un crisol 40 gramos de oro de 15 quilates y lo funde con cierta cantidad de oro puro, hasta obtener oro de 21 quilates. ¿Con cuántos gramos de cobre debe fundir esta nueva aleación para obtener oro de 18 quilates?

A) 21 B) 20 C) 18 D) 15

Solución:

$$\overset{15}{\boxed{40}} + \underset{\text{oro puro}}{\overset{24}{\boxed{a}}} = \overset{21}{\boxed{40+a}} \Rightarrow 40(15)+a(24)=(40+a)(21) \Rightarrow a=80$$

$$\underset{\text{mezcla}}{\overset{21}{\boxed{120}}} + \underset{\text{cobre}}{\overset{0}{\boxed{x}}} = \overset{18}{\boxed{120+x}} \Rightarrow 120(21)+x(0)=(120+x)(18)$$

$$\therefore \quad W_{Cu} = x = 20 \text{ gramos.}$$

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Se mezcla dos tipos de arroz cuyos pesos están en la relación de 2 a 3, resultando arroz de 3,6 soles el kg; además la diferencia del precio en soles por kg del arroz de mayor cantidad con el arroz de menor cantidad es un sol. Determine la suma de los precios, en soles, por kg de cada tipo de arroz.

A) 7 B) 5 C) 9 D) 3

Solución:

Sea $A_1 =$ Arroz tipo 1 $A_2 =$ Arroz tipo 2

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{2k}{3k} \quad \text{y} \quad P_2 - P_1 = 1 \quad \text{consideremos:} \quad \begin{cases} P_1 = x \\ P_2 = x+1 \end{cases}$$

Ahora por precio medio: $P_m = \dfrac{2k(x)+3k(x+1)}{5k} = 3{,}6 \rightarrow x = 3$

Finalmente: $P_1 + P_2 = 7$.

Rpta.: A

2. Don José cuenta con 2 tipos de azúcar, que cuestan 10 soles el kilogramo y 15 soles el kilogramo. El desea obtener una mezcla cuyo costo sea de 12 soles el kilogramo. ¿Cuántos kilogramos de azúcar de 15 soles debe utilizar, si en la mezcla debe haber 3 kilogramos más de azúcar de 10 soles que azúcar de 15 soles?

A) 7 B) 5 C) 8 D) 6

Solución:

Tipo:	$Azucar: s/10kg$	$Azucar: s/15kg$
Cantidad:	$x+3$	x

Precio medio: $P_m = \dfrac{10(x+3)+15x}{2x+3} = 12 \quad \rightarrow x = 6$

Rpta.: D

3. Se mezclan 10 litros de alcohol de 65°, con 5 litros de alcohol extraídos de un recipiente que tiene 12 litros de agua por cada 48 litros de alcohol puro. ¿Cuál es el grado de pureza de la mezcla alcohólica resultante?

A) 45° B) 50° C) 70° D) 60°

Solución:

Grado de Pureza del segundo alcohol:

$$\left(\frac{cantidad_Alcohol_puro}{volumen_total}\right) = \left(\frac{48}{48+12}\right)x100° = 80°$$

Luego: $\begin{cases} 10L \rightarrow 65° \\ 5L \rightarrow 80° \end{cases}$

Mezcla resultante: $\dfrac{5(80°)+10(65°)}{15} = 70°$

Por tanto la mezcla resultante será: 70°

Rpta.: C

4. Para obtener alcohol de 47,5º se mezcla cierta cantidad de alcohol de 50º, con otro tipo de alcohol cuyo volumen representa el 25% del volumen total. ¿Cuál es el grado de pureza de ese otro tipo de alcohol?

A) 34° B) 40° C) 44° D) 36°

Solución:

Volumen	Grado
75%	50º
25%	G

Gm = 47,5º = $\dfrac{(75\%V)(50º)+(25\%V)G}{100\%V}$

$\therefore$ G = 40º

Rpta.: B

5. ¿Cuántos gramos de cobre debe añadirse a un lingote de oro de 15 quilates que pesa 20 gramos para obtener como resultado de la aleación un lingote de 12 quilates?

A) 8 B) 5 C) 6 D) 4

Solución:

Ley	Cantidad
15	20
0	x

$$12 = \frac{15.20+0(x)}{20+x}$$

$$12.20 + 12x = 15.20 \longrightarrow 12x = 3.20 \longrightarrow x = 5$$

Rpta.: B

6. Se tiene dos lingotes de plata, de leyes 0,750 y 0,950 respectivamente. Si al fundirlos se obtuvo 1800 g de plata de ley 0,900, determine la diferencia positiva entre las cantidades de gramos que pesaba cada lingote.

A) 750 B) 600 C) 900 D) 850

Solución:

$0.750n + 0.950(1\,800 - n) = 0.9 \times 1800$

$0.750\ \mathrm{n} + 1\,710 - 0.950n = 1\,620$

$0.750n - 0.950n = 1\,620 - 1\,710$

$-0.2\mathrm{n} = -90$

$\mathrm{n} = 450$

1ª ley 450 g

2ª ley 1350 g

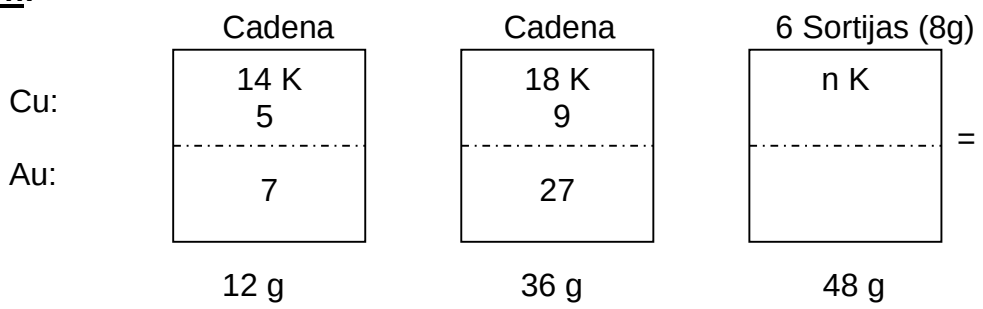
Diferencia: $900g$

Rpta.: C

7. Un joyero tiene dos cadenas de oro de 14 y 18 quilates respectivamente, las cuales las funde, para confeccionar seis sortijas de 8 gramos cada una. Si la cantidad de cobre que contiene la cadena menos fina y la cantidad de oro puro que contiene la más fina está en la relación de 5 a 27, determine el número de quilates de cada sortija.

A) 16 B) 20 C) 19 D) 17

Solución:



12(14) + 36(18) = 48(n), Por lo tanto n = 17

Rpta.: D

8. Un lechero mezcla 20 litros de leche de S/12 el litro, con 15 litros de leche de S/ 8 el litro y cierta cantidad de agua pura. Si el número de soles del precio de venta del litro de mezcla es un cuadrado perfecto, y vendió ganando el 10%, halle la cantidad de litros de agua pura utilizada, siendo esta menor que 13.

A) 10 B) 9 C) 11 D) 12

Solución:

$$20(12)+15(8)=(35+x)P_c \quad ; \; P_V=110\%\left(\frac{360}{35+x}\right),$$

De donde: Pv = 9 . Por lo tanto: $x=9$

Rpta.: B

9. Se mezcla tres tipos de alcohol de 60°, 48° y 42° en igual cantidad; luego se extrae 91 litros de esa mezcla y se reemplaza con agua, obteniendo alcohol de 36°. Si todo el contenido final se vende en botellas de un cuarto de litro a S/ 6 la botella, ¿cuántos soles se recaudará?

A) 7 200 B) 7 400 C) 7 600 D) 7 800

Solución:

$G_m=50^o$**,** entonces: $(3x-91)(50°)+91(0°)=(3x)(36°) \quad \rightarrow 3x=325$

Recaudación = $325(24)=7800$ soles.

Rpta.: D

10. Un artesano de joyas funde un lingote de oro que pesa 450 g, con una barrita de oro puro que pesa 50 g, obteniendo una aleación con una ley equivalente a la del lingote aumentada en 2 centésimas. Finalmente funde la mitad de esta última aleación con "x" gramos de oro de ley 0,910, obteniendo una aleación de ley 0,850. Determine el valor de "x".

A) 125 B) 175 C) 225 D) 185

Solución:

$$450(L)+50(1)=500(L+0{,}02) \quad \rightarrow \quad L=0{,}80$$

$$250(0{,}82)+x(0{,}91)=(250+x)(0{,}85) \quad \therefore \quad x=125$$

Rpta.: A

Aritmética

EJERCICIOS

1. Don Jesús mezcló tres tipos de comida balanceada para gatitos cuyos precios por kg son 15; 10 y 9 soles respectivamente, obteniendo una mezcla de S/ 12 el kg. Si empleó 24 kg del más caro, además la cantidad del más barato es a la de precio intermedio como 2 es a 3; y toda esa mezcla la vendió ganando el 25%, ¿cuántos soles ganó don Jesús en dicha venta?

A) 135 B) 189 C) 162 D) 81 E) 132

Solución:

$$P_m = 12 = \frac{(2k)9 + (3k)10 + (24).15}{5k + 24} \rightarrow k = 6 \Rightarrow W_{mezcla} = 54 \text{ kg}$$

$G = 25\%P_m = 25\%(12) = 3$ Soles por cada kilogramo.

$G_{total} = 3(54) = 162$ soles.

Rpta.: C

2. Bernardino, encargado de la limpieza de cierta institución educativa, debe encerar el piso del patio empleando cera liquida al 60% de concentración, para evitar accidentes de los transeúntes. Si solo dispone de 4,5 litros de cera liquida al 80% de concentración, ¿cuántos litros de agua le debe agregar Bernardino, para obtener la concentración requerida?

A) 1,25 B) 1,5 C) 1,75 D) 0,95 E) 0,9

Solución:

$$C_m = 60\% = \frac{(4,5)80\% + (a)0\%}{4,5 + a} \rightarrow a = 1,5$$

Rpta.: B

3. Un joyero dispone de dos lingotes compuestos por plata y cobre, uno pesa 25 kg de ley 0,810 y el otro pesa 18 kg de ley 0,910. Si de cada lingote extrajo una cantidad entera de kg, y lo que quedó de ambos lo fundió obteniendo una aleación de ley 0,835; ¿cuántos kilogramos, como mínimo, extrajo en total el joyero de los dos lingotes?

A) 12 B) 10 C) 11 D) 9 E) 8

Solución:

Se quita "x" e "y" kg respectivamente.

$$L_m = 0{,}835 = \frac{(25-x)(0{,}810)+(18-y)(0{,}910)}{43-x-y}$$

Luego : $3y - x = 29 \Rightarrow (y=10; x=1), (y=11; x=4), ... \Rightarrow Mín(x+y) = 11$

$\therefore$ *Extrajo* $11kg$

Rpta.: C

4. Juan tiene "n" tipos de un mismo ingrediente, cuyos pesos en gramos están en la relación de 1; 2; 3; 4;... y sus precios en soles son 2; 3; 4; 5;…por gramo respectivamente. Si Juan mezcló todos los ingredientes y obtuvo un precio medio de S/14 por gramo, calcule el valor de "n".

A) 14 B) 17 C) 19 D) 12 E) 21

Solución:

$$1\ 2 + 2\ 3 + 3\ 4 + ... + n\ n+1 = (1+2+3+...+n)(14)$$

$$\frac{n\ n+1\ (n+2)}{3} = 14\left[\frac{n\ n+1}{2}\right]$$

$$\frac{n+2}{3} = 7 \quad \therefore\ n = 19$$

Rpta.: C

5. Se ha mezclado tres tipos de café M, N y P, cuyos precios son 3,7; 7,4 y 11,1 soles el kg respectivamente. Si el peso del café tipo N es 20% más que el peso del café de tipo M, y el peso del café tipo P es 25% más que el peso del café tipo N, ¿en cuántos soles se debe vender el kilogramo de la mezcla para ganar el 21% del precio de venta?

A) 11 B) 10,5 C) 10 D) 11,2 E) 9,5

Solución:

$$W_N = 120\%W_M \rightarrow \frac{W_N}{W_M} = \frac{6}{5} = \frac{6\times 2}{5\times 2} = \frac{12k}{10k}$$

$$W_P = 125\%W_N \rightarrow \frac{W_P}{W_N} = \frac{5}{4} = \frac{5\times 3}{4\times 3} = \frac{15k}{12k}$$

$$\begin{array}{ccc} 10k & 12k & 15k \\ 3,7 & 7,4 & 11,1 \end{array} \quad \left.\begin{array}{r} 37k \\ x \end{array}\right\} 3,7\times 10 + 7,4\times 12 + 11,1\times 15 = 37x \rightarrow x = 7,9 = PC$$

$$PV = PC + G$$

$$PV = PC + 21\%PV$$

$$79\%PV = PC \rightarrow \frac{79}{100}PV = 7,9 \rightarrow PV = 10$$

Rpta.: C

6. Teresa confeccionó un jarrón de plata y zinc que pesa 500g. Si ella al venderlo cobró S/ 8,80 por gramo de plata pura; S/ 0,50 por gramo de zinc y 145 soles por su mano de obra, recibiendo un total de S/ 3300, ¿cuál es la ley de dicho jarrón?

A) 0,700 B) 0,750 C) 0,650 D) 0,680 E) 0,710

Solución:

W_{Ag} pura = x ; W_{Zinc} = 500-x (en gramos)

$$(8,8)x + (0,50)\ 500 - x\ + 145 = 3300$$

$$x = 350 \Rightarrow Ley = \frac{W_{Ag\,pura}}{W_{Total}} = \frac{350}{500} = 0,700$$

Rpta.: A

7. Jazmín tiene un brazalete de oro de 14 quilates que pesa 21 gramos, el cual le entrega al joyero para que le confeccione un collar de 18 quilates. Si el joyero solo agregó oro puro al fundir el brazalete hasta obtener lo pedido, ¿cuántos gramos pesó el collar confeccionado para Jazmín?

A) 37 B) 39 C) 36 D) 35 E) 38

Solución:

$$14(21) + 24(x) = 18(21 + x)$$

$$x = 14 \quad \therefore W_{collar} = 35 \text{ gramos.}$$

Rpta.: D

8. Henry funde un anillo de oro puro con un collar de oro de 12 quilates, cuyos pesos están en la relación de 3 a 4. Si a dicha aleación se le funde con cierta cantidad de cobre, hasta obtener oro de 10 quilates, ¿en qué relación estarán el peso del anillo y el peso de la aleación final?

A) 5/12 B) 1/2 C) 1/3 D) 1/4 E) 1/6

Solución:

$$\left.\begin{array}{cccc} 3a & 4a & x & 7a+x \\ 24 & 12 & 0 & 10 \end{array}\right\} 72a+48a=70a+10x \rightarrow x=5a$$

$$\therefore \frac{W_{anillo}}{W_{total}}=\frac{3a}{7a+5a}=\frac{1}{4}$$

Rpta.: D

9. Elena tiene una pulsera de oro de 14 quilates. ¿Cuántos gramos de oro puro hay en dicha pulsera, si esta contiene 30 gramos de metal ordinario?

A) 42 B) 40 C) 45 D) 48 E) 50

Solución:

$$\text{Ley}=\frac{W_{\text{oro puro}}}{W_{total}}=\frac{\#\text{quilates}}{24} \rightarrow \frac{w}{w+30}=\frac{14}{24}$$

$$\therefore\ w=42\text{ g}$$

Rpta.: A

10. Mariana tiene una sortija de oro que pesa 12 gramos y 0,375 de liga. Si Mariana al momento de vender dicho anillo solo cobró por el oro puro y el metal ordinario que hay en ella, cobrando 90 soles por gramo de oro puro y 2 soles por gramo de metal ordinario que contiene, ¿a cuántos soles vendió la sortija?

A) 682 B) 675 C) 684 D) 678 E) 685

Solución:

$$\text{Liga}=0{,}375 \rightarrow \text{Ley}=0{,}625$$

$$\text{Ley}=0{,}625=\frac{W_{\text{oro puro}}}{12}$$

$$w_{\text{oro puro}}=7{,}5 \rightarrow w_{\text{metal ordinario}}=4{,}5$$

Precio de la sortija es: (7,5) (90) + (4,5)(2) = 684 soles

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Se mezclan dos clases de arroz en la proporción de 6 a 3 y se vende ganado el 20%, pero si la mezcla se hace en la proporción de 3 a 6 y se vende ganado el 10%; el precio de venta en ambos casos coincide. Calcule la relación de los precios de los dos tipos de arroz antes de ponerlos en venta.

A) 10/13 B) 7/10 C) 5/12 D) 4/15 E) 10/7

Solución:

	En la primera mezcla		En la segunda mezcla	
Precios	P_1	P_2	P_1	P_2
Cantidades	6n	3n	3m	6m

Luego tenemos:

$$P_{v1} = 120\%\left(\frac{6P_1 + 3P_2}{9}\right) = 110\%\left(\frac{3P_1 + 6P_2}{9}\right) = P_{v2}$$

$$\rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{10}{13}$$

Rpta.: A

2. En la farmacia: "La Salud y más" se requiere una solución alcohólica que contenga por cada 14 litros de agua 6 litros de alcohol. Para obtener dicho pedido la farmacia cuenta con 50 litros de alcohol de 45º y está por recibir un lote de alcohol de 15º. ¿Cuántos litros de alcohol de 15º deberá usarse para tener lo requerido, si se utiliza todo el alcohol de 45º que hay en esta farmacia?

A) 70 B) 80 C) 120 D) 50 E) 90

Solución:

Por cada 14 litros de agua 6 litros de alcohol: Gm =6/20(100)=30

$$30 = \frac{50(45) + x(15)}{50 + x} \rightarrow x = 50$$

Rpta.: D

3. Se obtiene 120 toneladas de carbón con el 7% de humedad, mezclando carbón que tiene 10% de humedad con carbón de 6% de humedad. Halle la cantidad de carbón, en toneladas, que tiene menor humedad.

A) 54 B) 30 C) 90 D) 70 E) 60

Solución:

10%x + 6%(120 – x) = 7%(120), entonces el carbón de menor humedad pesa 90 toneladas

Rpta.: C

4. Un vendedor mezcló cierto volumen de vino de S/ 15 y S/ 25 el litro, en la relación de "m" a "n" respectivamente. Si la mezcla la hubiera realizado en la relación de "n" a "m", el precio por litro de la mezcla resultante sería 30% más barato que el anterior. Determine el producto de las cifras de "m", sabiendo que "m" y "n" son números primos entre sí.

A) 6 B) 16 C) 18 D) 14 E) 3

Solución:

$$\text{Precio de mezcla} = \frac{15m+25n}{m+n} = 70\%\left(\frac{15n+25m}{n+m}\right)$$

$$\rightarrow \frac{m}{n} = \frac{29}{5} \rightarrow m = 29$$

Por lo tanto: 2(9) = 18

Rpta.: C

5. Se compra 350 lts. de vino a 13,5 soles el litro. ¿Qué cantidad de agua se debe mezclar para que el precio de venta de la mezcla sea 17,5 soles y así ganar el 30%?

A) 1 lts. B) 5 lts. C) 4 lts. D) 3 lts. E) 2 lts.

Solución:

$$17{,}5 = 130\%\ P_M \rightarrow \quad P_M = \frac{\mathbf{175}}{\mathbf{13}} \rightarrow \frac{\mathbf{175}}{\mathbf{13}} = \frac{\mathbf{13{,}5(350)+0(x)}}{\mathbf{350+x}} \rightarrow \quad x = 1$$

Rpta.: A

6. Se funde una cadena de oro de 60 g con 12 g de oro puro, observándose que la ley aumenta en 30 milésimos con respecto a la ley de la cadena. ¿Cuál era la ley de la cadena?

A) 0,82 B) 1 C) 0,72 D) 0,62 E) 0,52

Solución:

CADENA: 60 g(peso), L(ley)
ORO PURO: 12g(peso),1(ley)

Se tiene: $L + 0{,}03 = \dfrac{60L + 12(1)}{72} \rightarrow L = 0{,}82$

Rpta.: A

7. Se tienen dos lingotes de plata, uno de ley 0,750 y otro de ley 0,950. ¿Qué peso hay que tomar de cada lingote para obtener 1800g de plata de ley 0,900? Dar como respuesta la razón aritmética de dichos pesos.

A) 450 B) 800 C) 900 D) 750 E) 645

Solución:

	1°Aleación	2°Aleación	Total
Peso en g	x	1800 − x	1800
Plata	0.750x	0.950(1800−x)	0.900·1800

$0.750 \cdot x + 0.950 \cdot (1\,800 - x) = 0.9 \cdot 1800$

$0.750\,x + 1\,710 - 0.950x = 1\,620$

$0.750x - 0.950x = 1\,620 - 1\,710$

$0.2x = 90 \qquad x = 450$

1°Aleación : 450 g

2°Aleación : 1350 g

Piden la razón aritmética: 900

Rpta.: C

8. Se funde una cadena de 16 quilates, cuyo peso es de 20 gramos. ¿Cuántos gramos de oro puro se debe agregar para obtener oro de 22 quilates?

A) 48 g B) 42 g C) 63 g D) 54 g E) 60 g

Solución:

	1°Aleación	2°Aleación
Leyes	16 quilates	24 quilates
Peso	20 gramos	x gramos

Ley media 22 quilates

$(22 - 16).20 = (24 - 22).x$

$x = 60$ g

Rpta.: E

9. Un orfebre tiene dos lingotes: el primero contiene 540g de oro y 60g de cobre, y el segundo 400g de oro y 100g de cobre. ¿Qué cantidad deberá tomar de cada uno de ellos para formar otro lingote que pese 640g y cuya ley sea 0,825?

A) 160 y 480 g B) 120 y 520 g C) 180 y 460 g
D) 150 y 490 g E) 215 y 425 g

Solución:

Ley del primer lingote: 540/600 = 0,9.

Ley del segundo lingote: 400/600 = 0,8.

Con esto se tiene el siguiente sistema:

x + y = 640

0,9x + 0,8y = 640 • 0,825

La solución del problema es: Metal del primer lingote x = 160.

Metal del segundo lingote y = 480.

Rpta.: A

10. Se tiene dos aleaciones, cada una a base de plata y cobre. Si de estas aleaciones se toman masas iguales y se funden, se obtiene una aleación de ley igual a 0,865; pero si se funden masas que contienen igual cantidad de cobre, entonces la ley resultante sería 0,88. Determine las leyes de las aleaciones originales.

A) 0,91 y 0,82 B) 0,87 y 0,92 C) 0,93 y 0,85
D) 0,95 y 0,84 E) 0.96 y 0,78

Solución:

$$\left.\begin{array}{ccc} W & W & 2W \\ L_1 & L_2 & 0{,}865 \end{array}\right\} L_1 + L_2 = 1{,}73$$

W_1 y W_2 contienen igual cantidad de cobre.

$$\left.\begin{array}{ccc} W_1 & W_2 & W_1 + W_2 \\ L_1 & L_2 & 0{,}88 \end{array}\right\} L_1 \times W_1 + L_2 \times W_2 = 0{,}88\left(W_1 + W_2\right) \quad \bullet$$

Sabemos que, $L_1 = \dfrac{a}{W_1}$, a es el peso de la plata pura

$a = L_1 \times W_1 \rightarrow$ el cobre pesa $W_1 - a = W_1 - L_1 \times W_1 = W_1\left(1 - L_1\right)$

Sabemos que, $L_2 = \dfrac{b}{W_2}$, b es el peso de la plata pura

$b = L_2 \times W_2 \rightarrow$ el cobre pesa $W_2 - b = W_2 - L_2 \times W_2 = W_2\left(1 - L_2\right)$

Luego, $W_1\left(1 - L_1\right) = W_2\left(1 - L_2\right) \rightarrow W_1 = \dfrac{W_2\left(1 - L_2\right)}{1 - L_1}$

De • $L_1 \times W_1 + L_2 \times W_2 = 0{,}88\left(W_1 + W_2\right)$

$$L_1 \times \frac{W_2\left(1 - L_2\right)}{1 - L_1} + L_2 \times W_2 = 0{,}88\left(\frac{W_2\left(1 - L_2\right)}{1 - L_1} + W_2\right)$$

$\left(L_1\right)^2 - 1{,}73L_1 + 0{,}7462 = 0$

$L_1 = 0{,}91 \rightarrow L_2 = 0{,}82$

$L_1 = 0{,}821 \rightarrow L_2 = 0{,}91$

Rpta.: A

Aritmética

EJERCICIOS

1. Un comerciante mezcla arroz de 7,6 soles el kilogramo con arroz de 9,2 soles el kilogramo, luego vende el kilogramo de dicha mezcla, con una ganancia del 15%, a 9,66 soles. Determine la proporción de mezcla utilizada por dicho comerciante.

A) 1:1 B) 1:2 C) 2:3 D) 2:5 E) 1:4

Solución:

$$9,66 = \text{Pm} + 15\%\text{Pm} \rightarrow \text{Pm} = 8,40 = \frac{7,6\text{m} + 9,2\text{n}}{\text{m}+\text{n}} \rightarrow \text{m} = \text{n} \quad \therefore \quad \frac{\text{m}}{\text{n}} = \frac{1}{1}$$

Rpta.: A

2. Se tiene una mezcla de 70 litros de alcohol de 30º y 63 litros de alcohol de alcohol de 45º. ¿Cuántos litros de agua se debe agregar, de modo que en la mezcla final por cada 13 litros de agua haya 7 litros de alcohol?

A) 7 B) 8 C) 12 D) 10 E) 9

Solución:

$$\text{Gm} = \frac{7}{13+7}(100^{\circ}) = 35^{\circ} = \frac{70.30 + 63.45 + \text{x}.0}{70 + 63 + \text{x}} \therefore \text{x} = 8$$

Rpta.: B

3. Una vasija llena de aceite pesa 1,69 kg y otra vasija idéntica llena de alcohol pesa 1,609 kg. Si sus contenidos de aceite y alcohol equivalen a los 9/10 y 21/25 del peso de un tazón lleno de agua, respectivamente, ¿cuántos gramos pesa una de estas vasijas vacía?

A) 475 B) 425 C) 612 D) 615 E) 608

Solución:

Sean V: peso de la vasija vacía y A: peso del tazón lleno de agua

$$V + aceite = V + \frac{9}{10}A = 1,690$$

$$V + alcohol = V + \frac{21}{25}A = 1,609$$

$\Rightarrow$ A = 1350 g ; V = 475 g

Rpta.: A

4. Se mezcla cierta cantidad de vino de S/ 16 el litro con cierta cantidad de vino de S/ 64 el litro, obteniendo 288 litros de mezcla de S/ 26 el litro. Determine la diferencia positiva entre las cantidades de litros de vino de cada tipo utilizados en dicha mezcla.

A) 112 B) 192 C) 132 D) 148 E) 168

Solución:

$$\frac{16x+64(288-x)}{288}=26 \quad \rightarrow x=228$$

Por lo tanto: 228 – 60 = 168

Rpta.: E

5. Jaime mezcla 120 litros de un jabón líquido sin aceite protector de la piel, de S/ 15 el litro, con 80 litros de otro jabón líquido con aceite protector, de S/ 20 el litro. Si Jaime desea obtener una ganancia del 50%, ¿a cuántos soles debe vender el litro de la mezcla?

A) 25,50 B) 25 C) 24 D) 22,50 E) 24,50

Solución:

De los datos y por la regla de mezcla, tenemos:

$$120(15)+80(20)=200P_m \Rightarrow P_m=P_C=17$$

$$P_V=17+50\%(17)=25,5. \qquad \therefore P_V={}^{S/}25,5$$

Jaime debe vender un litro de la mezcla a S/ 25,5 para lograr su objetivo.

Rpta.: A

6. Un joyero tiene dos lingotes de oro del mismo peso y distintas leyes. Si funde el primer lingote con 1/4 del segundo lingote, obtiene oro ley de 0,875; pero si funde el primero, con 3/4 del segundo lingote, obtiene oro de 19 quilates. ¿De cuántos quilates resultó la aleación que obtuvo al fundir 3/4 del primer lingote con la mitad del segundo lingote?

A) 20,25 B) 20,50 C) 19,25 D) 20,75 E) 19,75

Solución:

4W	W
k_1	k_2

$$\left.\begin{array}{l} 4k_1+k_2=105 \\ 4k_1+3k_2=133 \end{array}\right\} \Rightarrow k_1=22,75 \ , \ k_2=14$$

4W	3W
k_1	k_2

$$\therefore \quad K_a = \frac{3(22,75)+2(14)}{5} = 19,25$$

Rpta.: C

7. Se dispone de tres lingotes de plata cuyas leyes son 0,950; 0,900 y 0,875. Si se funden partes de los tres lingotes, ¿Cuántos gramos se debe tomar del más fino, para obtener 100 gramos de plata cuya ley sea 0,925; tomando pesos iguales de los otros dos?

A) 50 B) 75 C) 40 D) 35 E) 60

Solución:

Los datos:

	Leyes	Pesos
1era aleación	0.950	100-2n
2da aleación	0.900	n
3era aleación	0.875	n

Ley media = $L_M = 0.925$

Sabemos

$$L_M = \frac{L_1P_1 + L_2P_2 + L_3P_3}{P_1 + P_2 + P_3}$$

Luego

$$0.925 = \frac{0.950(100-2n)+(0.900)n+(0.875)n}{100}$$

Resolviendo: n = 20 g

Entonces del primero se debe tomar: 100 – 2(20) = 60 g

Rpta.: E

8. Una aleación de plata con un peso de 40 g, se funde con 50 g de plata pura y resulta plata de ley 0,900. ¿Qué ley tenía la aleación inicial?

A) 0,774 B) 0,775 C) 0,777 D) 0,778 E) 0, 779

Solución:

$$\text{Lm} = \frac{40\text{L}+50(1)}{40+50} = 0,9 \quad \therefore \text{L} = \frac{31}{40} = 0,775$$

Rpta.: B

9. Saúl funde dos lingotes de oro, uno de 500 gramos de ley 0,800 con otro de 300 gramos de ley 0,600. ¿Cuál es la ley de la aleación resultante y cuántos gramos de oro puro tiene?

A) 0,725 y 580 B) 0,750 y 480 C) 0,725 y 530
D) 0,680 y 520 E) 0,750 y 450

Solución:

$$0,8(500)+0,6(300)=800Lm \Rightarrow Lm=0,725 \therefore Au=0,725(800)=580g$$

Rpta.: A

10. Rosita acude a una joyería y le pide al joyero que le confeccione un collar de 18 quilates, utilizando solamente las joyas que llevó, una pulsera de oro de 14 quilates y dos aretes de oro puro 7,5 gramos cada uno. ¿Cuántos gramos pesaba la pulsera?

A) 22,5 B) 19,0 C) 18,5 D) 24,8 E) 21,0

Solución:

Sea x el peso de la pulsera

$$18=\frac{x(14)+15(24)}{x+15} \rightarrow 4x=90 \therefore x=22,5$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Se mezclan dos clases de café de dos maneras diferentes, primero en la proporción de 1 a 2 vendiendo dicha mezcla con un 5% de ganancia, segundo en la proporción de 2 a 1 vendiendo dicha mezcla con un 10% de ganancia. Si el precio de venta es el mismo en ambos casos, determine la relación de los precios unitarios de ambos tipos de café.

A) 18/23 B) 20/23 C) 13/10 D) 10/13 E) 12/23

Solución:

$$Pv=Pm+5\% \qquad Pv=Pm^{*}+10\%$$

$$105\%\left(\frac{a+2b}{3}\right)=110\%\left(\frac{2a+b}{3}\right) \therefore \frac{a}{b}=\frac{20}{23}$$

Rpta.: B

2. Si se mezclan 200 litros de vino de 8 soles el litro, con 200 litros de vino de 10 soles el litro y 50 litros de agua, ¿cuál será su precio medio en soles?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Solución:

$P_M = \dfrac{8(200)+10(200)+0(50)}{450} = 8$

Rpta.: C

3. Rubén tiene dos recipientes de 50 litros de capacidad cada uno, que contienen 30 y 40 litros de alcohol puro respectivamente. Si Rubén llena completamente ambos recipientes agregando agua, ¿cuántos litros debe intercambiar para que el contenido de ambos recipientes tenga el mismo grado de pureza?

A) 25 B) 20 C) 35 D) 15 E) 30

Solución:

	(R_1)		(R_2)
Agua:	20	→ "x"	10
Alcohol:	30	← "x"	40

G_1= (30/50)100%=60º ; G_2= (40/50)100%=80º

G_m= [50(60) – x (60) + x (80)] / 50 = [50(80) – x(80) + x(60)] / 50

x = 25

Rpta.: A

4. Se tiene dos tipos de frejol de S/ 12,5 y S/ 13,8 soles el kilogramo. ¿**C**uántos kilogramos del segundo tipo de frejol se debe utilizar para obtener 325 kilogramos de mezcla que cueste S/ 13,1 el kilogramo.

A) 175 B) 150 C) 325 D) 100 E) 125

Solución:

(12,5)x + (13,8)(325 – x) = (13,1)(325)→x = 175 y 325 – x = 150

Rpta.: B

5. Se mezclan n y m litros de alcohol de 25º y 40º respectivamente, obteniéndose (n +m) litros de alcohol de 30º. Si a la mezcla resultante, se le agrega 120 litros de alcohol de 85º, se obtiene un alcohol de 70º, determine la suma de cifras de (2n + m).

A) 15 B) 6 C) 7 D) 8 E) 12

Solución:

De los datos se tiene:
25n + 40m = 30(n + m) entonces n = 2m. Luego 3m + 4(85) = 21(m + 40)
Por lo tanto m = 15 y n = 30. Así la suma de cifras de (2n + m) es 12.

Rpta.: E

6. Se tiene un lingote de plata con zinc de ley 0,850. Si se funde dicho lingote con zinc y plata pura, conservando su ley pero duplicando su peso, ¿cuál será la relación de los pesos de zinc y plata agregados?

A) 2/15 B) 17/20 C) 3/17 D) 2/17 E) 3/10

Solución:

(a+b)(0,85) + a(1) + b(0) = 2(a+b)(0,85) → b/a= 3/17

Rpta.: C

7. Un joyero funde dos lingotes de oro que pesan 2 kg y 4 kg, de 21 kilates y 0,75 de ley, respectivamente. Si dichos lingotes contienen solo oro y cobre, ¿cuántos kg más de oro puro que de cobre hay en la aleación final?

A) 3 B) 3,2 C) 3,5 D) 2,75 E) 2,5

Solución:

$$Ley = \frac{\#kilates}{24} \Rightarrow 0{,}75 = \frac{\#kilates}{24} \Rightarrow \#kilates = 18$$

I) 2(21) + 4(18) = 6(K) → K= 19

II)
$$Ley = \frac{Woro\ puro}{Wtotal} = \frac{\#kilates}{24} \Rightarrow \frac{Woro\ puro}{6} = \frac{19}{24}$$

W oro puro= 19/4 ; W cobre= 5/4

Por lo tanto: 19/4 – 5/4 = 7/2 = 3,5

Rpta.: C

8. Se funden 32,5 kilogramos de oro puro con 17,5 kilogramos de cobre para formar 10 lingotes iguales ¿Cuántos de estos lingotes, como mínimo se deben fundir con 7,5 kilogramos de cobre para que la liga de ésta nueva aleación no sea mayor que 0,5?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 4 E) 3

Solución:

32,5 = 50L→L = 0,65 y 10x = 50→x = 5
(5n)(0,65) +(7,5)(0) ≤ (5n + 7,5)(0,5)→ n ≥ 5

Rpta.: A

9. Se tienen dos lingotes de oro, el primero tiene 40% de cobre y en el segundo el peso del oro es cuatro veces más que el peso del cobre. Si el peso del cobre del segundo lingote es la cuarta parte del peso del cobre del primero, halle la ley que resulta al fundir estos dos lingotes.

A) 0,6755 B) 0,6585 C) 0,6850 D) 0,6555 E) 0,6875

Solución:

i) Au: 3k y Cu: 2k
ii) Au: 5r y Cu: r , por dato k =2r

Además, Ley = $\frac{3k+5r}{5k+6r}$ = 0,6875

Rpta.: E

10. Se funde una cadena de oro de 40 g con 8 g de oro puro, observándose que la ley aumenta en 30 milésimos con respecto a la ley de la cadena, ¿Cuál era la ley de la cadena?

A) 0,900 B) 0,820 C) 0,800 D) 0,950 E) 0,860

Solución:

	Peso	Ley
Oro puro	8	1
Pulsera	40	L

$$L + 0{,}03 = \frac{8 + 40L}{48} \Rightarrow 48L + 1{,}44 = 8 + 40L \Rightarrow 8L = 6{,}56 \Rightarrow L = 0{,}82$$

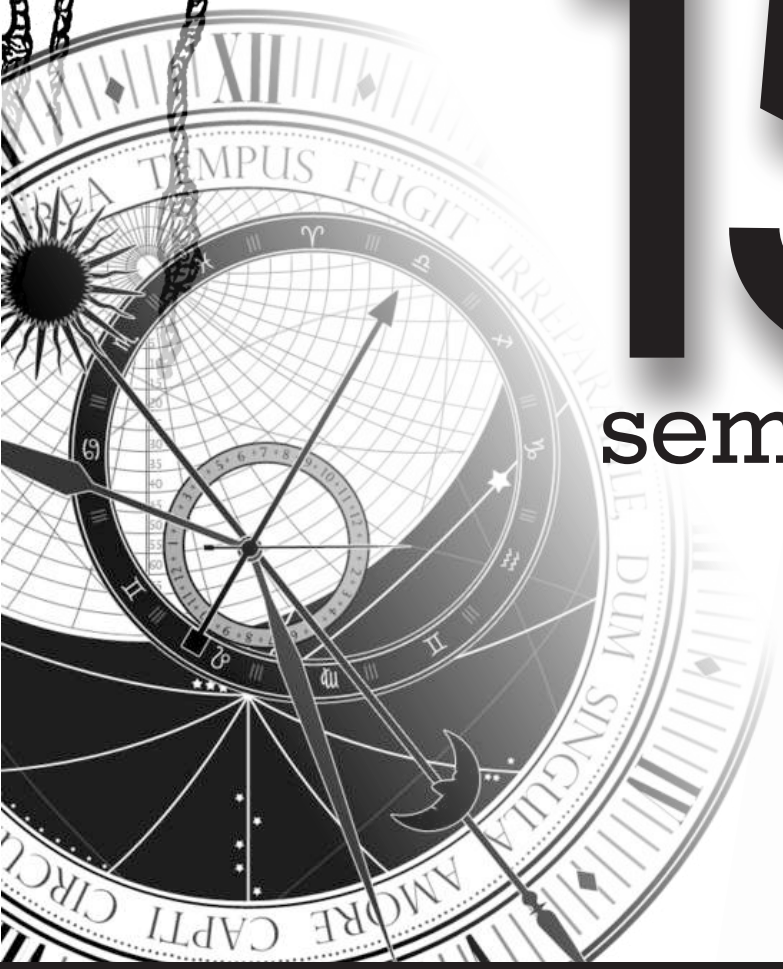
Rpta.: B

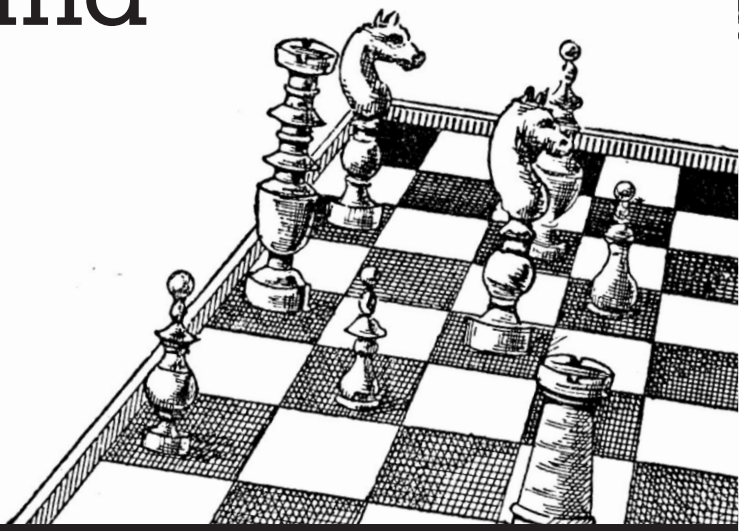
ARITMÉTICA

MANUAL DE PRACTICAS Y EJERCICIOS

15

semana





pre SAN MARCOS

Manhattan Editores

Aritmética

Sucesiones

Sucesión: Una sucesión de números reales es una función $x: \mathbb{Z}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$ que asocia a cada número entero positivo n un número real x_n, llamado n-ésimo término de la sucesión.

Es decir, una sucesión es el conjunto de números que se generan a través de una ley de formación y se presentan en un orden determinado. Por ejemplo, tenemos:

a) 2, 3, 4, 5, . . .la ley de formación consiste en sumar uno al término anterior.
b) 10, 13, 16, . . .la ley de formación consiste en sumar tres al término.
c) 2, 4, 8, 16, . . .la ley de formación consiste en multiplicar por dos al término precedente.

A) <u>Sucesión polinomial de segundo orden</u>

El términon - ésimo a_n está expresado de la forma: $a_n = An^2 + Bn + C$ donde A, B y C son constantes que se debe calcular

$$\begin{array}{ccccccccccc} a_0 & & a_1 & & a_2 & & a_3 & & a_4 & & a_5 \; . \; . \; . \\ & d_0 & & d_1 & & d_2 & & d_3 & & d_4 & . \; . \; . \\ & & r & & r & & r & & r & & \end{array}$$

donde $d_0 = d_1 - r$, $a_0 = a_1 - d_0$, $A = \dfrac{r}{2}$, $B = d_0 - A$, $C = a_0$

El término general es: $a_n = An^2 + Bn + C$

B) <u>Sucesión polinomial de tercer orden</u>

Dada la sucesión: a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6 . . .

$$\begin{array}{ccccccccccc} a_1 & & a_2 & & a_3 & & a_4 & & a_5 & & a_6 \; . \; . \; . \\ & b_1 & & b_2 & & b_3 & & b_4 & & b_5 & . \; . \; . \\ & & c_1 & & c_2 & & c_3 & & c_4 & & c_5 \; . \; . \; . \\ & & & d & & d & & d & & d & . \; . \; . \end{array}$$

El término n-ésimo a_n está expresado de la forma:

$$a_n = a_1\binom{n-1}{0} + b_1\binom{n-1}{1} + c_1\binom{n-1}{2} + d\binom{n-1}{3} \text{ donde } \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

La suma S_n de los *n* primeros términos está dado por:

$$S_n = a_1\binom{n}{1} + b_1\binom{n}{2} + c_1\binom{n}{3} + d\binom{n}{4}$$

Progresión Aritmética

Una progresión aritmética (PA) es una sucesión de primer orden $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n, \ldots$ donde su razón es $r = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \ldots$

Término general: $a_n = a_1 + (n-1)r$

Suma de los n primeros términos de una PA: $S_n = \dfrac{(a_n + a_1)n}{2} = \left(\dfrac{2a_1 + (n-1)r}{2}\right)n$

Progresión Geométrica

Dada la progresión geométrica (PG) es una sucesión: $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n, \ldots$ donde la razón es $q = \dfrac{a_2}{a_1} = \dfrac{a_3}{a_2} = \dfrac{a_4}{a_3} = \ldots$

Término general: $a_n = a_1 q^{n-1}$

Suma de los *n* primeros términos de una PG: $S_n = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q-1}$

Serie Infinita

Dada la sucesión: ***una serie*** es la adición indicada de los términos de la sucesión. Así se tiene la serie infinita es: $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots + a_n + \ldots$

Suma de términos de una serie infinita: $S_\infty = \dfrac{a_1}{1-q}$; $|q| < 1$ donde

Sumatorias

Dada la serie numérica $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots + a_n$; se puede representar usando el símbolo Σ llamado sumatoria, definido de la siguiente manera:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n$$

Propiedades

1) $\sum_{i=1}^{n} c = c + c + c + ... + c = nc$

2) $\sum_{i=1}^{n} ka_i = k\sum_{i=1}^{n} a_i$

3) $\sum_{i=1}^{n} (a_i + b_i) = \sum_{i=1}^{n} a_i + \sum_{i=1}^{n} b_i$

4) $\sum_{i=1}^{n} (a_{i+1} - a_i) = a_{n+1} - a_1$

Ejemplo $\sum_{i=1}^{6} (2^{i+1} - 2^i) = 2^7 - 2 = 126$

Sumatorias Notables

1.- $\sum_{i=1}^{n} i = 1 + 2 + 3 + 4 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$

2.- $\sum_{i=1}^{n} 2i = 2 + 4 + 6 + ... + 2n = n(n+1)$

3.- $\sum_{i=1}^{n} (2i - 1) = 1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1) = n^2$

4.- $\sum_{i=1}^{n} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

5.- $\sum_{i=1}^{n} i^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

6.- $\sum_{i=1}^{n} i(i+1) = 1\times 2 + 2\times 3 + 3\times 4 + 4\times 5 + ... + n\times(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

Aritmética

EJERCICIOS

1. Jonás compra un auto-taxi en cuotas pagando por la primera cuota 180 dólares y en cada cuota siguiente pagará 10 dólares más. Si pagó en total fue de 12 780 dólares por el auto-taxi, ¿en cuántas cuotas pagó?

A) 36 B) 42 C) 30 D) 45

Solución:

$C_1 = 180;\ r = 10;\ S_n = 12780$

$$S_n = \left[\frac{2(180) + (n-1)10}{2}\right]n = 12780$$

$n = 36$

Rpta.: A

2. Ángel y Benito, durante el mismo número de días, han ahorrado cantidades diferentes de propinas. Ángel el primer día ahorra un sol; el segundo día, 4 soles; el tercer día, 16 soles y así sucesivamente. Benito el primer día ahorró 2 soles; el segundo día, 4 soles; el tercer día, 8 soles y así sucesivamente. Si al final Ángel ahorró 1239 soles más que Benito, ¿durante cuántos días ahorraron?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 12

Solución:

$$A = 1;\ 4;\ 4^2 ... = \frac{4^n - 1}{4 - 1}$$

$$B = 2;\ 2^2;\ 2^3 ... = 2 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1}$$

$\therefore A - B = 1239 \rightarrow n = 6$

Rpta.: C

3. En un tablero cuadriculado de nueve filas y ocho columnas se colocan semillas en cada cuadrícula tal que la cantidad de semillas en cada fila y columnas forman progresiones aritméticas pero la razón en cada fila es la misma y en cada columna también pero ambas son diferentes. Si la suma de las cantidades de las esquinas es 98, ¿cuál es la cantidad en total de semillas en el tablero?

A) 1467 B) 1755 C) 1800 D) 1764

Solución:

Las esquinas: $a+(a+7r)+(a+8k)+(a+8k+7r)=98$

$\therefore 2a+7r+8k=49$

$S_{total}=4[2a+7r+8k]9=2(49)9=1764$

Rpta.: D

4. El equipo de natación sincronizada está realizando un entrenamiento específico para aumentar la capacidad pulmonar. Al comenzar este entrenamiento, Fabiana resistía 75 segundos sin respirar. Después de la primera semana podía estar 115 segundos debajo del agua, tras la segunda semana este tiempo aumentó hasta 135 segundos, y tras la tercera semana hasta 145 segundos. Si Fabiana sigue esta progresión de mejora, ¿cuántos segundos resistirá, sin respirar al final de las cinco semanas de entrenamiento?

A) 150,25 B) 152,50 C) 145,25 D) 151,50

Solución:

	1°	2°	3°	4°	5°
Aumento:	40	20	10	5	2,5
(segundos)	x(1/2)	x(1/2)	x(1/2)	x(1/2)	

$\therefore$ 75 + 40 + 20 + 10 + 5 + 2,5 = 152,50 segundos

Rpta.: B

5. Daniel adquiere un celular y lo cancelará en 23 días, de la siguiente forma: S/ 5 el primer día; S/ 11, el segundo día; S/ 19, el tercer día; S/ 29, el cuarto día, y así sucesivamente. ¿Cuál fue el precio, en soles, que pagó Daniel el último día?

A) 528 B) 478 C) 498 D) 599

Solución:

Día: 1° 2° 3° 4° …

Cant. $a_0 = 1$ 5 11 19 29 …

$d_0 = 4$ 6 8 10…

$r = 2$ 2 2…

Entonces

$A = 1; B = 3; C = 1$

$a_n = n^2 + 3n + 1 \Rightarrow \therefore\ a_n = 23^2 + 3(23) + 1 = 599$

Rpta.: D

6. Margarita desea comprar caramelos, donde cada día compre 5 caramelos más que el día anterior. Si comienza un 8 de enero comprando una cierta cantidad de caramelos, ¿en qué fecha se cumplirá que lo comprado ese día sea el triple de lo comprado el primer día y además lo comprado ese día esté en la relación de 3 a 2 con lo comprado cuatro días antes?

A) 18 de enero B) 17 de febrero C) 16 de enero D) 5 de febrero

Solución:

	1°	2°	3°	. . .	(n–4)°	. . .	n°
# Caramelos:	a	a+5	a+10	. . .	a+5(n–5)	. . .	a+5(n–1)

$$\frac{a+5(n-1)}{a+5(n-5)} = \frac{3}{2} \Rightarrow 65 = a + 5n$$

Además

$$a + 5(n-1) = 3a \Rightarrow 5 = 5n - 2a$$

Luego $n = 9$, $a = 20$

$\therefore$ 16 de enero

Rpta.: C

7. Ana pagó una deuda en 32 semanas pagando S/ 5,00 la primera semana, S/ 8,00 la segunda semana; S/ 15,00 la tercera semana, S/. 26,00 la cuarta semana y así sucesivamente. ¿De cuánto fue la cantidad de la deuda?

A) 22991 B) 21218 C) 23011 D) 23191

Solución:

$$\text{Semana}: 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad ...$$
$$\text{Importe}: 5 \quad 8 \quad 15 \quad 26 \quad ...$$
$$a_n = 2n^2 - 3n + 6$$
$$S_{a_n} = \frac{2\cdot 32\cdot 33\cdot 65}{6} - \frac{3\cdot 32\cdot 33}{2} + 6(32)$$
$$S_{a_n} = 22991$$

Rpta.: A

8. María y Beatriz ahorran diariamente y las cantidades las multiplican obteniendo lo siguiente:

$$S = 1 \times 6 + 4 \times 10 + 7 \times 14 + \ldots + 58 \times 82$$

durante cuántos días ahorraron y cuánto es el valor de S.

A) 20; 33940 B) 19; 33940 C) 20; 32940 D) 20; 33840

Solución:

$$S = (3n-2)(4n+2)$$
$$Sn = 12n^2 - 2n - 4$$
$$3n - 2 = 58$$
$$n = 20$$
$$Sn = \sum_{n=1}^{20} 12n^2 - 2\sum_{n=1}^{20} n - \sum_{n=1}^{20} 4$$
$$Sn = 33940$$

Rpta.: A

9. Jorge y su hijo André tiene m y n años, respectivamente, siendo los menores valores posibles y pares, si se sabe que $\frac{m}{n}=\frac{1}{6}+\frac{1}{18}+\frac{1}{72}+\frac{1}{324}+...$, halle el valor de n – m.

A) 28 B) 20 C) 24 D) 38

Solución:

Sea $\frac{m}{n}=S$

$$6S-S=\frac{\frac{1}{6}}{1-\frac{1}{6}}=\frac{6}{5}$$

$$S=\frac{6}{25}=\frac{12}{50}$$

S= 50 – 12 = 38

Rpta.: D

10. Juan regala un celular de última generación a su hija, ella agradecida y emocionada le dice: papá, y ¿la clave? Él le responde: es el quinto término común de las siguientes sucesiones:

$\overline{ab};\ \overline{b1};\ \overline{bc};\ \overline{4d};\ \overline{ee};\ ...$ y

$19;\ 25;\ 33;\ 43;\ 55;\ ...$

Si la primera es lineal y creciente, ¿cuál es la clave?

A) 519 B) 614 C) 712 D) 529

Solución:

Si $r=8\rightarrow 23;\ 31;\ 39;\ 47;\ 55;\ ...$

$S_1=S_2\Rightarrow$

$8m+15=n^2+3n+15$

$8m=n(n+3)$

$t_5=15+8(63)=519$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En el asentamiento humano La Hacienda construyen una escalera de ladrillos de 25 escalones. En el primer escalón se utilizó 80 ladrillos y cada escalón sucesivo requiere tres ladrillos menos que en el anterior. ¿Cuántos ladrillos se utilizaron en la construcción de la escalera?

A) 1126 B) 1100 C) 1118 D) 1092

Solución:

Se trata de una P.A.

$a_1 = 80;\ r = -3;\ n = 25$

$$S_{25} = \left(\frac{2(80) + 24(-3)}{2}\right)25 = 1100$$

Rpta.: B

2. Karina realiza sus ahorros en forma de progresión geométrica, tal que: el tercer día ahorró 2 soles y el sétimo día ahorró 32. ¿Cuántos soles ahorró el décimo día?

A) 1024 B) 512 C) 128 D) 256

Solución:

$t_3 = 2 = t_1 \cdot q^2$

$t_7 = 32 = t_1 \cdot q^6$

$q = 2;\ t_1 = \frac{1}{2}$

$t_{10} = \frac{1}{2}(2)^9 = 256$

Rpta.: D

3. Determine la suma de los términos de la fracción irreducible que es equivalente al valor de: $\sum_{k=1}^{\infty}(2^{-k} + 3^{-k})^2$.

A) 221 B) 222 C) 223 D) 224

Solución:

$$\sum_{k=1}^{\infty}4^{-k} + 2 + \sum_{k=1}^{\infty}6^{-k} + \sum_{k=1}^{\infty}9^{-k}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{1}{8} = \frac{103}{120}$$

$\text{Suma} = 103 + 120 = 223$

Rpta.: C

4. Ramón ahorró 4, 13, 22 y 31 soles, y Román 11, 18, 25 y 32 soles durante los cuatro primeros días respectivamente. Si ellos continuaran ahorrando los siguientes días con la misma secuencia, además Román ahorrara solo por 120 días. ¿Cuántos días ahorraron ambos la misma cantidad de dinero en soles?

A) 13 B) 9 C) 11 D) 8

Solución:

Ramón: $a_n = 4 + 9(n-1) = 9n - 5$

Román: $b_m = 11 + 7(m-1) = 7m + 4$

Entonces $a_n = b_m$

$\Rightarrow\ 9n - 5 = 7m + 4 \ \Rightarrow\ m = \overset{o}{9}$

$m: 9, 18, ..., 117 \quad \therefore \dfrac{117-9}{9} + 1 = 13$

Rpta.: A

5. Una barra metálica es colocada cada día a diferentes temperaturas. Sabiendo que se dilata $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{6}$, 1 y $\frac{11}{12}$ centímetros durante los cuatro primeros días respectivamente, y suponiendo que se dilata con la misma frecuencia hasta ese día, ¿Como mínimo la barra metálica no superará los 0,8 centímetros de dilatación?

A) Sétimo B) Sexto C) Octavo D) Noveno

Solución:

	1°	2°	3°	4° . . .	n°
Dilata:	$\frac{5}{3(1)}$	$\frac{7}{3(2)}$	$\frac{9}{3(3)}$	$\frac{11}{3(4)}$ . . .	$\frac{5+2(n-1)}{3n} = \frac{2n+3}{3n}$

Entonces

$\dfrac{2n+3}{3n} \leq 0{,}8$

$\Rightarrow\ 7{,}5 \leq n \ \Rightarrow\ n = 8 \ \therefore$ Octavo día.

Rpta.: C

6. Dada la siguiente sucesión:

19, 22, 25, 28, . . . , , 622

¿Cuántos términos de la sucesión menores que 622 serán cuadrados perfectos, luego de restarle cuatro unidades?

A) 8 B) 10 C) 9 D) 7

Solución:

$$\underbrace{15\ ,\ 18}_{+3}\ ,\ \underbrace{18\ ,\ 21}_{+3\ .\ .\ .}\ ,\ .\ .\ .\ .\ ,\ 618$$

$a_n = 15 + 3(n-1) = 3(n+4)$

$\Rightarrow\ n + 4 = 3x^2\ \Rightarrow\ n = 3x^2 - 4$

Pero $\quad 1 \le n \le 202$

$\Rightarrow 1 \le 3x^2 - 4 \le 202\ \Rightarrow\ 1,_ \le x^2 \le 68_$

$x:\ 2, 3, ..., 8$

Rpta.: D

7. En un hospedaje de un suburbio un mendigo le propone al encargado lo siguiente: por cada día que se hospede pagará así: el primer día 1 sol, el segundo día 2 soles, el tercer día 3 soles y así sucesivamente. Pero cada día Ud. Me dará 0,10 el primer día, 0,20 el segundo día, 0,40 el tercer día, 0,80 el cuarto día y así sucesivamente y así durante 10 días. ¿Quién ganó y cuánto?

A) El mendigo, S/ 47,30
B) El encargado, S/ 47,30
C) El mendigo, S/ 45,50
D) El encargado, S/ 45,50

Solución:

i) $\left(\dfrac{2n+9}{2}\right)10 = 55$ ii) $0{,}10 \cdot \dfrac{2^{10}-1}{2-1} = 102{,}30$

$\therefore 102{,}30 - 55 = 47{,}30$

Rpta.: A

8. Una persona deposita cada mes en su caja fuerte una cantidad igual al mes anterior más una cantidad fija. Si el quinto mes depositó S/ 308 y el noveno mes S/ 416. ¿Cuánto depositó en 14 meses?

A) 5237
B) 5240
C) 5230
D) 5257

Solución:

$t_5 = 308 = t_1 + 4r$

$t_9 = 416 = t_1 + 8r$

$r = 27;\ t_1 = 200$

$S_{14} = \left(\dfrac{2(200) + 13(27)}{2}\right)14$

$S_{14} = 5257$

Rpta.: D

9. En un sorteo se entregaron unos boletos enumerados de la forma:

$$3 \times 56;\ 4\times 56;\ 5\times 56;\ldots;2000\times 56$$

Si los boletos premiados serán los que no son múltiplos de $\overset{\circ}{9}$, ¿cuántos son los boletos premiados?

A) 1775 B) 1776 C) 1777 D) 1778

Solución:

$a_n = (n+2)56 = \overset{\circ}{9}$

$\therefore n = \overset{\circ}{9} - 2$

$\#$ valores : $n = 222$

$\therefore 1998 - 222 = 1776$

Rpta.: B

10. Si $a\dfrac{4n-3}{15}$ y $a\dfrac{4n+8}{2}$ son términos equidistantes de una progresión aritmética donde "n" indica los "n" primeros términos considerados. Determine el valor de $n^2 + n + 1$.

A) 91 B) 111 C) 133 D) 157

Solución:

$\dfrac{4n-3}{15} + \dfrac{n+8}{2} = n+1$

$n = 12$

Rsp. $12^2 + 12 + 1 = 157$.

Rpta.: D

Aritmética

EJERCICIOS

1. Se deja caer una bola de goma desde la azotea de un edificio que tiene una altura de 243 m. Cada vez que toca el suelo, rebota y recorre hacia arriba una distancia igual a las dos terceras partes de la altura desde la que ha caído la última vez. ¿De qué altura en metros ha caído la bola cuando ha tocado el suelo por sexta vez?

A) 32 B) 64 C) 48 D) 72

Solución:

Tenemos: $a_1 = 243,\ q = \frac{2}{3},\ n = 6.$ Altura(de lanzamiento) $= a_6 = 243 \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 = 32$

Rpta.: A

2. Un concurso consiste en proponer al concursante, una sucesión de preguntas hasta que, dé una respuesta incorrecta y quede eliminado. Los premios de cada respuesta correcta se acumulan y son de diez soles por la primera, veinte soles por la segunda, treinta soles por la tercera y así sucesivamente. ¿Cuál es el mínimo número de preguntas que hay que responder para conseguir 910 soles?

A) 12 B) 13 C) 15 D) 18

Solución:

Tenemos PA: $a_1 = 10,\ r = 10,$ y $a_n = 10n.$

Sea n: el mínimo de preguntas bien contestadas

entonces: $S_n = \frac{(10 + a_n)}{2} \times n = 910 \Rightarrow n = 13$

Rpta.: B

3. En una sala de cine, la segunda fila de butacas está a 10 m de la pantalla y la séptima fila está a 16 m. Si la distancia entre fila y fila es la misma, ¿en qué fila debe sentarse una persona que le guste ver la pantalla a una distancia de 28 m?

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18

Solución:

Sea r: la distancia entre fila y fila. Tenemos una PA: $a_1 = ?,\ a_2 = 10,\ a_7 = 16$ y $a_n = 28$

$\begin{cases} a_1 + r = 10 \\ a_1 + 6r = 16 \end{cases} \Rightarrow a_1 = \frac{44}{5},\ r = \frac{6}{5},$ Luego: $28 = \frac{44}{5} + (n-1) \times \frac{6}{5} \Rightarrow n = 17$

Rpta.: C

4. Carmen se está preparando para el examen de revalidación. Para no dejar toda la materia para el final ha decidido estudiar cada día el doble de páginas que el día anterior. Si el primer día estudió dos páginas, ¿cuántas páginas habrá estudiado al cabo de 8 días?

A) 62 B) 254 C) 126 D) 510

Solución:

Tenemos: PG: $a_1 = 2,\ q = 2,\ S_8 = ?$. Entonces: $S_8 = \dfrac{2(2^8 - 1)}{2-1} = 510$

Rpta.: D

5. Se publicó un libro que tiene $\overline{bba}$ páginas, se observa que se han utilizado 1164 cifras para enumerar desde la página $\overline{ab}$ hasta el final. Determine cuántas veces se ha utilizado la cifra dos para enumerar todo el libro.

A) 194 B) 193 C) 192 D) 195

Solución:

Tenemos: $\#\text{pág} = \overline{bba},\ \#\text{cifras}\left(\overline{ab},\ldots,\overline{bba}\right) = 1164$

Entonces: $1164 = 2(99 - \overline{ab} + 1) + 3(\overline{bba} - 100 + 1) \Rightarrow a = 3 \wedge b = 4$

$$\underset{\text{utilizadas}}{\#\ \text{cifras}}\ (2)\left(\text{del } 1 \text{ al } 443\right) = \underset{1\text{al}99}{20} + \underset{100\text{al}199}{20} + \underset{200\text{al}299}{120} + \underset{300\text{al}399}{20} + \underset{400\text{al}443}{15} = 195$$

Rpta.: D

6. Juan emprendió un negocio, el primer día solo tuvo dos clientes, el segundo día tuvo cuatro clientes más que el día anterior, el tercer día otros seis clientes más que el día anterior, el cuarto día ocho clientes más que el día anterior, y así sucesivamente hasta el vigésimo día de iniciado su negocio, día que alcanzó el número máximo de clientes. Determine la suma de cifras de este número máximo.

A) 11 B) 6 C) 12 D) 9

Solución:

Tenemos que: 2; 6; 12; 20; …

4 6 8 …

2 2 …

Luego: $a_{20} = 2C_0^{19} + 4C_1^{19} + 2C_2^{19} = 420$ entonces la suma de cifras es 6.

Rpta.: B

7. Un bus de cada una de las líneas L y T de transporte urbano de pasajeros, inician simultáneamente su recorrido desde un mismo paradero inicial, realizando su primera parada después de 23 y 39 minutos respectivamente, y sus posteriores paradas (de igual tiempo para los dos) después de nueve y siete minutos respectivamente; los recorridos de ambos buses son por la misma vía y a velocidades constantes (despreciándose el tiempo para las paradas en los paraderos y el "tráfico vehicular"). Si los buses de las líneas L y T llegan a su paradero final después de 410 y 494 minutos respectivamente, determine el máximo número de paraderos comunes que ambos buses hicieron su parada.

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5

Solución:

Sean: $L: 23, 32, 41, ..., 410 \rightarrow l_n = 9n + 14$ y $T: 39, 46, 53, ..., 494 \rightarrow t_m = 7m + 32$

Para $n, m \in \mathbb{Z}^+$: $l_n = t_m$. Entonces: $9n + 14 = 7m + 32 \therefore 9n = 7m + 18$.

Luego: $m = 9, 18, 27, 36, 45, 54$. Por lo tanto coinciden en 6 paraderos a lo más.

Rpta.: C

8. Las visitas a una página web recientemente creada, mostraron el siguiente comportamiento: el primer día tres visitas, siete visitas el segundo día, el tercer día doce visitas, dieciocho visitas el cuarto día y así sucesivamente. Determine la suma del número de visitas de los días 42 y 43.

A) 2018 B) 2021 C) 2020 D) 2019

Solución:

Tenemos que: 3; 7; 12; 18; …

4 5 6 …

1 1 …

$$a_{42} = 3C_0^{41} + 4C_1^{41} + C_2^{41} \text{ y } a_{43} = 3C_0^{42} + 4C_1^{42} + C_2^{42}$$

Luego: $a_{42} + a_{43} = 3C_0^{41} + 3C_0^{42} + 4C_1^{41} + 4C_1^{42} + C_2^{41} + C_2^{42}$

$= 6 + 332 + 820 + 861 = 2019.$

Rpta.: D

9. La utilidad en el restaurant "El sabor del viejito" aumenta mensualmente durante un año formando una progresión aritmética; al décimo mes de iniciado el negocio, el administrador Luis Alberto observó que las utilidades del cuarto y noveno mes sumaron 12 500 dólares. ¿Cuál será la utilidad total en dólares durante los 12 primeros meses de iniciado el negocio, que espera Luis Alberto?

A) 75 000 B) 61 500 C) 73 500 D) 69 000

Solución:

Sean las utilidades mensuales: $a_1, a_2, ..., a_{12}, ...$ y $a_4 + a_9 = 12500$, $a_1 + a_{12} = x$

Entonces: $a_1 + 3r + a_1 + 8r = 12500 = 2a_1 + 11r = a_1 + a_{12} \therefore a_1 + a_{12} = 12500$

$$U_{Total} = \frac{12500}{2} \times 12 = 75000$$

Rpta.: A

10. Una planta de manzano tiene 2380 hojas, debido a su periodo de "agostamiento" (no se le riega y se caen sus hojas, además no brotan nuevas hojas), y pasando un periodo de tiempo se observó que: el primer día cayeron tres hojas, cinco hojas el segundo día, siete hojas el tercer día, nueve hojas el cuarto día y así sucesivamente. Después de cuántos días, de iniciada la caída de hojas, la planta del manzano se quedará con solo 77 hojas.

A) 55 B) 47 C) 54 D) 56

Solución:

Tenemos: $\#(\text{total de hojas}) = 2380$. Hojas caídas: $3,\ 5,\ 7,\ 9, ..., a_n, ..$

$n = \#(\text{días que transcurren para que se quede con } 77 \text{ hojas})$

$$S_n = 2380 - 77 = 2303 = \frac{(3 + 3 + 2(n-1))}{2} \times n \qquad \therefore\ n = 47.$$

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En una carrera un hombre avanza 6 metros en el primer segundo, y en cada segundo posterior avanza 25 cm más que el anterior. Determine la distancia en metros que habrá recorrido en 8 segundos.

A) 55 B) 49 C) 54 D) 56

Solución:

Tenemos: $a_8 = 6 + 7(0,25) = 7,75 \Rightarrow S_8 = \frac{(6 + 7,75)}{2} \times 8 = 55$

Luego, el hombre en los 8 segundos recorrió 55 metros.

Rpta.: A

2. Un taxista ganó 20 dólares el lunes y cada día, de esa semana, ganó el doble de lo que ganó el día anterior. Determine la cantidad en dólares que ganó el taxista de desde el lunes hasta el sábado de esa semana.

A) 640 B) 1260 C) 1280 D) 960

Solución:

Tenemos: $a_1 = 20,\ q = 2,\ n = 6.$

Cantidad ganada en 6 días $= S_6 = 20 \times \dfrac{(2^6 - 1)}{2 - 1} = 1260$

Rpta.: B

3. Al construir un túnel, por el primer metro de perforación del cerro se ha pagado 750 dólares y por cada metro restante 250 dólares más que el metro anterior. Si ya se tiene invertido $93 750, ¿cuántos metros del túnel se tiene perforado?

A) 36 B) 32 C) 25 D) 24

Solución:

Tenemos: 93750 = $\left(\dfrac{2(750) + (n-1) \times 250}{2}\right) \times n$, por lo tanto n = 25.

Rpta.: C

4. Martín ahorró día a día, durante un cierto tiempo de la siguiente manera; el primer día ahorró 2 soles, el segundo día ahorró 7 soles, el tercer día ahorró 15 soles, el cuarto día ahorró 26 soles y así sucesivamente hasta el último día. Si Martín durante todo ese tiempo ahorró 13 050 soles. ¿Cuántos días ahorró Martín?

A) 27 B) 28 C) 29 D) 30

Solución:

Tenemos que:

2; 7; 15; 26; … entonces $a_n = (3n^2 + n)/2$

5 8 11

3 3

Luego: $S_n = (1/2)\ [\ 3\ (n) \times (n + 1) \times (2n + 1)/6 + (n) \times (n + 1)/2] = 13050$

Entonces: n = 29.

Rpta.: C

5. El número de personas que asistieron a una fiesta está entre 560 y 720; al ingresar a cada uno le dieron un recibo distinto y numerado empezando en 10. Al realizar la rendición de cuentas se observó que se habían utilizado 1980 dígitos en total para enumerar todos los boletos entregados. Determine la suma de cifras del número de personas que asistieron a dicha fiesta.

A) 24 B) 23 C) 16 D) 19

Solución:

Se ha numerado: 10, 11; 12; 13; 14; … ; $\overline{abc}$, donde $560 \le \overline{abc} \le 720$

Boletos: 10; … ; 99; 100; … ; $\overline{abc}$

Cantidad de dígitos utilizados = $90(2) + [\overline{abc} - 99](3) = 1980$

Por lo tanto: $\overline{abc} = 699$ entonces la suma de cifras es, 24.

Rpta.: A

6. Al construir un condominio, se construyó un hotel de modo que el primer piso tiene 120 habitaciones y los pisos siguientes tienen 6 habitaciones menos cada uno. Si el hotel tiene 1242 habitaciones en total, determine el número de pisos del hotel.

A) 20 B) 18 C) 23 D) 24

Solución:

Sea: #pisos = n. entonces $a_n = 120 + (n - 1)(-6) = 126 - 6n$,

Luego: # Habitaciones = $S_n = [120 + 126 - 6n]n/2 = 1242$

Entonces: n = 18

Rpta.: B

7. En una campaña de solidaridad, de un determinado país, se observó una fila de personas, que llevaban sus donaciones en dinero en efectivo. Ellas fueron ordenadas ascendentemente de acuerdo al monto de su donación, formando 35 términos de una progresión aritmética, donde la suma donada por el sexto y trigésimo donante era de 1800 dólares. Determine la suma total en dólares recaudada en esa fila.

A) 22 500 B) 35 100 C) 31 500 D) 34 200

Solución:

Tenemos una PA. Por ser t_1 , t_{35} y t_6 , t_{30} términos equidistantes se cumple

$$t_1 + t_{35} = t_6 + t_{30} = 1800 \qquad \therefore \quad S_{35} = \left(\frac{t_1 + t_{35}}{2}\right)35 = 31500$$

Rpta.: C

8. A lo largo de unos meses un padre decidió dar propinas a sus dos hijos Joel y Mary de acuerdo a sus rendimientos académicos; las propinas en soles que le correspondieron a Joel tenían la siguiente secuencia: 3, 8, 13, 18, …, 248; mientras que las de Mary tenían a 2; 5; 8; 11; … como secuencia. Determine en cuántas oportunidades obtuvieron la misma cantidad de propina.

A) 16 B) 19 C) 18 D) 17

Solución:

De los datos tenemos: **Joel:** S_1: $a_n = 5n - 2$. **Mary:** S_2: $b_m = 3m - 1$.

Igualando: $5n - 2 = 3m - 1$ entonces $5n = 3m + 1$, luego n = 2, 5, 8, …, 50.

Total 17 coincidencias en el monto de propina.

Rpta.: D

9. En la temporada de circo se observó, la recaudación de los primeros 6 días del circo "El Monchito". El primer día recaudó menos de S/.100, pero tuvo tanto éxito que las recaudaciones triplicaron cada día, de modo que en los seis días recaudaron S/.22 932. Determine la suma de cifras de la recaudación en soles del sexto día.

A) 18 B) 15 C) 21 D) 9

Solución:

Tenemos: $a_1 = ?, q = 3, n = 6, a_6 = ?, S_6 = 22932.$ Entonces: $22932 = \dfrac{a_1(3^6 - 1)}{3 - 1} = 364a_1$

Luego: $a_1 = 63 \rightarrow a_6 = 63(3^5) = 15309 \therefore \sum \text{cifras}(15309) = 18$

Rpta.: A

10. Se compran 50 artefactos. Por el primero se pagó 800 soles, y por cada uno de los demás 300 soles más que por el anterior. Determine la suma de cifras del importe de la compra.

A) 11 B) 12 C) 16 D) 18

Solución:

Tenemos: PA. $a_1 = 800,\ r = 300,\ n = 50$

Importe total de la compra $= S_{50} = \dfrac{(2(800) + 49(300))}{2} \times 50 = 407\ 500$

Entonces: $\sum \text{cifras}(S_{50}) = 16$

Rpta.: C

Aritmética

EJERCICIOS

1. Para la recuperación de la salud de un paciente, la enfermera encargada le administra cierto medicamento de la siguiente forma: el primer día una dosis de 100 mg y 5 mg menos cada día siguiente. Si el tratamiento duró 12 días, ¿cuántos miligramos del medicamento indicado se le administró?

A) 870 B) 840 C) 832 D) 740 E) 792

Solución:

Dato: $a_1 = 100 \quad r = -5 \quad n = 12 \quad a_n = a_{12} = ? \quad S_{12} = ?$

Entonces

$$a_{12} = a_1 + (n-1).r \rightarrow a_{12} = 100 + (12-1).(-5)$$

$$a_{12} = 100 - 55 = 45$$

la suma de los 12 días: $S_{12} = \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right) n$

$$S_{12} = \left(\frac{100+45}{2}\right) 12 = 870\, mg$$

Rpta.: A

2. En un laboratorio se estudió el comportamiento de un tipo de bacteria y se observó que cada bacteria se reproduce, cada 15 minutos, por bipartición (una bacteria se divide en dos, convirtiéndose en dos nuevas bacterias). Si se coloca 8 bacterias en un frasco hermético, ¿cuántas bacterias habrá al cabo de 8 horas?

A) 2^{32} B) 2^{30} C) 2^{31} D) 2^{33} E) 2^{34}

Solución:

PG: (q=2) : 8; 16; 32; 64;… * 8 h = 8.4 (1/4) = 32 cuartos de hora

$$a_n = a_1 . q^{n-1} \rightarrow a_{32} = 8.\ 2^{32-1} = 2^{34}$$

Rpta.: E

3. Dado un cuadrado de 3m de lado, en el cual se une los puntos medios de sus lados consecutivos obteniendo así un nuevo cuadrado. Si el mismo proceso se realiza indefinidamente con los nuevos cuadrados que van apareciendo, determine la suma de las áreas, en m2, de todos los cuadrados incluido el primero.

A) 12 B) 16 C) 20 D) 18 E) 36

Solución:

PG : (Áreas) : $9; \frac{9}{2}; \frac{9}{4}; \ldots$; razón $q = \frac{1}{2}$

Suma del área de los infinitos cuadrados:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-q} \rightarrow S_{Áreas} = \frac{9}{1-{}^{1}/_{2}} = \frac{9}{{}^{1}/_{2}} = 18\, m^2$$

Rpta.: D

4. En un hotel de 32 habitaciones, el encargado de la limpieza le propone al gerente limpiar todas las habitaciones cobrando S/1 por la primera habitación y S/4 más por cada habitación siguiente. Si el gerente aceptó la propuesta, ¿cuántos soles le pagó al encargado, luego que este terminó su trabajo?

A) 2142 B) 2016 C) 1890 D) 1008 E) 2268

Solución:

PA: $a_1 = 1$; $r = 4$; $n = 32$

$$a_{32} = 1 + (32-1)4 = 125$$

$$S_{32} = \left(\frac{1+125}{2}\right).32 = 2016$$

Rpta.: B

5. Se tiene una pista atlética en forma de un polígono regular de 24 metros de lado. Un atleta inicia su entrenamiento diario en uno de los vértices, observando que la primera vez recorre todo el polígono y las siguientes veces recorre un lado menos que la vez anterior. Si ha recorrido en total 864 m, ¿cuántos lados tiene el polígono?

A) 12 B) 8 C) 13 D) 9 E) 10

Solución:

$$24n + 24(n-1) + \cdots + 24(2) + 24(1) = 864$$

$$24[n + (n-1) + (n-2) + \cdots + 2 + 1] = 864$$

$$24\left[\frac{n(n+1)}{2}\right] = 864 \ \rightarrow n = 8$$

Rpta.: B

6. Peter compra una camioneta acordando pagar de la siguiente manera: el primer día pagará S/1; el segundo día, S/2; el tercer día, S/5; el cuarto día, S/10 y así sucesivamente siguiendo la misma secuencia. Si pagará durante 50 días, ¿cuántos soles le costará la camioneta a Peter?

A) 40 377 B) 40 475 C) 42 925 D) 40 375 E) 42 000

Solución:

c=2 \ 1; 2; 5; 10, … a=1 ; b=-2; c=2

a+b= -1 \ 1 3 5 $a_n = n^2 - 2n + 2$

2a=2 \ 2 2

La camioneta le costará:

$$S_{50} = \frac{50(51)(101)}{6} - 2\left(\frac{50(51)}{2}\right) + 50(2) = 40475\ soles$$

Rpta.: B

7. Dada la siguiente sucesión: 5; 9; 13; 17; ...
¿Cuántos términos como mínimo debe tener la sucesión, de modo que 10 de ellos sean números cuadrados perfectos?

A) 110 B) 119 C) 109 D) 115 E) 121

Solución:

$$a_n = 4n + 1 = x^2$$

$$n = \frac{(x-1)(x+1)}{4} \quad \Rightarrow \quad x = \overset{0}{2} + 1$$

$$x : \underbrace{3, 5, 7, \ldots, 21}_{10\ valores} \ \rightarrow x = 21 \ \rightarrow 4n + 1 = 441 \ \rightarrow \ n = 110$$

$\therefore$ 110 términos como mínimo

Rpta.: A

8. Pedro le ofrece a su menor hijo una propina de (m+n) soles, para ello el hijo debe hallar correctamente el valor de m y n (primos relativos), en la siguiente suma

$$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{n}}=\frac{3}{2}-\frac{1}{4}+\frac{3}{16}-\frac{1}{32}+\frac{3}{128}-\frac{1}{256}+\cdots$$

¿Cuántos soles de propina recibió el hijo, luego de cumplir el pedido de su padre?

A) 18 B) 17 C) 19 D) 21 E) 20

Solución:

$$\frac{m}{n}=\frac{3}{2}+\frac{3}{16}+\frac{3}{128}-\frac{1}{4}-\frac{1}{32}-\frac{1}{256}+\cdots$$

$$\frac{m}{n}=\frac{\frac{3}{2}}{1-\frac{1}{8}}-\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{8}}=\frac{\frac{3}{2}-\frac{1}{4}}{\frac{7}{2}}=\frac{10}{7}\quad\therefore\ m+n=17$$

Rpta.: B

9. Rosita ahorró en el mes de enero 1; 2; 5; 12; 25 y 46 soles durante los 6 primeros días respectivamente. Si ella continuó ahorrando los siguientes días con la misma secuencia, ¿cuántos soles ahorró Rosita hasta el 20 de enero?

A) 12180 B) 12200 C) 13180 D) 11680 E) 11880

Solución:

$$\begin{array}{ccccccccccccc} 1 & & 2 & & 5 & & 12 & & 25 & & 46 & \ldots \\ & 1 & & 3 & & 7 & & 13 & & 21 & \ldots & \\ & & 2 & & 4 & & 6 & & 8 & \ldots & & \\ & & & 2 & & 2 & & 2 & \ldots & & & \end{array}$$

$$S_{20}=1.\binom{20}{1}+1.\binom{20}{2}+2.\binom{20}{3}+2.\binom{20}{4}=20+190+2280+9690=12180$$

Rpta.: A

10. Jaimito va a una tienda y compra un caramelo, por su compra el vendedor le regala un caramelo. En una segunda oportunidad compra 3 caramelos y el vendedor le regala 2 caramelos, la tercera vez compra 6 y le regala 3, en la siguiente oportunidad compra 10 y le regala 4, y asi sucesivamente ambos continúan la misma secuencia. ¿Cuántos caramelos recibirá en total Jaimito cuando compre caramelos por vigésima vez en la misma tienda?

A) 210 B) 410 C) 180 D) 420 E) 230

Solución:

	1°	2°	3°	4°	…	20°
Compra:	1 ;	3 ;	6 ;	10 ;	…	
Le regalan:	1 ;	2 ;	3 ;	4 ;	…	

Total : c = 0 2 5 9 14

a+b=2 3 4 5

2a=1 1 1

---

a=1/2; b=3/2; c=0 → $a_n = \frac{n^2}{2} + \frac{3}{2}(n)$

$$\therefore\ a_{20} = \frac{20^2}{2} + \frac{3}{2}(20) = 230$$

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Un perro se encuentra en un camino recto y a 150m de él está una liebre. El perro corre para alcanzar a la liebre y esta huye del perro, dándose la siguiente situacion: por cada 9m que el perro corre, la liebre corre 7m. ¿Cuántos metros debera correr el perro para poder alcanzar a la liebre?

A) 624 B) 675 C) 632 D) 540 E) 596

Solución:

Por cada 9m que el perro corre, la liebre corre 7 m, entonces el perro se acerca a la liebre solo 2 m en cada uno de estos eventos.

La distancia inicial que hay entre ambos animales es de 150 m, entonces se requiere de 75 eventos de este tipo para que el perro alcance a la liebre. Por tanto, el perro debera correr 75 veces 9 m, por lo que se tiene

Distancia total recorrida por el perro=(75)(9)=675 m

Rpta.: B

2. En los 3 últimos meses de trabajo, lo que ganó Rosa está en progresión aritmética. Si la cantidad total que ganó es de S/ 2400, y el primer mes ganó la mitad de lo que ganó el segundo, ¿cuántos soles ganó en los dos primeros meses?

A) 1240 B) 1200 C) 1320 D) 1400 E) 1520

Solución:
Si en el primer mes ganó la mitad del segundo, esto quiere decir que:
Primer mes: a
Segundo mes: 2a
La razón es, por tanto: $r = 2a - a = a$
Datos: $S = 2400 \quad r = a \quad n = 3$
El último término es:

$$a_n = a_1 + (n-1)(r) \rightarrow a_n = a + (3-1)(a) = 3a$$

$$S = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \rightarrow 2400 = \frac{(a+3a)3}{2} \rightarrow a = 400$$

Por tanto, ganó:
Primer mes: S/ 400
Segundo mes= 2a=(2)(400)=800
Tercer mes=3a =(3)(400)=1200
Ahorro en los dos primeros meses: 400+800=1200

Rpta.: B

3. Se deja caer un bloque de ladrillo libremente desde la azotea de un edificio. En su caída recorre 16,1 metros en el primer segundo, y en cada segundo posterior recorre 32,2 metros más que en el segundo anterior. Si tarda 5 segundos en llegar al suelo, ¿cuál es la altura del edificio?

A) 402,5 B) 450,2 C) 460,5 D) 420,4 E) 460,2

Solución:
Datos: $a_1 = 16{,}1 \quad r = 32{,}2 \quad n = 5$

La distancia total recorrida es la altura del edificio:

$$S = \frac{(2a_1 + (n-1)r)n}{2} \rightarrow S = 402{,}5\ m$$

Rpta.: A

4. Luis apuesta durante 8 días, y cada día gana la tercera parte de lo que ganó el día anterior. Si el octavo día ganó S/ 1, ¿cuántos soles ganó el primer día?

A) 2520 B) 2860 C) 2187 D) 2140 E) 2420

Solución:
Es una progresión geométrica, con las siguientes características:

$$a_n = 1 \quad q = \frac{1}{3} \qquad n = 8$$

entonces

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

$$a_1 = \frac{a_n}{q^{n-1}} \rightarrow a_1 = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^{8-1}} = 2187$$

Es lo que gana el primer día.

Rpta.: C

5. José adquiere un terreno de 200 hectáreas, a pagar en 15 años, de la siguiente forma: S/ 1 el primer año, S/ 3 el segundo, S/ 9 el tercero, y así, sucesivamente. ¿Cuántos soles fue el último pagó por el terreno?

A) 3^{14} B) 3^{15} C) 3^{16} D) 3^{18} E) 3^{12}

Solución:
Los pagos tienen comportamiento geométrico con una razón de 3.
Datos: $a_1 = 1 \quad r = 3 \quad n = 15$
Calculamos el último pago:

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_n = (1)(3)^{15-1} = (3)^{14}$$

Rpta.: A

6. Tres amigos tienen cantidades de caramelos 1, 37 y 289 respectivamente. Otro amigo les regala una misma cantidad de caramelos a cada uno de tal forma que las nuevas cantidades de caramelos que tienen los tres amigos forman una P.G. ¿Cuántos caramelos en total obsequio el otro amigo?

A) 12 B) 5 C) 18 D) 15 E) 8

Solución:
Cantidad de caramelos que regala a cada uno: x
De la condicion:

1°	2°	3°	
(1+x) ;	(37+x) ;	(289+x)	→ P.G

$\rightarrow (37+x)^2 = (1+x)(289+x) \rightarrow x = 5$

Total = 3(5)=15

Rpta.: D

7. Un omnibus del Metropolitano de Lima, inicia su recorrido con 7 pasajeros. En cada paradero, a partir de la primera parada suben 3 pasajeros. Si al llegar a la ultima estación (paradero final) bajaron todos (70 personas), ¿en cuantas estaciones el bus se detuvo a recoger pasajeros?

A) 12 B) 25 C) 18 D) 15 E) 21

Solución:

Inicio	1° *Est*	2° *Est*	3° *Est*	…….	n° *Est*	Final
7	10	13	16	……..	70	70
	$\underbrace{Suben\ 3}$	$\underbrace{suben\ 3}$	$\underbrace{suben\ 3}$			

$$t_n = 3n + 7$$

Hallando numero de terminos:

$$3n + 7 = 70 \ \rightarrow n = 21$$

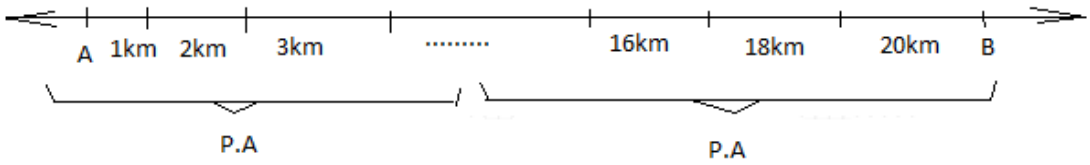
Se detuvo en 21 estaciones para recoger pasajeros.

Rpta.: E

8. Dos viajeros salen al mismo tiempo de dos ciudades A y B, y van al encuentro uno del otro. El que parte de A camina 1 km el primer día, 2 km el segundo día, 3 km el tercer día, y así sucesivamente. El que parte de B camina 20km el primer día, 18 km el segundo día, 16 km el tercer día, y así sucesivamente. Si la distancia entre A y B es de 165 km, ¿en cuántos días se encontrarán?

A) 24 B) 18 C) 15 D) 10 E) 12

Solución:



$a = 1\,, d = 1$ n: *número de días* $a = 20\,, d = -2$

$$S_1^n = \frac{n}{2}(2.1 + (n-1).1) = \frac{n}{2}(n+1) \qquad S_1^n = \frac{n}{2}(2.20 + (n-1).(-2)) = \frac{n}{2}(42 - 2n)$$

La suma de las distancias recorridas por A y B debe ser 165.

Luego:

$$\frac{n}{2}(n+1) + \frac{n}{2}(42 - 2n) = 165$$

$$n^2 - 43n + 330 = 0 \ \rightarrow n = \frac{43 \pm 23}{2} \rightarrow n = 10$$

Rpta.: D

9. En la siguiente suma $M=\frac{1}{7}+\frac{2}{7^2}+\frac{3}{7^3}+\frac{4}{7^4}+\ldots$, halle la suma de los términos de M.

A) 43 B) 26 C) 30 D) 35 E) 48

Solución:

$$M=\frac{1}{7}+\frac{2}{7^2}+\frac{3}{7^3}+\frac{4}{7^4}+\cdots$$

$$7M=1+\frac{2}{7}+\frac{3}{7^2}+\frac{4}{7^3}+\cdots$$

Restando

$$6M=1+\frac{1}{7}+\frac{1}{7^2}+\frac{1}{7^3}+\frac{1}{7^4}+\cdots$$

$$6M=\frac{1}{1-\frac{1}{7}} \quad \rightarrow \quad M=\frac{7}{36} \quad \rightarrow \quad 7+36=43$$

Rpta.: A

10. En la siguiente sucesión, calcule el número de términos:

$$24,\ 29,\ 36,\ 45,\ \overline{ab},\cdots,\ \overline{b4a}$$

A) 24 B) 28 C) 26 D) 29 E) 21

Solución:

$$24, \quad 29, \quad 36, \quad 45, \quad \overline{ab}, \quad \ldots, \quad \overline{b4a}$$

$$5 \quad 7 \quad 9 \quad 11 \ldots$$

Luego $\overline{b4a}=645 \ \rightarrow \ \overline{ab}=56$

Sucesión de segundo orden:

$$T_n=n^2+2n+21=645$$

$$\rightarrow \ n(n+2)=624=24(26) \ \rightarrow \ n=24$$

Rpta.: A

Aritmética

EJERCICIOS

1. En una progresión aritmética decreciente se cumple que, el producto del primer y cuarto término es al producto del segundo y tercer término como 2 es a 3. Si la suma de los cuatro primeros términos es 32, determine el décimo quinto término de dicha progresión.

A) –32 B) –84 C) –108 D) –61 E) –73

Solución:
Sea la P.A:
$a-3r;a-r;a+r;a+3r;...$
Como la suma de los cuatro primeros términos es 32, tenemos que $a=8$
Además

$$\frac{64-9r^2}{64-r^2}=\frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad 2r=-\frac{16}{5}$$

$$\therefore \quad a_{15}=\frac{64}{5}+\left(-\frac{16}{5}\right)(14)=-32$$

Rpta.: A

2. Percy reparte todos los caramelos que tiene a sus 12 sobrinos. Al primero le da 4 caramelos, al segundo 6, al tercero 10, al cuarto 16 y así sucesivamente. Si cada bolsa contiene 31 caramelos, ¿cuántas bolsas de caramelo tuvo Percy inicialmente?

A) 25 B) 20 C) 30 D) 35 E) 40

Solución:

$4\,;6\,;10\,;16\,;...;\ a_n=n^2-n+4$

$\sum_{n=1}^{12}(n^2-n+4)=\frac{12(13)(25)}{6}+\frac{12(13)}{2}+12(4)=620$

Por lo tanto: # Bolsas al inicio= $\frac{620}{31}=20$

Rpta.: B

3. Si el quinto término de una progresión geométrica es 32 y el octavo es 4, halle el vigésimo tercer término.

A) $1/2^{15}$ B) $1/2^{14}$ C) $1/2^{13}$ D) $1/2^{12}$ E) $1/2^{10}$

Solución:

$t_8 = t_5 \times q^3 \rightarrow 4 = 32q^3 \therefore q = \frac{1}{2}$

$t_{23} = t_8 \times q^{15} = 4 \times \frac{1}{2^{15}} = \frac{1}{2^{13}}$

Rpta.: C

4. Sabiendo que el primer piso de un edificio, tiene una altura de 4 metros, la azotea está a 37 metros del suelo, y la altura de cada uno de los otros pisos es de 2,75 metros; determine el número de pisos que tiene dicho edificio.

A) 19 B) 18 C) 14 D) 13 E) 12

Solución:

$a_1 = 4;\ r = 2,75 \rightarrow 37 = 4 + (n-1) \times 2,75 \rightarrow n = 13$

Rpta.: D

5. En una fiesta de promoción se observó que los asistentes se retiraron de la siguiente manera, a las 12:00 de la noche se retiraron 2 personas, a las 12:10, 5 personas; a las 12:20, 10 personas; a las 12:30, 17 personas; y así sucesivamente hasta que a las 2:00 am se retiraron los últimos que quedaron. ¿Cuántas personas se retiraron a las 2:00 am?

A) 190 B) 180 C) 140 D) 160 E) 170

Solución:

La sucesión: 2; 5; 10; 17; … → $a_n = n^2 + 1$

Desde la 12 hasta las 2 am hay 120 minutos → $n = \frac{120}{10} + 1 = 13$

$\therefore\ a_{13} = 13^2 + 1 = 170$

Rpta.: E

6. Rivaldo ahorró en un Banco desde octubre de 2014 hasta diciembre de 2016, formando los depósitos de cada mes una progresión aritmética. Si en marzo de 2015 depositó 825 soles y en julio del mismo año 885 soles, ¿cuántos soles ahorró en todo ese tiempo?

A) 25 515 B) 25 000 C) 25 500 D) 25 550 E) 25 715

Solución:

meses de ahorro = 3+12+12=27

2014			2015					2016		
1	2	3	...	6	...	10	...	16	...	27
O	N	D		M		J		E		D
x	$x+r$	$x+2r$		$x+5r$		$x+9r$		$x+15r$		$x+26r$

$$\left.\begin{array}{l} x+5r=825 \\ x+9r=885 \end{array}\right\} \quad 4r=60 \quad \rightarrow \quad r=15 \quad \rightarrow \quad x=750$$

$$a_{27}=750+26(15)=1140 \quad \rightarrow \quad S_{27}=\left(\frac{750+1140}{2}\right).27=25515$$

Rpta.: A

7. De los 200 primeros términos de la sucesión: 28; 32; 36; 40;…, sólo algunos términos son cubos perfectos. Determine la mayor diferencia que se puede dar entre uno de estos cubos perfectos y el número del lugar que este ocupa en la sucesión.

A) 168 B) 390 C) 502 D) 206 E) 380

Solución:

$Sucesión: 28, 32, 36, \ldots \rightarrow a_n = 4n + 24 \;;\; a_1 = 28 \;;\; a_{200} = 824$

$a_n = 4(n+6) = k^3$

$n + 6 = 2p^3 \longrightarrow 8p^3 = k^3$

$28 \leq 8p^3 \leq 824 \longrightarrow p = 2; 3; 4$

$Para\ p = 2 \rightarrow n = 10 \;;\; a_{10} = 64$

$Para\ p = 3 \rightarrow n = 48 \;;\; a_{48} = 216$

$Para\ p = 4 \rightarrow n = 122 \;;\; a_{122} = 512$

$\therefore\ 512 - 122 = 390$

Rpta.: B

8. En el año 1986 fue visto el cometa Halley desde la Tierra, a la que se acerca cada 76 años; esta era la cuarta vez que nos visitaba desde que el astrónomo Halley lo descubrió. Halle la suma del año en que fue descubierto y el año en que volverá a verse en el siglo XXII.

A) 3820 B) 3886 C) 3896 D) 3816 E) 3972

Solución:

$a_4 = a_1 + 3\times 76 = 1986 \rightarrow a_1 = 1758$

$1986 + 2(76) = 2138$

$\therefore 1758 + 2138 = 3896$

Rpta.: C

9. Para el tratamiento de una enfermedad, un paciente debe tomar cierta dosis diaria de un medicamento, empezando la dosis con 100 mg el primer día y 5 mg menos cada uno de los días siguientes, hasta el día que tomó 20 mg. ¿Cuántos miligramos tomó el paciente durante todo el tratamiento?

A) 1003 B) 1037 C) 986 D) 1020 E) 969

Solución:

Datos: $a_1 = 100$; $r = -5$; $a_{17}=20$; $n = \frac{20-100}{-5} + 1 = 17$

$$S_{17} = \left(\frac{100+20}{2}\right).17 = 1020\ mg$$

Rpta.: D

10. Carito, a las 4pm compartió sus fotos en redes sociales con 2 amigos. Si cada hora siguiente, cada uno de los que recibe dichas fotos las comparte en redes sociales con otras 2 personas, ¿cuántas personas como máximo habrán recibido las fotos hasta las 8pm de ese mismo día?

A) 126 B) 30 C) 15 D) 31 E) 62

Solución:

$\therefore S_5 = 2\left(\frac{2^5-1}{2-1}\right) = 62$

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si $\sum_{i=1}^{n} \frac{22}{i^2+3i+2} = n$, halle el valor de n.

A) 9 B) 8 C) 6 D) 10 E) 13

Solución:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{22}{i^2+3i+2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{22}{(i+1)(i+2)} = n \Rightarrow \frac{22}{2x3} + \frac{22}{3x4} + \frac{22}{4x5} + \ldots + \frac{22}{(n+1)(n+2)} = n$$

$$\frac{22}{2} - \frac{22}{n+2} = n \qquad \therefore n = 9$$

Rpta.: A

2. Luis adquiere una deuda total de 36000 soles a pagar en 40 cuotas mensuales y cuyos valores forman una progresión aritmética. Si al pagar la cuota número 30, Luis fallece dejando la tercera parte de la deuda total sin cancelar, ¿cuál fue el primer pago mensual en soles que realizó?

A) 510 B) 490 C) 500 D) 505 E) 495

Solución:

$$\left(\frac{2a_1+39r}{2}\right)40=36000$$
$$\left(\frac{2a_1+29r}{2}\right)30=24000$$
$$2a_1+39r=1800$$
$$2a_1+29r=1600$$
$$a_1=510$$

Rpta.: A

3. Se reparten caramelos a un grupo de niños en cantidades que forman una progresión aritmética. Si al séptimo niño le correspondió la mitad de lo que le correspondió al último y a este, el quíntuplo de lo que le correspondió al primero, ¿cuántos niños son?

A) 16 B) 17 C) 18 D) 11 E) 15

Solución:
Sea la repartición: x, $x+r$, $x+2r,\ldots,$ $x+6r,\ldots,$ $x+(n-1)r$

$$x+6r=\frac{x+(n-1)r}{2}$$
$$x+(n-1)r=5x$$
$$x+6r=\frac{5}{2}x$$
$$x=4r$$
$$x+(n-1)r=5x$$
$$4r+(n-1)r=5(4r)$$
$$n=17$$

Rpta.: B

4. Fernando decide comprar orquídeas cada día, empezando un miércoles. Compró 3 orquídeas el primer día, 5 el segundo día, 7 el tercer día y así sucesivamente. Si en total compró 4760 orquídeas, ¿cuál fue el último día que compró orquídeas?

A) miércoles B) Domingo C) Lunes
D) viernes E) sábado

Solución:

Día	1=miércoles	2	3	4	…….. 68=Lunes
N° flores	3	5	7	9	…….. 137

R = 7 – 5 = 2

$a_n = a_1 + (n-1)r$

$a_n = 3 + (n-1)2$

$a_n = 2n + 1$

$S_n = \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right).n$

$4760 = \left(\frac{3 + 2n + 1}{2}\right).n$

$68(70) = n(2+n)$

$n = 68$

$\therefore Dia = Mie + 68 = Mie + \overset{\circ}{7} + 5 = Lunes$

Rpta.: C

5. La suma de los tres primeros términos de una progresión aritmética es 80, la suma de los tres últimos términos es 229 y la suma de todos los términos es 1854. Halle el número de términos de la progresión aritmética.

A) 28 B) 25 C) 54 D) 36 E) 42

Solución:

$a_1 + a_2 + a_3 = 80$

$a_n + a_{n-1} + a_{n-2} = 229$

$a_1 + a_n + a_2 + a_{n-1} + a_3 + a_{n-2} = 309$

$3(a_1 + a_n) = 309$

$a_1 + a_n = 103$

$\left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right) n = 1854 \rightarrow \frac{103}{2} \times n = 1854 \rightarrow n = 36$

Rpta.: D

6. Una nadadora entrenó todos los días durante tres semanas. El primer día nadó 15 minutos y cada día nadaba 5 minutos más que el día anterior. ¿Cuánto tiempo en total nadó hasta el último día?

A) 22h45m B) 22h46m C) 22h40m
D) 21h45m E) 12h46m

Solución:

$$S_{21} = \left(\frac{2(15)+20(5)}{2}\right)\times 21 = 1365\,\text{min.} = 22h45m.$$

Rpta.: A

7. Por el primer metro de perforación de un pozo se ha pagado 760 soles y por cada metro restante 150 soles más que el metro anterior. ¿Cuál será la profundidad de un pozo cuyo costo de excavación fue 43700 soles?

A) 18 B) 20 C) 22 D) 21 E) 19

Solución:

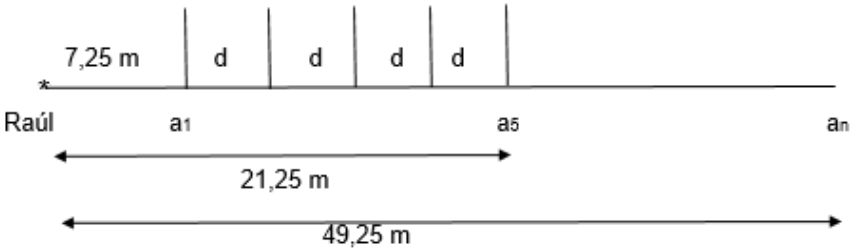
$$43700 = \left(\frac{2(760)+(n-1)\times 150}{2}\right)\times n \rightarrow n = 20$$

Rpta.: B

8. A lo largo de una alameda hay postes igualmente distanciados. Raúl se encuentra a 7,25 metros del primer poste y a 21,25 metros del quinto poste. ¿Cuántos postes hay entre Raúl y el poste situado a 49,25 metros de él?

A) 10 B) 13 C) 12 D) 14 E) 15

Solución:



Del gráfico:

4d = 21,25 – 7,25 → d = 3,5 = razón r

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$
$$\rightarrow 49,25 = 7,25 + (n-1)(3,5)$$
$$\rightarrow n = 13$$

Por lo tanto: Entre el Raúl y el 13° poste hay 12 postes.

Rpta.: C

9. En un laboratorio se hace un experimento con una pelota especial, que cada vez que cae sobre el piso rebota hasta 1/8 de la altura de la que cayó anteriormente, hasta detenerse. Si dicha pelota se suelta de una altura de 91 cm, ¿cuántos centímetros recorrió en total?

A) 98 B) 104 C) 143 D) 299 E) 117

Solución:

$$d = 91 + 2[91(\frac{1}{8})] + 2[91\left(\frac{1}{8}\right)^2] + ... = 91 + 2(91)[\frac{1/8}{1-\frac{1}{8}}] = 91 + 2(91)(\frac{8}{7}) = 117\ cm$$

Rpta.: E

10. La suma de tres números enteros positivos, que están en progresión geométrica, es 14. Si se incrementan los dos primeros en una unidad y se disminuye en la misma cantidad al tercero, los números resultantes formarán parte de una progresión aritmética. Halle el vigésimo término de la progresión aritmética.

A) 39 B) 43 C) 42 D) 40 E) 41

Solución:

$a + a \times q + a \times q^2 = 14 \ \rightarrow \ a = 2 \text{ y } q = 2$

$\rightarrow \text{P.A}: 3;5;7;... \ \rightarrow \ a_{20} = 3 + 19 \times 2 = 41$

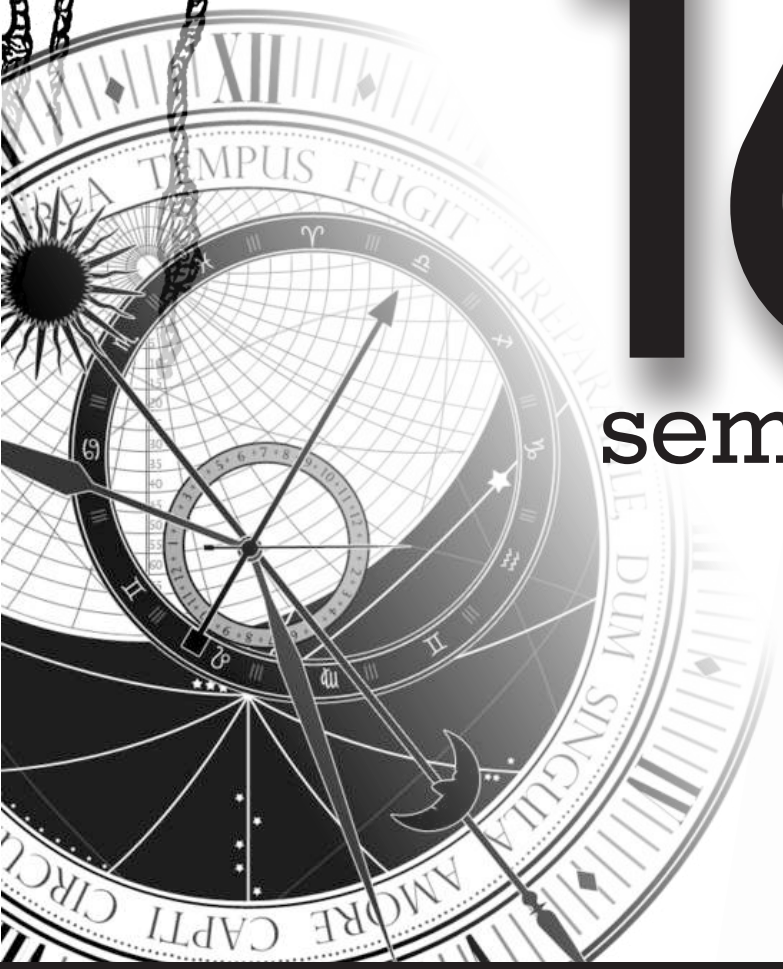
Rpta.: E

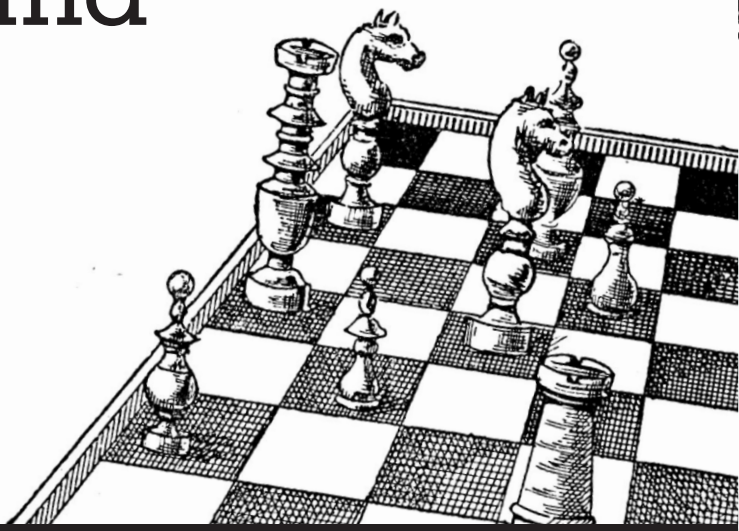
ARITMÉTICA

MANUAL DE PRACTICAS Y EJERCICIOS

16

semana





pre SAN MARCOS

Manhattan Editores

Aritmética

VARIABLE CUALITATIVA

Son aquellas que se pueden describir, no se pueden medir, no toman valores, tienen categorías.(Es decir, es la que toma en consideración una característica.)

Ejemplos:

Grado de instrucción de los abuelos de los docentes del curso de Aritmética de CEPRESM.

Distrito de residencia de los postulantes a la UNMSM.

Ejemplo de una investigación:

Se quiere investigar cómo influye la ciudad en la que se vive (variable independiente cualitativa) en el servicio de salud que se dispone (variable dependiente cualitativa).

VARIABLE CUANTITATIVA DISCRETA.

Son aquellas que pueden tomar únicamente valores enteros y que sólo puede tomar valores dentro de un conjunto definido.

Ejemplos:

· El número de miembros de una familia, que están infectados con COVID-19. (1,2,3, 4...)

· El número de pescadores artesanales, que hay en el puerto San Andrés (…,52,53,54...)

· El número de empleados que fueron despedidos de una fábrica. (…100,101,102,103...)

· El número de platas de quina que hay en custodia en el Perú. (...5789, 5790, 5791,...)

PRESENTACIÓN TABULAR DE UNA VARIABLE CUANTITATIVA DISCRETA CON RECORRIDO PEQUEÑO.

Para realizar la tabulación de una variable cuantitativa discreta, se recomienda la siguiente disposición:

- En la primera columna colocar los distintos valores de la variable discreta ordenados de menor a mayor.
- En la segunda columna los valores de las frecuencias absolutas simples (recuento de datos).
- En la tercera columna los valores de las frecuencias relativas (división de la frecuencia absoluta entre el total de datos). Para interpretar se multiplica por cien cada frecuencia relativa, es decir se expresa en porcentajes.
- En la cuarta columna los valores de las frecuencias absolutas acumuladas (acumulación o suma de cada frecuencia absoluta con todas las anteriores).
- En la quinta columna los valores de las frecuencias relativas acumuladas.

Ejemplo de una variable cualitativa

En un campamento de verano, los jóvenes son encuestados acerca de los deportes que practican: fútbol, ping-pong, tiro con arco, vela y bicicleta de montaña. A continuación la tabla muestra los resultados encontrados.

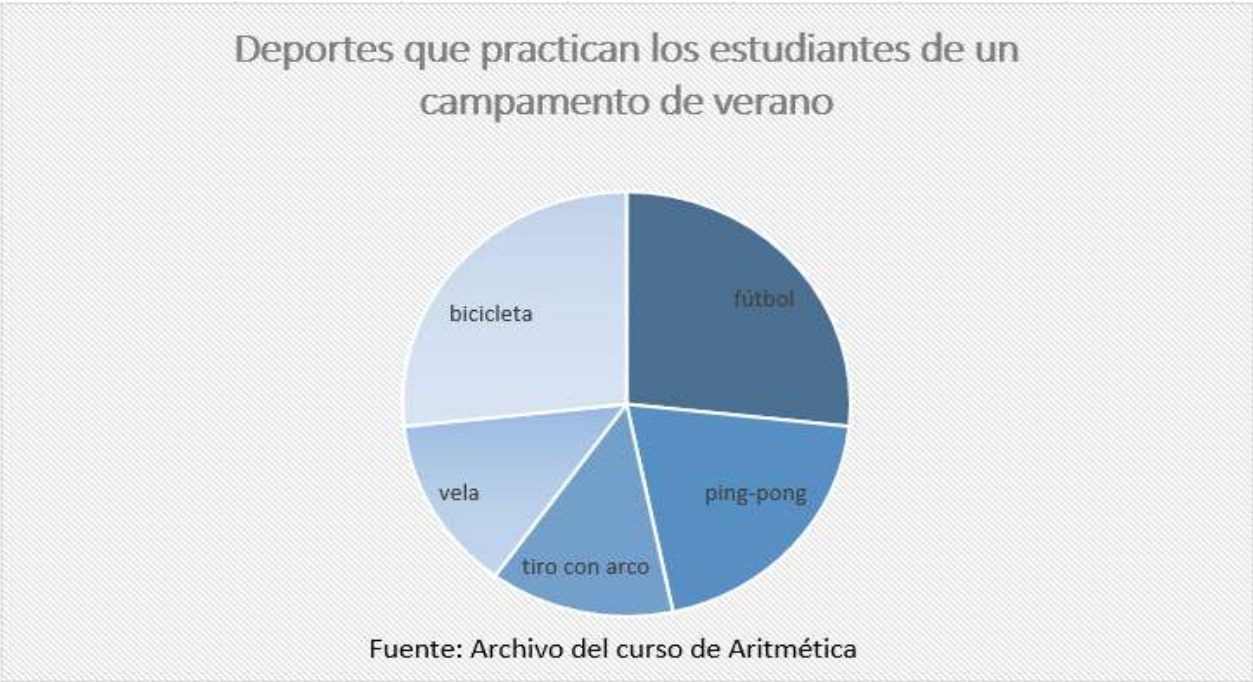
Deportes (x_i)	Frecuencias Absolutas (f_i)	Frecuencias relativas (h_i)	Grados
fútbol	8	0.27	96°
ping-pong	6	0.20	72°
tiro con arco	4	0.13	48°
vela	4	0.13	48°
bicicleta	8	0.27	96°
Total	30	1	360°

- ✓ 4 de los 30 jóvenes que participaron en el campamento practican tiro con arco.
- ✓ El 20% de jóvenes que participaron en el campamento practican ping-pong.

Diagrama circular para la presentación gráfica de una variable cualitativa

Para construir un diagrama circular se establece equivalencia entre el número total de datos y 360°, enseguida se hace un reparto proporcional para calcular el número de grados que corresponde a cada categoría de la variable, obteniéndose sectores circulares. Cada sector se expresa en porcentaje.

- El ángulo central de cada sector se obtiene: $\alpha = \dfrac{360^\circ\,(\text{Frecuencia absoluta})}{n}$
- En el ejemplo, para el primer sector circular : $\alpha = \dfrac{360^\circ(4)}{30} \Rightarrow \alpha = 48^\circ$



MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Medida de Tendencia Central: Es la cantidad representativa de un conjunto de datos, que nos ayudan a resumir la información en un sólo número, donde esta debe estar comprendida entre el menor y mayor de los datos. Las medidas de tendencia central se clasifican en: Medidas de Posición y Medidas de Dispersión.

Sean $d_1 \leq d_2 \leq ... \leq d_n$ los datos (ordenados de forma creciente). Si M es la medida de tendencia central de dichos datos, entonces:

$$d_1 \leq M \leq d_n$$

OBS: Cotidianamente, M es conocida como promedio.

MEDIDAS DE POSICIÓN IMPORTANTES

1. Media Aritmética. ($\overline{X}$)

$$\overline{X} = \frac{\text{Suma de datos}}{\text{cantidad total de datos}} = \frac{\sum_{k=1}^{n} d_k}{n}$$

La media aritmética está influida por valores extremos, lo que constituye una limitante en su utilización, o sea, está afectada por cada dato y principalmente, por aquellos que se alejan mucho de los demás.

Se utiliza como promedio, cuando la distribución de los datos es uniforme.

OBSERVACIÓN:

- **Variación del promedio. (V_p)** $V_p = \dfrac{\text{Aumento y/o disminución de los datos}}{\text{Total de los datos}}$

- **Velocidad promedio. (V_p)** $V_p = \dfrac{\text{espacio total recorrido}}{\text{tiempo total empleado}}$

2. Media Geométrica. ($\overline{MG}$)

$$\overline{MG} = \sqrt[\text{cantidad total de los datos}]{\text{Producto de los datos}} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} d_i} = \sqrt[n]{d_1 \times d_2 \times ... \times d_n}$$

La media geométrica se usa como promedio, cuando se quiera dar importancia a los valores pequeños y, cuando los datos tengan un crecimiento geométrico o porcentual.

Esta medida se utiliza cuando se quiere determinar el cambio promedio de tasas, razones, porcentajes. Permite promediar índices porcentuales y tasas de crecimiento. También para determinar la proporción media (dada en %).

3. Media Armónica. ($\overline{MH}$)

$$\overline{MH} = \frac{\text{cantidad total de los datos}}{\text{suma de inversas de los datos}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{d_i}}$$

La media armónica preferentemente se utiliza, cuando se desea calcular promedios de velocidad.

Se utiliza cuando la variable está en forme de tasas de cambio; para procesar datos de razones que tienen dimensiones físicas, como por ejemplo, rendimiento del combustible en un automóvil medido en kilómetros por litro, velocidad promedio

medida en kilómetros por hora, tasas de productividad medidas en minutos por artículo, etc.

PROPIEDADES:

1) $\overline{MA} \geq \overline{MG} \geq \overline{MH}$

2) $\overline{MA} = \overline{MG} = \overline{MH}$ si y solo si todos los datos son iguales.

3) Propiedades para dos datos a y b

a) $\overline{MA}(a,b) = \dfrac{a+b}{2}$; $\overline{MG}(a,b) = \sqrt{a.b}$; $\overline{MH}(a,b) = \dfrac{2a.b}{a+b}$

b) $\overline{MA}(a,b)\ .\ \overline{MH}(a,b) = \overline{MG}(a,b)^{\ 2}$

c) $\overline{MA}(a,b) - \overline{MG}(a,b) = \dfrac{(a-b)^2}{4\ \overline{MA}(a,b) + \overline{MG}(a,b)}$

4. **Mediana (**Me**)** considerando los datos ordenados (creciente o decreciente); la mediana es el término central o la semisuma de los términos centrales. No es afectada por valores extremos.

La mediana se usa como promedio, cuando la distribución de los datos es asimétrica y, cuando hay valores extremos que distorsionarían el significado del promedio.
La suma de las distancias (valor absoluto) de los datos a la mediana es mínima.

5. **Moda (**Mo**)** es aquel dato que se presenta con mayor frecuencia, así un conjunto de datos puede ser AMODAL, UNIMODAL, BIMODAL, etc.

La moda puede utilizarse como promedio, cuando alguno de los datos se diferencie claramente sobre los otros. Tal es el caso cuando el tiempo estándar de una actividad se repite cuando no existen elementos extraños.

MEDIDAS DE DISPERSIÓN ABSOLUTA

1) Varianza ($\sigma^2 = Var$**)**

$\sigma^2 = Var$ Varianza de la población. d_i Elementos de observación (datos) $i = 1, 2, 3, ..., N$

$\overline{X} = \overline{MA}(d_1, d_2, ..., d_N)$ N : Número de elementos de la población.

Entonces: $$Var(d_1, ..., d_N) = \frac{\sum_{i=1}^{N} d_i - \overline{X}^{\ 2}}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} d_i^{\ 2}}{N} - \overline{X}^{\ 2}$$

Además $Var(kX) = k^2 Var\ \ X$; $Var(X+k) = Var\ \ X$, , donde k es constante.

2) Desviación estándar ($\sigma = \sqrt{Var} = DS$)

$$\sigma = DS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} d_i - \bar{X}^{\,2}}{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} d_i^{\,2}}{N} - \bar{X}}$$

MEDIDAS DE DISPERSIÓN RELATIVA

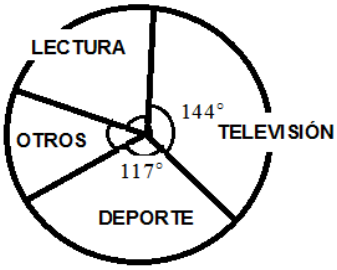
Coeficiente de variación (CV) es una medida de un conjunto de datos, que se obtiene dividiendo la desviación estándar del conjunto entre su media aritmética y se expresa en términos porcentuales. El coeficiente de variación permite comparar las dispersiones de dos distribuciones distintas. Se calcula para cada una de las distribuciones y los valores que se obtienen se comparan entre sí. A menor dispersión corresponde mayor homogeneidad o valores de la variable más parecidos entre ellos, es decir menor coeficiente de variación.

$$CV = \frac{\text{Desviación estandar}}{\text{Media aritmética}}.100\% = \frac{\sigma}{MA}.100\%$$

Aritmética

EJERCICIOS

1. Una alumna del curso de Estadística hizo una encuesta a todos los alumnos ingresantes a la Facultad de Ciencias Matemáticas, preguntando a cada uno de ellos acerca de la actividad que hacen en su tiempo libre y, estas respuestas las graficó en el siguiente diagrama circular:

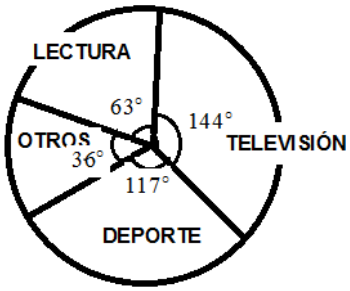


Si 169 alumnos respondieron deporte y los que respondieron televisión es tres veces más de los que respondieron otras de estas tres actividades, ¿cuántos respondieron que hacen lectura?

A) 52 B) 48 C) 74 D) 91

Solución:

Usando propiedades de geometría completamos los ángulos el diagrama



Si N es el número total de alumnos encuestados, luego

$$\frac{N}{360^\circ}=\frac{169}{117^\circ}\Rightarrow N=520$$

De ese modo

$$\#\text{ Lectura}=\frac{63^\circ}{360^\circ}(520)=91$$

Rpta.: D

2. De un grupo de seis mascotas, se tiene información sobre su peso entero en kilogramos. Las diferencias entre el valor numérico de los pesos y la media aritmética de estos, son: - 2; 5; 3; 0; - 1; - 5.

Determine el valor de verdad de los siguientes enunciados, en el orden indicado:

I. El conjunto de pesos de las mascotas es bimodal.
II. La mediana de los pesos es menor que la media de dichos pesos.
III. La desviación estándar del conjunto de pesos es $\sqrt{32/3}$.

A) FVV B) VFV C) FFV D) VVF

Solución:

Sean $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \in \mathbb{Z}^+$ las estaturas de cada perro y $\overline{X}$ su media aritmética.

Por dato: $x_1 - \overline{X} = -2,\ x_2 - \overline{X} = 5,\ x_3 - \overline{X} = -3,\ x_4 - \overline{X} = 0,\ x_5 - \overline{X} = -1,\ x_6 - \overline{X} = -5$

Entonces: $x_1 = \overline{X} - 2,\ x_2 = \overline{X} + 5,\ x_3 = \overline{X} + 3,\ x_4 = \overline{X},\ x_5 = \overline{X} - 1,\ x_6 = \overline{X} - 5$

Ordenando estos datos (estaturas)

$$\overline{X} - 5,\ \overline{X} - 2,\ \overline{X} - 1,\ \overline{X},\ \overline{X} + 3,\ \overline{X} + 5$$

El conjunto de datos es amodal

$$Me = \frac{\overline{X} - 1 + \overline{X}}{2} = \overline{X} - \frac{1}{2} < \overline{X}$$

$$\sigma = \sqrt{Var} = \sqrt{\frac{(-2)^2 + 5^2 + 3^2 + 0^2 + (-1)^2 + (-5)^2}{6}} = \sqrt{\frac{64}{6}} = \sqrt{\frac{32}{3}}$$

Por lo tanto

I. F II. V III. V

Rpta.: A

3. Determine el valor de verdad de cada afirmación, en el orden indicado:

I. Si la edad promedio de las edades enteras en años de: Juan, Carlos y Manuel es 54 y ninguno de ellos es mayor de 56 años, entonces la edad mínima que puede tener uno de ellos es 50.

II. Si la media geométrica de los cuadrados de dos números enteros consecutivos y positivos es 30, entonces la suma de dichos números es 11.

III. Si la media geométrica de tres números pares diferentes es 6, entonces la media armónica de ellos es $54/13$.

A) VVF B) VFV C) FFV D) VVV

Solución:

I. V

Sean J, C, M las edades, luego por dato

$J + C + M = 3(54) = 162, \quad 0 \le J, C, M \le 56$

Entonces $J = 162 - (C + M) \Rightarrow J_{\min} = 162 - (C_{\max} + M_{\max}) = 162 - (56 + 56) = 50$

II. V

Sean $n, n+1$ los números enteros consecutivos

Por dato $MG(n^2,(n+1)^2)=30 \Rightarrow \sqrt{n^2(n+1)^2}=30 \Rightarrow n(n+1)=30=5.6$

Luego los números son 5 y 6, por lo tanto su suma es 5+6=11

III. V

Sean $2k, 2n, 2t,$ los tres números pares diferentes, luego $k,n,t \in \mathbb{Z}^+$ y son diferentes.

Por dato $\sqrt[3]{2k.2n.2t}=6 \Rightarrow 2\sqrt[3]{k.n.t}=6 \Rightarrow k.n.t=3^3$

Como $k,n,t \in \mathbb{Z}^+$ y son diferentes luego $k=1,\ n=3,\ t=9$, de este modo los números son: 2, 6 y 18;

Entonces $MH(2,6,18)=\dfrac{3}{\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{18}}=\dfrac{3}{\frac{9+3+1}{18}}=\dfrac{3(18)}{13}=\dfrac{54}{13}$

Rpta.: D

4. En la tabla adjunta, se muestran los sueldos en soles que reciben los trabajadores de la Compañía "MJBO Producciones".

Sueldos(S/.)	**N° de Empleados**
1 200	**6**
950	**N**
1 320	**4**
1 500	**5**
1 000	**6**

Si el salario promedio es S/ 1151, ¿cuántos empleados ganan S/ 950?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10

<u>Solución:</u>

Por dato**:** $\text{Salario Promedio}=1\ 151$

Entonces, $\dfrac{1200(6)+950(N)+1320(4)+1500(5)+1000(6)}{21+N}=1\ 151$

$\Rightarrow 25980-24\,171=1\ 151N-950N \qquad \Rightarrow 1809=201N \qquad \therefore N=9$

Rpta.: C

5. El crecimiento de las ventas en la panadería "La Cuzqueñita" en los últimos tres años fueron, 28%, 8% y 25%. ¿Cuál es la media anual de crecimiento, de las ventas en esta panadería?

A) 18% B) 20% C) 22% D) 24%

Solución:
De los datos tenemos:

$$MG(128\%,108\%,125\%)=\sqrt[3]{128\%.108\%.125\%}\ =\sqrt[3]{2^7.2^2.3^3.5^3}\,\%=2^3.3.5\%=120\%$$

Por lo tanto: Media Anual de Crecimiento = 20%

Rpta.: B

6. La media armónica de las edades enteras en años, de Martin y cinco de sus amigos es 22, ninguno de ellos es menor de 20 años. Determine la máxima edad en años que tiene Martin, si él es mayor que todos sus amigos.

A) 56 B) 44 C) 32 D) 54

Solución:
Sean las edades: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ y la edad de Martin es: x_1 años.
Por dato $MH(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6)=22$ y $x_{1máx}>20$ y $x_2=x_3=x_4=x_5=x_6=20$

$$\Rightarrow \frac{6}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}+\frac{1}{x_5}+\frac{1}{x_6}}=22 \quad \Rightarrow \frac{1}{x_1}=\frac{3}{11}-\left(\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}+\frac{1}{x_5}+\frac{1}{x_6}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x_{1_{\max}}}=\frac{3}{11}-\left(\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_4}+\frac{1}{x_5}+\frac{1}{x_6}\right)_{\max} \quad \Rightarrow \frac{1}{x_{1_{\max}}}=\frac{3}{11}-\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{20}+\frac{1}{20}+\frac{1}{20}+\frac{1}{20}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x_{1_{\max}}}=\frac{3}{11}-\frac{5}{20}=\frac{3}{11}-\frac{1}{4}=\frac{12-11}{44}=\frac{1}{44} \qquad \therefore x_{1_{\max}}=44$$

Rpta.: B

7. Luisa administradora de la empresa "Baratura" desea determinar la proporción media de mujeres que trabajan en dicha empresa. Para esto solicitó el porcentaje de mujeres que trabajan en las diferentes áreas y, obtuvo la siguiente información:

Áreas	**Porcentaje de mujeres**
Producción	**50 %**
Marketing	**80 %**
Recursos Humanos	**54 %**
Administración	**60 %**

¿Cuál fue la proporción media determinada por Luisa?

A) 56% B) 72% C) 60% D) 65%

Solución:
Proporción Media de Mujeres $=M\,G(50\%,80\%,54\%,60\%)=\sqrt[4]{50\%.80\%.54\%.60\%}$

$$=\sqrt[4]{2.5^2.2^4.5.3^3.2.2^2 3.5}\,\%=2^2.3.5\%=60\%$$

Rpta.: C

8. Mario es un teleoperador de la compañía "MARC- INTERNATIONAL", realiza llamadas a diferentes clientes durante cuatro días de la siguiente manera:

Primer día:	**30 llamadas/hora**
Segundo día:	**56 llamadas/hora**
Tercer día:	**42 llamadas/hora**
Cuarto día:	**20 llamadas/hora**

¿Cuál es el promedio de llamadas por hora que realizó Mario durante esos cuatro días?

A) 40 B) 45 C) 36 D) 32

Solución:

El promedio de productividad (llamadas) lo determina la Media Armónica

$$\text{Promedio} = MH(30,42,56,20) = \frac{4}{\frac{1}{5.6}+\frac{1}{7.8}+\frac{1}{6.7}+\frac{1}{4.5}} = \frac{4}{\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}}$$

$$= \frac{4}{\frac{1}{4}-\frac{1}{8}} = \frac{4}{\frac{1}{8}} = 32$$

Rpta.: D

9. Las notas enteras de nueve alumnos en el curso Estadística General son: 7, 11, 13, 7, 4, 16, 4, m y n respectivamente. Si de esas notas se sabe que la mediana y la moda son iguales, además la media excede en una unidad a la mediana, determine el promedio de las notas pares.

A) 7 B) 8 C) 6,8 D) 6,5

Solución:

Ordenando las notas: $\mathbf{4,4,7,7,11,13,16,m,n.}$ y $\text{Me} = \text{Mo},\ \overline{X} = \text{Me}+1$

De los datos tenemos: $\text{Me} = x_5$, $x_5 \in \mathbb{Z}^+$ (dato central)

Además

$$\overline{X} = \frac{4+4+7+7+11+13+16+m+n}{9} = x_5 + 1$$

$$\Rightarrow 62+m+n = \overset{o}{9} \Rightarrow m+n = \overset{o}{9}+1 \quad \Rightarrow \quad m=3 \text{ y } n=7.$$

$$\text{Me} = \text{Mo} = 7;\ \overline{X} = 7+1 = 8$$

De este modo, las notas ordenadas son:

$$3, 4, 4, 7, 7, 7, 11, 13, 16$$

Por lo tanto, el promedio de las notas pares $= \frac{4+4+16}{3} = 8$

Rpta.: B

10. La nota promedio en un examen de Cálculo I es N, luego de aceptar los reclamos y al revisar los exámenes, el profesor del curso decidió aumentar tres puntos a la nota del examen de la cuarta parte de alumnos que rindieron el examen y solo un punto al resto, resultando que 14,5 es la nueva nota promedio. Determine la suma de cifras de N.

A) 7 B) 6 C) 4 D) 3

Solución:
Sea $100k$ el número de alumnos y $\text{Nota Promedio} = N$.
Luego de aumentar 3 ptos a $25k$ alumnos y 1 pto a los $75k$ alumnos restantes se tiene: $\text{Nueva Nota Promedio} = 14,5$

De los datos $\dfrac{S_{100k}}{100k} = N \Rightarrow S_{100k} = 100k.N$ …(1)

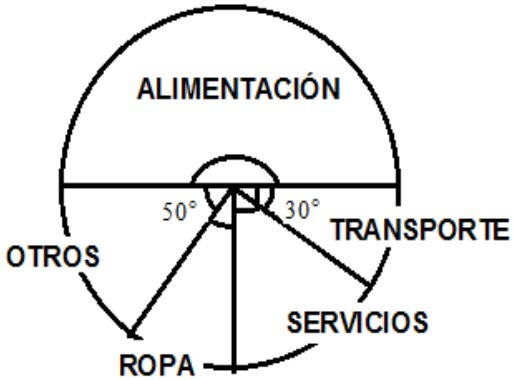
Además $\dfrac{S_n + 3(25k) + 1(75k)}{100k} = 14,5 \Rightarrow S_n + 150k = 1450k \Rightarrow S_n = 1300k$

Luego por (1) $\Rightarrow 100kN = 1300k \Rightarrow N = 13$
Por lo tanto, la suma de cifras de $N = 1 + 3 = 4$.

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El siguiente gráfico muestra el presupuesto mensual de la familia Ramírez



Si el presupuesto destinado para transporte es 210 soles. ¿Cuántos soles más es el presupuesto destinado para alimentación que para ropa?

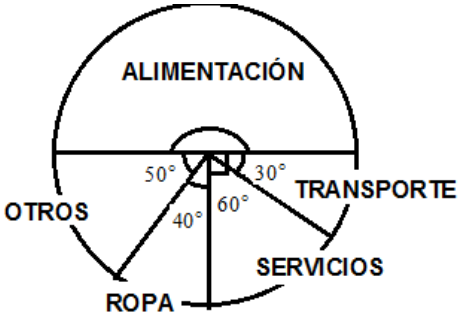
A) 1050 B) 980 C) 910 D) 840

Solución:
Por geometría de ángulos tenemos la figura, de este modo si N soles es el presupuesto total luego

$$\frac{N}{360°} = \frac{210}{30°} \Rightarrow N = 2\,520$$

De este modo:

Presup (Alimentación) $=\dfrac{2\,520}{2}=1\,260$ y Presup (Ropa) $=\dfrac{40°}{360°}(2\,520)=280$



Por lo tanto: Presup (Alimentación) – Presup (Ropa) $=980$

Rpta.: B

2. De las notas enteras obtenidas por nueve alumnos, la menor es 14, la mediana y la media de dichas notas son iguales a 16, la moda es 15 y dos alumnos obtuvieron la mayor de las notas. Si respecto de estas notas, Adriana hace las siguientes afirmaciones:

I. La media armónica de la menor y mayor nota es $15,75$.

II. La media geométrica de la mediana y la mayor nota es $12\sqrt{2}$.

III. La media de la moda y mayor nota es 16.

¿Cuántas afirmaciones que realizó Adriana, son verdaderas?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

Solución:

De los datos, las notas ordenadas son:

$$14,\ 15,\ 15,\ 15,\ 16,\ a,\ b,\ x,\ x\ ,\qquad a,b,x\in\mathbb{Z}^{+}$$

Además

$$M.A.=16$$

$$\Rightarrow\frac{14+15+15+15+16+a+b+x+x}{9}=16$$

$$\Rightarrow a+b+2x=69,\ \ 16\le a\le b\le x\ \ \Rightarrow a=16,\ b=17,\ x=18$$

De este modo

I. V, $MH(14,18)=\dfrac{2(14)(18)}{14+18}=\dfrac{2(14)(18)}{32}=\dfrac{63}{4}=15,75$

II. V, $MG(16,18)=\sqrt{(16)(18)}=12\sqrt{2}$

III. F, $MA(15,18)=\dfrac{15+18}{2}=16,5$

Rpta.: C

3. Determine el valor de verdad de cada afirmación:

I. La media geométrica se usa como promedio, cuando se quiera dar importancia a los valores pequeños y, cuando los datos tengan un crecimiento geométrico o porcentual.

II. La mediana se usa como promedio, cuando la distribución de los datos es asimétrica y, cuando hay valores extremos que distorsionarían el significado del promedio.

III. Siempre es cierto que, $MH(a,b,a,b) = MH(a,b),\ \forall a,b \in \mathbb{Z}^+$

A) VFV B) VVV C) FVV D) VVF

Solución:

I. V II. V III. V

Rpta.: B

4. En el siguiente cuadro se muestra el consumo de combustible de un auto, durante los cuatro últimos meses

Galones	Precio por galón (S/)
20	10,20
15	10,80
22	10,50
18	12,00

Determine el costo promedio en soles por el consumo de combustible del auto, realizado durante estos cuatro meses.

A) 10,84 B) 10,20 C) 11,20 D) 11,10

Solución:

$$\text{Promedio} = \frac{20(10,20)+15(10,80)+22(10,50)+18(12)}{20+15+22+18} = \frac{204+162+231+216}{75} = 10,84$$

Rpta.: A

5. La inversión de Santiago rindió en el primer año 40%, en el segundo año 75% y en el tercer año 12%. Determine el rendimiento promedio en los tres años, de la inversión hecha por Santiago.

A) 63,5% B) 56% C) 40% D) 38%

Solución:

Rend. Promedio $= MG(140\%,175\%,112\%) - 100\% = \sqrt[3]{140\%.175\%.112\%} - 100\%$

$$= \sqrt[3]{\frac{2^2.7.5.5^2.7.2^4.7}{100^3}} - 100\% = \frac{2^2.5.7}{100} - 100\% = 140\% - 100\% = 40\%$$

Rpta.: C

6. La siguiente tabla, muestra el número de horas semanales que un grupo de alumnos de Matemática Básica, se dedican a practicar algún deporte

N° de alumnos	N° de horas semanales
2	**0**
3	**1**
N	**2**
4	**3**
3	**4**
6	**5**

Si el promedio de horas semanales es $2,84$. Calcule la suma de la mediana y el número de alumnos que dedican 2 horas semanales en hacer deporte.

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11

Solución:

Por dato

$$\text{Promedio(horas semanales)} = 2,84$$

$$\Rightarrow \frac{2(0)+3(1)+N(2)+4(3)+3(4)+6(5)}{2+3+N+4+3+6} = 2,84$$

$$\Rightarrow \frac{57+2N}{18+N} = 2,84 \qquad \Rightarrow 57+2N = 51,12+2,84N \qquad \Rightarrow 5,88 = 0,84N$$

$$\Rightarrow N = 7$$

De este modo

total de alumnos $= 2+3+7+4+3+6 = 25$ $\Rightarrow Me = x_{13} = 3$

Por lo tanto:

$Me +$ # total de alumnos = $3+7=10$

Rpta.: C

7. La tabla adjunta, muestra las edades de los alumnos de la Escuela Profesional de Ingeniería Biomédica

Edad en años	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**
N° de alumnos	**10**	**25**	**20**	**15**	**10**

Respecto al conjunto de las edades, determine el valor de verdad de cada afirmación y en el orden indicado.

I. La media es menor que la mediana.
II. La moda es menor que la media.
III. Si consideramos a 10 alumnos más y todos de 17 años, entonces la mediana disminuye.

A) VVV B) VFV C)VFF D)VVF

Solución:
De los datos:

$$M.A.=\frac{10(17)+25(18)+20(19)+15(20)+10(21)}{10+25+20+15+10}=\frac{1510}{80}=18,875$$

$$Me=\frac{x_{40}+x_{41}}{2}=\frac{19+19}{2}=19 \quad , \quad Mo=18$$

I. V II. V III. V

Si consideramos a 10 alumnos más y todos de 17 años, entonces la nueva media es

$$Me=\frac{18+19}{2}=18,5$$

Rpta.: A

8. La desviación estándar de dos números es 1 y su media es 10, ¿cuál es la media armónica de dichos números?

A) 9 B) 9,9 C) 8,8 D) 8

Solución:

Sean $a,\ b$ los números y los datos: $\sigma(a,b)=1$ ...(1) $\overline{X}(a,b)=10$ ...(2)

De (1) y (2) $\sqrt{\frac{(10-a)^2+(10-b)^2}{2}}=1 \Rightarrow (10-a)^2+(10-b)^2=2$ …(3)

También de (2) $a+b=20$ …(4)

De (3) $200-20(a+b)+a^2+b^2=2 \Rightarrow$ por (4) $a^2+b^2=202$ …(5)

De (4) $a^2+b^2+2a.b=400 \Rightarrow$ por (5) $202+2a.b=400 \Rightarrow a.b=99$

Por lo tanto

$$MH(a,b)=\frac{2a.b}{a+b}=\frac{2(99)}{20}=9,9$$

Rpta.: B

9. En una empresa, a cada trabajador por cada día de tardanza se le descuenta 4/9 de su sueldo diario establecido. Si hoy Andrés, Braulio, Carlos, Daniel y Enrique llegaron tarde, por lo que recibieron un sueldo diario de 46; 56; 66; 76 y 86 soles respectivamente, determine la desviación estándar de los sueldos diarios establecidos por dicha empresa para esos 5 trabajadores.

A) $18\sqrt{2}$ B) 16 C) $15\sqrt{3}$ D) 15

Solución:

Hoy: Por sus tardanzas se descontó a c/u $\frac{4}{9}$ de su sueldo diario establecido.

Sueldos diarios hoy: $46, 56, 66, 76, 86$

De los datos:

Media (Sueldos diarios hoy):

$$\overline{X}=\frac{46+56+66+76+86}{5}=\frac{330}{5}=66$$

Varianza (Sueldos diarios hoy):

$$Var(x)=\frac{(46-66)^2+(56-66)^2+(66-66)^2+(76-66)^2+(86-66)^2}{5}=200$$

Sueldo establecido:

Si hoy se descontó 4/9 a cada sueldo, entonces el sueldo establecido es 9/5 del sueldo que recibieron hoy.

$$\Rightarrow Var(Sueldos\ \ diarios\, establecidos)=\left(\frac{9}{5}\right)^2.Var(x)$$

$$=\frac{81}{25}(200)=648.$$

$$\therefore DS(Sueldos\ \ diarios\, establecidos)=\sqrt{648}=18\sqrt{2}.$$

Rpta.: A

10. La desviación estándar de las edades de cuatro niños es $\frac{\sqrt{2}}{2}$ y la suma de dichas edades es 36. Si la media y la varianza de las edades de otros tres niños son 9 y $\frac{8}{3}$ respectivamente, ¿cuál es la varianza de las edades de los siete niños?

A) $\frac{12}{7}$ B) $\frac{8}{7}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{10}{7}$

Solución:

Sean las edades de cuatro niños: $a,\ b,\ c,\ d$
Edades de otros tres niños: $m,\ n,\ p$

Datos: $\sigma(a,\ b,\ c,\ d)=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ...(1) $a+b+c+d=36$ ...(2)

$\overline{X}(m,\ n,\ p)=9$ ... (3) $Var(m,\ n,\ p)=\frac{8}{3}$ ... 4

De (2) $\bar{x}=\frac{a+b+c+d}{4}=9$ en (1) $\sqrt{\frac{(9-a)^2+(9-b)^2+(9-c)^2+(9-d)^2}{4}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\Rightarrow (9-a)^2+(9-b)^2+(9-c)^2+(9-d)^2=2 \ ...(5)$$

De (3) y (4)

$$\frac{(9-m)^2+(9-n)^2+(9-p)^2}{3}=\frac{8}{3} \quad \Rightarrow (9-m)^2+(9-n)^2+(9-p)^2=8 \ ...(6)$$

De (2) y (3) $\overline{X}(a,b,c,d,m,n,p)=$

$$\frac{(a+b+c+d)+(m+n+p)}{7}=\frac{36+27}{7}=\frac{63}{7}=9$$

De este modo por (5) y (6)

$$Var(a,\ b,...,\ p)=\frac{\left[(9-a)^2+(9-b)^2+(9-c)^2+(9-d)^2\right]+\left[(9-m)^2+(9-n)^2+(9-p)^2\right]}{7}$$

$$=\frac{2+8}{7}=\frac{10}{7}\ .$$

Rpta.: D

Aritmética

EJERCICIOS

1. Determine la medida de tendencia central adecuada que debe usarse para responder las preguntas planteadas, en el orden indicado:

   I) El número de polos vendidos por un comerciante durante una semana se da a continuación: 10, 8, 6, 12, 15, 7 y 180, ¿cuántos polos vendió en promedio el comerciante durante la semana?
   II) Los índices de precios al consumidor durante 3 años consecutivos fueron 6%, 4% y 9%, ¿cuál fue la inflación promedio en dichos años?
   III) Las tasas de productividad de cuatro trabajadores de una empresa son respectivamente 12, 20, 30 y 42 minutos por artículo, ¿cuántos minutos tarda en promedio en producir un artículo este grupo de trabajadores?

   A) $\overline{X}$, MH, MG B) Mo, $\overline{X}$,MH C) Me, $\overline{X}$,MG D) Me, MG, MH

   Solución:
   I) Hay una distribución sesgada entonces se prefiere el uso de la mediana.
   II) Promediar tasas entonces se utiliza la media geométrica.
   III) Hallar productividad promedio entonces se utiliza la media armónica.

   Rpta.: D

2. Analizando el diagrama circular adjunto, determine la cantidad de trabajadores que se encuentran con alto nivel de satisfacción laboral, si son 10 los trabajadores con bajo nivel de satisfacción laboral.

NIVELES DE SATISFACCIÓN LABORAL

A) 16 B) 15 C) 12 D) 14

Solución:
Si 90° representa a 10 trabajadores entonces 360° representa a 40 trabajadores.
5x + 6x + 90 + 72 = 360
x = 18
6x = 6(18) = 108
entonces 108° representa a 12 trabajadores.
De los 40 trabajadores, son 12 con alta satisfacción laboral.

Rpta.: C

3. Las edades, en años, de 7 ancianos que residen en un asilo son números enteros no menores de 60. Además, el promedio de las edades es 65, la mediana es 62, entre los ancianos hay solo 3 que tiene la misma edad y el resto tienen edades diferentes. Si la suma de las edades de los dos mayores es la máxima posible y la diferencia de las mismas es mínima, ¿cuántos años tiene el mayor de los ancianos?

A) 74 B) 76 C) 75 D) 78

Solución:
60 60 60 62 63 a b

$$\frac{60+60+60+62+63+a+b}{7}=65 \rightarrow \frac{a+b+305}{7}=65$$

$$b+a=150 \quad b-a=2 \rightarrow b=76 \quad a=74$$

El mayor de los ancianos tiene 76 años.

Rpta.: B

4. La fábrica B produce el doble del número de casacas que la fábrica A y la fábrica C produce 20% más que la fábrica B. Si los costos unitarios de producción son respectivamente, S/100, S/120 y S/140, determine el precio promedio de venta de la producción total, expresado en soles, si los productores desean ganar el 35% de los correspondientes precios de costos.

A) 160 B) 156 C) 169 D) 172

Solución:

Fábricas	Número de unidades	Costo unitario de producción	Costo total de producción
A	n	100	100n
B	2n	120	240n
C	12n/5	140	336n
Total	27n/5		676n

$$\text{Precio de costo promedio} = \frac{676n}{27n/5} = \frac{3380}{27}$$

$$\text{Precio de venta promedio} = \frac{135}{100} x \frac{3380}{27} = 169$$

Rpta.: C

5. El sueldo promedio de los trabajadores de la empresa Marycar es de S/1 300; con posterioridad se incorporan a la empresa un grupo de trabajadores cuyo número es equivalente al 25% de los que estaban anteriormente. El nuevo grupo ingresa a la empresa con un salario medio igual al 80% respecto a los trabajadores antiguos. Tres meses después la empresa concedió un aumento de S/180, ¿cuál será el nuevo sueldo promedio, en soles, de todos los empleados?

A) 1510 B) 1428 C) 1482 D) 1520

Solución:

$$\bar{X}_1 = 1300 \quad \bar{X}_2 = \frac{80}{100} x1300 = 1040$$

$$\bar{y}_1 = 1300 + 180 = 1480 \quad \bar{y}_2 = 1040 + 180 = 1220$$

$$\bar{y} = \frac{100(1480) + 25(1220)}{125} = 1428$$

Rpta.: B

6. Veinte trabajadores antiguos en una empresa tardan en promedio 18 minutos para bordar el nombre del colegio en una casaca del uniforme escolar y otros treinta trabajadores nuevos tardan en promedio 54 minutos para realizar el mismo bordado. ¿Cuántos minutos tarda en promedio en bordar una casaca del uniforme escolar el grupo formado por los 50 trabajadores de la empresa?

A) 24 B) 36 C) 28 D) 30

Solución:

$$\frac{20}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots+\frac{1}{x_{20}}}=18 \rightarrow \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots+\frac{1}{x_{20}}=\frac{20}{18}$$

$$\frac{30}{\frac{1}{x_{21}}+\frac{1}{x_{22}}+\ldots+\frac{1}{x_{50}}}=54 \rightarrow \frac{1}{x_{21}}+\frac{1}{x_{22}}+\ldots+\frac{1}{x_{50}}=\frac{30}{54}$$

$$MH=\frac{50}{\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\ldots+\frac{1}{x_{20}}+\frac{1}{x_{21}}+\frac{1}{x_{22}}+\ldots+\frac{1}{x_{50}}} \rightarrow MH=\frac{50}{\frac{20}{18}+\frac{30}{54}}=30$$

Rpta.: D

7. Yamín puede colocar la cerámica de la cocina de una vivienda en 3 días, Ignacio puede realizar el mismo trabajo en 6 días y Martín en 10 días. Este grupo de trabajadores, ¿cuántos días tarda en promedio para colocar la cerámica de la cocina de la misma vivienda?

A) 5 B) 7 C) 8 D) 6

Solución:

$$MH=\frac{3}{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}}=\frac{3}{\frac{10+5+3}{30}}=5$$

Rpta.: A

8. El crecimiento de las ventas de la empresa Iris Tours fue en los dos últimos años de 44% y 69%, halle la media anual de crecimiento.

A) 48% B) 52% C) 56% D) 60%

Solución:

$$MG=\sqrt{\frac{144}{100}\times\frac{169}{100}}=\frac{12}{10}\times\frac{13}{10}=\frac{156}{100}$$

La media anual de crecimiento fue de 56%.

Rpta.: D

9. En el CE “Felipe Guamán Poma de Ayala” 53 estudiantes obtuvieron 15 como nota promedio en su examen final del curso de Aritmética, con una desviación estándar de 5. Enterado el director que hubo plagio, decidió disminuir la quinta parte de cada calificación. Después de estos ajustes, ¿cuál es el valor del promedio y la desviación estándar de las notas del curso de Aritmética?

A) 13 y 5 B) 13 y 4 C) 12 y 5 D) 12 y 4

Solución:

X: Notas de los estudiantes antes de ser modificadas. $\bar{X}=15$ $DS(X)=5$

Y: Notas de los estudiantes después de ser modificadas

$$Y=\frac{4}{5}X \rightarrow \bar{Y}=\frac{4}{5}\bar{X} \rightarrow \bar{Y}=\frac{4}{5}(15) \rightarrow \bar{Y}=12$$

$$V(Y)=\frac{16}{25}V(X) \rightarrow V(Y)=\frac{16}{25}(25) \rightarrow V(Y)=16$$

$$DS(Y)=4$$

Rpta.: D

10. Se pidió a dos grupos de estudiantes de cuarto año de secundaria del CE Dionisio Manco Campos que en dos minutos armaran la mayor cantidad de palabras posibles a partir de un conjunto desordenado de letras. Se usó la cantidad de palabras correctas armadas como indicador de la habilidad de cada estudiante. Los resultados fueron:

Grupo 1	Grupo2
6	4
2	9
4	7
3	4
5	6

En cuanto a la cantidad de palabras correctas armadas en dos minutos, halle el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I) El primer grupo es más homogéneo que el segundo.
II) EL primer grupo es más heterogéneo que el segundo.
III) Ambos grupos tienen la misma variabilidad.

A) FFF B) VFF C) FVF D) FFV

Solución:

Grupo 1

X_i	$\bar{X}$	$(X_i-\bar{X})^2$
6	4	4
2	4	4
4	4	0
3	4	1
5	4	1
total		10

$$\bar{X}=4 \quad V(X)=\frac{10}{5}=2 \rightarrow DS(X)=\sqrt{2} \rightarrow CV(X)=\frac{\sqrt{2}}{4}=0{,}35$$

Grupo 2

Y_i	$\bar{Y}$	$(Y_i-\bar{Y})^2$
4	6	4
9	6	9
7	6	1
4	6	4
6	6	0
total		18

$$\bar{Y}=6 \quad V(Y)=\frac{18}{5}=3.6 \rightarrow DS(Y)=\sqrt{3,6} \rightarrow CV(Y)=\frac{\sqrt{3,6}}{6}=0,31$$

0,35>0,31 entonces el primer grupo es más heterogéneo que el segundo grupo.

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Halle el valor de verdad de las siguientes proposiciones, en el orden indicado:

   I) La mediana es la mitad del número de datos.
   II) La moda es la máxima frecuencia.
   III) La varianza de una constante es la misma constante**.**

   A) VFF B) FFF C) VVF D) VVV

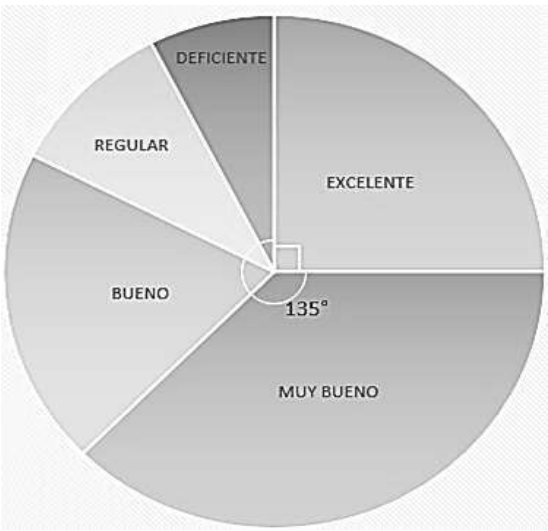
   Solución:

   I) (F) II) (F) III) (F)

   Rpta.: B

2. El diagrama adjunto muestra los resultados de la evaluación a los docentes del curso de Aritmética de Pre San Marcos 2016-I.

Resultados de la evaluación a los docentes de Aritmética de la Pre San Marcos 2016-I



Fuente: Archivo del curso de Aritmética

Halle el valor de verdad de las siguientes proposiciones, en el orden indicado:

I) El 25% de los docentes tienen calificación “Excelente”.
II) El 37,5 % de los docentes tienen calificación “Muy Buena”.
III) Los que tienen calificación “Buena, Regular y Deficiente” es el mismo número que los que tienen calificación “Muy Buena”.

A) VVF B) FVV C) VVV D) FFV

Solución:

I) (V) Si 90° representa a los docentes con calificación “Excelente” entonces ellos son el 25% del total de docentes.
II) (V) Si 90° representa el 25% del total de docentes entonces 135° representa el 37,5% del total de docentes y tienen calificación “Muy Buena”.
III) (V) 90 + 135 + x = 360 entonces x = 135 luego los que tienen calificación “Buena, Regular y Deficiente” es el mismo número que los que tienen calificación “Muy Buena”.

Rpta.: C

3. La mediana, la media y la moda de las 4 notas que obtuvo Daniel en sus exámenes de Aritmética son 14, 12 y 16 respectivamente. Halle la media geométrica de la menor y mayor nota.

A) 8,6 B) 9 C) 6,5 D) 8

Solución:

$$\frac{a+b+c+d}{4}=12 \rightarrow a+b+c+d=48$$

Ordenando las notas: 4,12,16,16

$$MG=\sqrt{4(16)}=8$$

Rpta.: D

4. La cantidad de botellas de vino que vende diariamente una bodega son números enteros positivos diferentes, siendo las dos últimas ventas 48 y 54 botellas. En promedio la bodega vende 27 botellas por día. Sin embargo, sin considerar estas dos últimas ventas, el promedio de las que quedan es 23. ¿Cuál es el máximo número de botellas vendidas un día cualquiera?

A) 225 B) 242 C) 210 D) 212

Solución:

$$\frac{x_1+x_2+...x_n+48+54}{n+2}=27 \rightarrow x_1+x_2+...x_n=27n+54-48-54$$

$$x_1+x_2+...x_n=27n-48$$

$$\frac{x_1+x_2+...x_n}{n}=23 \rightarrow x_1+x_2+...x_n=23n$$

$$27n-48=23n \rightarrow n=12 \rightarrow x_1+x_2+...x_{11}+x_{12}=276$$

$$\max\ x_{12}=276-\frac{11x12}{2}=276-66=210$$

Rpta.: C

5. El ingreso medio mensual de los trabajadores de la compañía minera "Condestable" es S/2520. Si el ingreso medio mensual de los obreros es S/1500 y el de los técnicos es de S/3000, ¿Qué porcentaje de la planilla mensual les corresponde a los técnicos?

A) 75% B) 78% C) 80% D) 72%

Solución:

$$\frac{1500o+3200t}{o+t}=2520 \rightarrow \frac{o}{t}=\frac{2}{3} \rightarrow o=2k \quad t=3k$$

	Ingresos	N° trabajadores	total
Obreros	1500	2k	3000k
Técnicos	3000	3k	9000k
Planilla		5k	12000k

Porcentaje que corresponde a los técnicos = $\frac{9000}{12000}\ 100\ \%=75\%$

Rpta.: A

6. El tren "Macho" recorre desde el distrito de Huancán (Huancayo) hasta Huancavelica con velocidad de 80 km/h, pero al regreso de Huancavelica hacia Huancán lo hace a 120 km/h. ¿Cuál es la velocidad promedio, en km/h, para todo el recorrido?

A) 90 B) 96 C) 100 D) 60

Solución:

$$MH=\frac{2(80)(120)}{80+120} \rightarrow MH=96\ \text{km/h}$$

Rpta: B

7. La tabla adjunta muestra los ingresos de la empresa agrícola Toma Alta, ¿cuál es la tasa de crecimiento promedio de los ingresos desde 2014 hasta 2018?

Ingresos de la empresa Agrícola Toma Alta

Año	Ingresos($)
2014	50 000
2015	55 000
2016	66 000
2017	60 000
2018	78 000

A) 12,13% B) 13,26% C) 11,79% D) 10,89%

Solución:

Ingresos de la empresa Agrícola Toma Alta

Año	Ingresos($)	Porcentaje
2014	50 000	
2015	55 000	55/50=1.1
2016	66 000	66/55=1.2
2017	60 000	60/66=0,91
2018	78 000	78/60=1,3

$MG = \sqrt[4]{1.1(1,2)(0,91)(1,3)} = 111,79\%$ La tasa de crecimiento promedio de la empresa agrícola Toma Alta es 11,79%

Rpta.: C

8. Dada la sucesión 2; 6; 12; 20; 30;…, la media armónica de los “n” primeros términos es 19. Determine la media armónica de los “n” siguientes términos que continúan al enésimo término de la misma sucesión.

A) 760 B) 684 C) 666 D) 703

Solución:

$$MH = \frac{n}{\frac{1}{1(2)} + \frac{1}{2(3)} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)}} = 19 \rightarrow \frac{n}{1 - \frac{1}{n+1}} = 19 \quad \rightarrow n+1 = 19 \rightarrow n = 18$$

$$MH = \frac{18}{\frac{1}{19(20)} + \ldots + \frac{1}{36(37)}} = \frac{18}{\frac{1}{19} - \frac{1}{37}} = \frac{18}{\frac{18}{703}} \rightarrow MH = 703$$

Rpta.: **D**

9. La desviación estándar, del número de soles que ganan semanalmente un grupo de trabajadores, es 30. Si ellos desean que la desviación estándar sea 36, ¿en qué porcentaje debe aumentar del ingreso semanal de cada trabajador?

A) 25% B) 20% C) 18% D) 12%

Solución:

$\text{Sueldo}: x \quad ; \quad DS(x) = 30 \quad \rightarrow V(x) = 900$

$\text{Nuevo sueldo}: a.x \quad ; \quad \text{Nueva } DS = 36 \quad \rightarrow \text{Nueva } V = 1296$

$(a)^2.V(x) = 1296 \quad \rightarrow \quad (a)^2.(900) = 1296 \quad \rightarrow a = \dfrac{12}{10} = 120\%$

Por lo tanto, debe aumentar en 20%.

Rpta.: B

10. En un grupo de estudiantes se considera el número de ensayos que necesita cada uno para memorizar una lista de seis pares de palabras. Los resultados fueron: 9, 6, 8, 10, 7. Un grupo de actores fue sometido a la misma experiencia que los estudiantes mencionados, para ellos resultó una media de 4,8 y una desviación estándar de 1,8. En cuanto a la cantidad de ensayos necesarios para memorizar la lista de seis pares de palabras, halle el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I) El primer grupo es más homogéneo que el segundo.
II) El segundo grupo es más homogéneo que el primero.
III) Ambos grupos tienen la misma variabilidad.

A) VFF B) FVF C) FFV D) FVV

Solución:

Para los estudiantes

$\bar{X} = 8 \quad DS(X) = \dfrac{10}{5} = 2 \quad CV(X) = \dfrac{\sqrt{2}}{8} \rightarrow CV(X) = 0{,}18$

Para los actores

$\bar{Y} = 4{,}8 \quad DS(Y) = 1{,}8 \quad CV(Y) = \dfrac{1{,}8}{4{,}8} \rightarrow CV(Y) = 0{,}375$

I) (V) porque CV(X) < CV(Y)
II) (F)
III) (F)

Los estudiantes son más parecidos entre ellos en cuanto a la cantidad de ensayos necesarios para memorizar la lista de seis pares de palabras.

Rpta.: A

Aritmética

EJERCICIOS

1. El promedio de las propinas de los alumnos de la sección A es de 68,4 soles; de la sección B es de 71,2 soles; y el promedio de ambas secciones es de 70 soles. Si el número de estudiantes de la sección B excede al de la sección A en 16, ¿cuántos estudiantes hay en la sección A?

A) 24 B) 48 C) 32 D) 64 E) 40

Solución:

$$\bar{x} = \frac{68{,}4x + 71{,}2(x+16)}{x + x + 16} = 70 \quad \rightarrow \quad x = 48$$

Rpta.: B

2. En una reunión hay 50 personas, de ellas se observa que la media armónica de las edades de 20 personas es 18 años y la media armónica del resto es 54 años. Determine la media armónica, en años, de las edades de todas esas personas.

A) 40 B) 48 C) 32 D) 24 E) 30

Solución:

$$\overline{MH}(20) = \frac{20}{S\,inv_{\,20}} = 18 \quad \rightarrow \; S\,inv_{\,20} = \frac{20}{18}$$

$$\overline{MH}(30) = \frac{30}{S\,inv_{\,30}} = 54 \quad \rightarrow \; S\,inv_{\,30} = \frac{30}{54}$$

$$\overline{MH}(50) = \frac{50}{S\,inv_{\,30} + S\,inv_{\,20}} = \frac{50}{\frac{30}{54} + \frac{20}{18}} = 30$$

Rpta.: E

3. En una empresa trabajan 100 personas, clasificadas en tres categorías A, B y C. La categoría A, con 70 personas que ganan cada uno 25 soles por hora; la categoría B con 20 personas que ganan cada uno 32,5 soles por hora; y el promedio de lo que ganan las personas de las categorías B y C es 35 soles por hora. Determine la diferencia positiva entre el número de soles que ganan en promedio, por hora, el total de trabajadores de las tres categorías, y el número de soles que gana por hora cada trabajador de la categoría C.

A) 20 B) 24 C) 22 D) 26 E) 18

Solución:
Promedio de B y C:

$$35 = \frac{20(32{,}5) + 10x}{30} \quad \rightarrow \quad x = 4$$

Promedio total:

$$\frac{70(25) + 20(32{,}5) + 10(4)}{100} = 28$$

Por lo tanto: Diferencia= 28 – 4 = 24

Rpta.: B

4. Un profesor evalúa a 20 estudiantes, calificando el examen con notas de 0 a 100, siendo 70 la nota mínima aprobatoria. Ocho alumnos desaprobaron con una nota promedio de 65, en cambio los restantes aprobaron con una nota promedio de 77. El profesor luego de observar que una pregunta está mal formulada, decide aumentar 5 puntos a todos; de manera que ahora el promedio de los aprobados es 80 y de los desaprobados es 68,8. ¿Cuántos alumnos que inicialmente desaprobaron finalmente aprueban?

A) 2 B) 1 C) 3 D) 5 E) 6

Solución:
Sea x el número de alumnos desaprobados que finalmente aprueban.
Entonces el promedio es:

$$\frac{(8-x)68{,}8 + (12+x)80}{20} = \frac{8(65) + 12(77) + 20(5)}{20} \rightarrow \quad x = 3$$

Rpta.: C

5. Con respecto al número de años que tienen ocho amigos, se sabe que la media, la mediana y la moda son iguales a 20; además la media y la mediana de los cinco menores son iguales a 18. Halle la mayor diferencia de edades, en años, que pueden tener dos de los ocho amigos.

A) 15 B) 17 C) 14 D) 16 E) 19

Solución:

$$\overbrace{\underset{}{a_1}\ ;\ a_2\ ;\ \underset{18}{a_3}\ ;\ \underset{20}{a_4}\ ;\ \underset{20}{a_5}}^{5\ menores};\ a_6\ ;\ a_7\ ;\ a_8$$

$$\frac{a_1+a_2+a_3+a_4+a_5}{5}=18 \quad \Rightarrow \quad \underset{14}{a_1}+\underset{18}{a_2}=32 \quad ; \quad (\text{Mín. } a_1 = 14)$$

$$\frac{a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7+a_8}{8}=20 \quad \Rightarrow \quad \underset{20}{a_6}+\underset{20}{a_7}+\underset{30}{a_8}=70\,; \quad (\text{Máx. } a_8 = 30)$$

Por lo tanto: Mayor dif. = 30 – 14 = 16

Rpta.: D

6. Una empresa varió su producción durante el primer bimestre del año 2019. En enero la tasa de aumento fue del 44% y en febrero la tasa de disminución fue del 19%. ¿Cuál fue la tasa media de aumento de la producción mensual en ese bimestre?

A) 6% B) 12% C) 10% D) 8% E) 9%

Solución:
Tasas:
Enero: Aumenta $44\% \rightarrow 144\%$
Febrero: Disminuye $19\% \rightarrow 81\%$

La tasa media bimestral de aumento es la media geométrica

$$\overline{MG} = \sqrt{144\% \times 81\%} = 108\%$$

Luego la tasa media de aumento mensual es de 8%

Rpta.: D

7. Aldo, Benito, César, Dante y Edgar empleados de una institución educativa laboraron en el mes de marzo 31; 37; 38; 40 y 44 horas respectivamente en la primera semana. Si en la segunda semana cada uno laboró las 2/3 partes de lo que laboraron en la semana anterior, más 11 horas; halle la desviación estándar del número de horas semanales que laboraron en la segunda semana.

A) $3\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{3}$

Solución:

Datos iniciales

$$\bar{x} = \frac{31 + 37 + 38 + 40 + 44}{5} = 38$$

$$V(x) = \frac{7^2 + 1^2 + 0^2 + 2^2 + 6^2}{5} = \frac{90}{5} = 18$$

Datos finales

$$V\left(\frac{2}{3}x + 11\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 V(x) = \frac{4}{9}(18) = 8$$

$$DS(x) = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Rpta.: C

8. Un pediatra obtuvo la siguiente tabla sobre las edades, en meses, de todos los niños que acudieron hoy a su consultorio y fueron vacunados contra la influenza.

Edad	8	9	10	11
Cantidad	3	2	2	3

Determine la varianza del número de meses de todos esos niños.

A) 1,50 B) 1,45 C) 1,25 D) 2,05 E) 1,75

Solución:

La media: $\bar{x} = \frac{24+18+20+33}{10} = \frac{95}{10} = 9{,}5$

La varianza: $V(x) = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i^2}{10} - \bar{x}^2$

$$V(x) = \frac{3.8^2 + 2.9^2 + 2.10^2 + 3.11^2}{10} - (9{,}5)^2$$

$$= \frac{917}{10} - 90{,}25 = 1{,}45$$

Rpta.: B

9. Los índices anuales de inflación registrados en los tres últimos años fueron de 3,6%, 9,6% y 10,8% respectivamente. ¿Cuál es la tasa media anual de inflación en ese periodo?

A) 6,5% B) 8,2% C) 6,2% D) 7,5% E) 7,2%

Solución:
La tasa promedio es la media geométrica

$$\overline{MG} = \sqrt[3]{(3{,}6)(9{,}6)(10{,}8)}\% = (1{,}2)\sqrt[3]{(3)(8)(9)}\% = (1{,}2)(6)\% = 7{,}2\%$$

Rpta.: E

10. Los amigos Alex y Carlos rindieron cuatro exámenes en el curso de Estadística, calificados de 0 a 10. Las notas obtenidas por Alex fueron 9,2; 9; 9 y 9,2; y las de Carlos fueron 8; 6; 8 y 6. Determine la diferencia positiva entre el coeficiente de variación de las notas de Carlos y Alex.

A) 1/7 B) 1/91 C) 1/13 D) 14/91 E) 12/91

Solución:
Alex:

$$\bar{x} = \frac{36{,}4}{4} = 9{,}1$$

$$V(x) = (0{,}1)^2 \;\rightarrow\; DS(x) = 0{,}1$$

$$CV(x) = \frac{0{,}1}{9{,}1} = \frac{1}{91}$$

Carlos:

$$\bar{x} = \frac{28}{4} = 7$$

$$V(x) = 1 \;\rightarrow\; DS(x) = 1$$

$$CV(x) = \frac{1}{7}$$

Por lo tanto: Diferencia $= \frac{1}{7} - \frac{1}{91} = \frac{12}{91}$

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. De los 90 ingresantes a Medicina, la edad promedio es 18 años. Si cada varón tuviera 4 años menos y cada mujer tuviera 2 años más, la nueva edad promedio sería de 16 años. ¿Cuántos varones ingresaron?

A) 48 B) 60 C) 32 D) 40 E) 52

Solución:

$$H + M = 90 \quad ... \quad (1)$$

$$\bar{x} = \frac{S_E}{90} = 18 \;\rightarrow\; S_E = 1620$$

Suponiendo 4 años menos de cada varón entonces disminuye en 4H y cada mujer tiene 2 años más, entonces la suma aumenta en 2M.
Nuevo promedio

$$\bar{x} = \frac{1620 - 4H + 2\,M}{90} = 16 \;\rightarrow\; 2H - M = 90 \quad ... \quad (2)$$

$$de\ (1)\ y\ (2):\ H = 60$$

Rpta.: B

2. El promedio de las edades del 40% de los profesores de CEPREUNMSM es 40 años y el promedio del 25% de los restantes es 28 años. ¿Cuál sería el promedio del nuevo resto, si todos los profesores tienen en promedio 31 años?

A) 24 B) 28 C) 32 D) 40 E) 30

Solución:
Sea el número de profesores: 100

$$40\%(100) = 40$$

$$25\%(60) = 15$$

$$\bar{x}(40) = \frac{S_{40}}{40} = 40 \;\rightarrow\; S_{40} = 1600$$

$$\bar{x}(15) = \frac{S_{15}}{15} = 28 \;\rightarrow\; S_{15} = 420$$

$$\bar{x}(100) = \frac{S_{100}}{100} = 31 \;\rightarrow\; S_{100} = 3100$$

Nuevo resto: 100-(40+15)=45

$$\bar{x}(45) = \frac{S_{100} - (S_{40} + S_{15})}{45} = \frac{3100 - (1600 + 420)}{45} = 24$$

Rpta.: A

3. Los grifos A, B y C pueden llenar un tanque vacío en 3 horas, 4 horas y 6 horas respectivamente. ¿Abriendo los tres grifos simultáneamente en cuantas horas llena el tanque?

A) 4/3 B) 7/4 C) 5/3 D) 8/3 E) 2/3

Solución:

El tiempo promedio de los grifos es la media armónica

$$t_m = \frac{3}{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}} = 4$$

Ahora el tiempo promedio de llenado del tanque por los tres grifos es 4/3.

Rpta.: A

4. En el año 2000 la ciudad A tenía una población de 8000 habitantes y en el 2006 la población fue de 18000 habitantes. Si la tasa anual de crecimiento es constante, halle la población de dicha ciudad en el año 2003.

A) 15000 B) 14000 C) 16000 D) 13000 E) 12000

Solución:

2000	2003	2006
8000	x	18000

El crecimiento de la población es la media geométrica, entonces

$$\overline{MG} = x = \sqrt{8000 \times 18000} = 12000$$

La ciudad A en el 2003 tenía una población de 12000 habitantes.

Rpta.: E

5. La suma de las calificaciones de cinco estudiantes es 55 y la suma de los cuadrados de las mismas es 605. Halle su desviación estándar.

A) 0,5 B) 0 C) 1,2 D) 1,4 E) 0,2

Solución:

$$\bar{x} = \frac{55}{5} = 11 \quad ; \quad \sum_{i=1}^{5}(x_i)^2 = 605$$

$$\sigma^2 = \frac{605}{5} - (11)^2 = 0 \qquad \therefore \sigma = 0$$

Rpta.: B

6. Calcule la varianza de las siguientes notas de un alumno en los últimos exámenes, cuyas notas son: 9, 10, 10, 11, 10, 10.

A) 21/50 B) 1/3 C) 13/50 D) 13/25 E) 12/25

Solución:

Media: $\bar{x} = \frac{S(6)}{6} = \frac{60}{6} = 10$

Varianza: $V(x) = \dfrac{(9-10)^2 + (10-10)^2 + (10-10)^2 + (11-10)^2 + (10-10)^2 + (10-10)^2}{6} = \dfrac{1}{3}$

Rpta.: B

7. El promedio de las notas de los alumnos de un aula no varía si se retiran 5 alumnos cuyas notas suman 85. Si los 5 alumnos son reemplazados por otros 7 alumnos de otra aula el promedio aumenta en una unidad y esto coincide con la cantidad de alumnos que habría en dicha aula, ¿Cuánto suman las notas de los 7 alumnos?

A) 112 B) 124 C) 142 D) 240 E) 137

Solución:

Sea x la cantidad de alumnos que quedan cuando se retiran los 5 alumnos

$$\frac{S_x + S_5}{x+5} = \frac{S_x}{x} = \frac{S_5}{5} = \frac{85}{5} = 17 \quad \rightarrow \quad S_x = 17x$$

$$x + 7 = 17 + 1 \quad \rightarrow \quad x = 11$$

Nuevo promedio

$$\frac{S_x + S_7}{x+7} = 17 + 1 \quad \rightarrow \quad \frac{17x + S_7}{x+7} = 18 \quad \rightarrow \quad S_7 = 137$$

Rpta.: E

8. Cuatro atletas deben recorrer 800 metros planos en una competencia con relevos cada 200 metros. Si las velocidades de los primeros relevos fueron de 12; 20; 30 m/s, ¿qué velocidad debe tener el cuarto relevo para igualar el record establecido con un promedio de 21 m/s por equipo?

A) 30m/s B) 25m/s C) 32m/s D) 42m/s E) 38m/s

Solución:

$$Velocidad\ promedio = \frac{distancia\ total}{tiempo\ total}$$

$$21 = \frac{200+200+200+200}{\frac{200}{12}+\frac{200}{20}+\frac{200}{30}+\frac{200}{x}} \rightarrow 21 = \frac{4}{\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)} \rightarrow k = 6$$

Por tanto: $x = 42\ m/s$

Rpta.: D

9. Los empleados de una institución laboraron 38, 41, 32, 39 y 45 horas en una semana. Si para la siguiente semana todos trabajaran 2/3 más de lo que laboraron en la semana anterior. Halle la varianza de las horas semanales que trabajaron en la última semana.

A) 51 B) 48 C) 50 D) 55 E) 42

Solución:

Datos iniciales

$$\bar{x} = \frac{38 + 41 + 32 + 39 + 45}{5} = 39$$

$$V(x) = \frac{1^2 + 2^2 + 7^2 + 0^2 + 6^2}{5} = \frac{90}{5} = 18$$

Datos finales

$$V\left(\frac{5}{3}x\right) = \frac{25}{9}V(x) = \frac{25}{9}(18) = 50$$

Rpta.: C

10. En los 6 cursos del primer ciclo de estudios generales de la UNMSM, Rossmery obtuvo en sus exámenes notas que van desde 0 a 20. Si la media de las notas es 16, la mediana es 15 y la moda es 14, calcule su mayor nota si solo obtuvo en uno de sus cursos.

A) 16 B) 17 C) 18 D) 20 E) 19

Solución:

Ordenando las notas

$$n_1 \leq n_2 \leq n_3 \leq n_4 \leq n_5 \leq n_6$$

$$\bar{x} = 16 \rightarrow n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 = 80$$

$$Mo = 14$$

$$\rightarrow me = 15 = \frac{14 + 16}{2}$$

Entonces

$$14, 14, 14, 16, 18, 20 \text{ o } 13, 14, 14, 16, 19, 20$$

Mayor nota: 20

Rpta.: D

Aritmética

EJERCICIOS

1. De 20 personas se sabe que ninguna tiene menos de 10 años de edad. Halle la edad máxima que puede tener una de estas personas para que el promedio de edades sea de 11 años.

A) 20 B) 30 C) 15 D) 28 E) 17

Solución:

Edades $E_i \geq 10$, $i = 1, 2, ..., 20$

$E_1 = E_2 = ... E_{19} = 10,$ lo menor posible

luego $\dfrac{19(10)+E_{20}}{20} = 11 \rightarrow E_{20} = 30$

Rpta.: B

2. La edad actual de Alberto es tres veces más que la de Bruno. Hace 4 años la diferencia de sus edades era equivalente al promedio de sus edades actuales, aumentado en 10 años. Determine la edad actual, en años, de Bruno.

A) 21 B) 20 C) 25 D) 24 E) 18

Solución:

Sean **A** y **B** las edades de Alberto y Bruno respectivamente

Por dato tenemos: $A = 4B,\ A - B = \dfrac{A+B}{2} + 10$; luego $B = 20$.

Rpta.: B

3. En el cuadro siguiente se presentan los consumos mensuales de electricidad en el distrito de Laraos, provincia de Yauyos, región Lima, en miles de kWh de los cuatro últimos meses del año que pasó.

MESES	CONSUMO
Setiembre	10
Octubre	12,5
Noviembre	8
Diciembre	17,28

A partir de los incrementos porcentuales de consumo de cada mes, determine el incremento porcentual trimestral medio acumulativo.

A) 25% B) 15% C) 20% D) 22,5% E) 17,5%

Solución:

Si 10=100% → 12,5=125%. Si 12,5=100% → 8=64%. Si 8=100% →17,28=216%

$$\underbrace{\text{Incremento porcentual}}_{\text{trimestral medio acumulativo}} : \text{MG}\left(\begin{array}{c}\text{incrementos porcentuales de}\\ \text{consumo de cada mes}\end{array}\right) = \sqrt[3]{(125\%)(64\%)(216\%)} = 120\%$$

Por lo tanto: El incremento es del 20%

Rpta.: C

4. En un grupo de turistas, hay cierta cantidad de personas, el 70% de ellas son adultos y el resto menores de edad. El peso medio de los adultos es 70 kg y el peso medio de los menores de edad es de 40 kg. Determine el peso promedio de todas las personas del grupo.

A) 56 B) 58 C) 60 D) 61 E) 63

Solución:

$$\text{Prom.Pond.} = \text{Peso promedio} = \frac{(70\%T)(70)+(30\%T)(40)}{100\%T} = 61$$

Rpta.: D

5. Esther llevó los seis cursos del primer ciclo de los Estudios Generales UNMSM. Luego de rendir los seis exámenes, que fueron calificados con valores enteros de 0 a 20, obtuvo seis notas cuya media aritmética es 16, mediana es 15 y además es bimodal. Determine la menor nota que obtuvo Esther.

A) 10 B) 11 C) 14 D) 13 E) 12

Solución:

Buscamos la menor nota posible entonces, las otras deben ser las mayores posibles. MA=16 → Suma de notas = 96.

$$\underset{\text{mínima}\leftarrow}{12} \quad 14 \quad \underset{\Uparrow}{15} \quad 15 \quad \underbrace{20 \quad 20}_{\leftarrow\text{máx}};$$

$$\text{Me} = 15$$

$$\underset{\text{mínima}\leftarrow}{12} \quad 14 \quad \underset{\Uparrow}{14} \quad 16 \quad \underbrace{20 \quad 20}_{\leftarrow\text{máx}}$$

$$\text{Me} = 15$$

Por lo tanto: La menor nota es 12.

Rpta: E

6. Siete ovejas comieron una hierba venenosa. Las horas, enteras, que tardaron en morir fueron: 2; 3; 5; n; 4; m y 5 con (n<m). Si se sabe que la media de esos números fue 4 y su desviación estándar $\sqrt{8/7}$, determine la $\mathbf{MG}\left(\mathbf{m,n,2m^2}\right)$.

A) 10 B) $\mathbf{2\sqrt[3]{25}}$ C) 12 D) $\mathbf{4\sqrt[3]{5}}$ E) $\mathbf{5\sqrt[3]{4}}$

Solución:

De los datos tenemos:

$$\overline{\mathbf{X}} = \mathbf{4},\ \ \mathbf{DS(2;3;5;n;4;m;5)} = \sqrt{\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{7}}} \Rightarrow \mathbf{V} = \frac{\mathbf{2^2+1^2+1^2+(n-4)^2+0^2+(m-4)^2+1^2}}{\mathbf{7}} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{7}}$$

$$\mathbf{n^2+m^2 = 41 \wedge n+m = 9 \rightarrow n = 4,\ m = 5,\ (n<m)}$$

Por lo tanto: $\mathbf{MG}\left(\mathbf{m,n,2m^2}\right) = \sqrt[3]{\mathbf{5(4)(50)}} = \mathbf{10}$.

Rpta.: A

7. Una empresa contrata a seis trabajadores, pagándole diariamente 49; 50; 50; 55; 60; y 60 soles, respectivamente, a cada trabajador. Si los seis trabajadores reciben un aumento del 20% en sus pagos diarios, pero por alimentación diaria le hacen un descuento de S/ 15, determine la varianza de los números que representan los nuevos jornales.

A) 30,2 B) 31,2 C) 31,5 D) 32,1 E) 32,5

Solución:

J: jornal(pago diario), NJ: nuevo jornal.

$$\overline{X} = \frac{49+50+50+55+60+60}{6} = 54 \Rightarrow V(J) = \frac{5^2+2(4)^2+1^2+2(6)^2}{6} = \frac{65}{3}$$

$$V(NJ) = V(120\%J-15) = (120\%)^2.V(J) = \left(\frac{144}{100}\right)\left(\frac{65}{3}\right) = 31{,}2$$

Rpta.: B

8. Del número de vendedores ambulantes que hay dentro y fuera de un mercado limeño se sabe que, la diferencia de los cuadrados de la media aritmética y la media geométrica del número de ambulantes del interior y exterior del mercado es 1089. Si la cantidad de ambulantes del exterior es mayor que los del interior, ¿cuántos ambulantes más hay en el exterior que en el interior de ese mercado?

A) 56 B) 64 C) 66 D) 72 E) 48

Solución:

Sean I, E el número de ambulantes internos y externos del mercado

$$MA(I,E) - MG(I,E) = \frac{1}{4}\left[\frac{(I-E)^2}{MA(I,E) + MG(I,E)}\right] \Rightarrow 4\left(MA^2(I,E) - MG^2(I,E)\right) = 4(1089) = (I-E)^2$$

Luego : $E = I + 66$.

Rpta.: C

9. Hoy durante el almuerzo, David le dice a su hijo Daniel, hace 15 años la media geométrica del número de años que teníamos era 15. Si Daniel comprueba que el resultado obtenido por su padre es correcto, determine la media armónica del número de años que tienen actualmente padre e hijo.

A) 45 B) 20 C) 35 D) 30 E) 25

Solución:

Sean **a** y **b** las edades actuales (en años).

$$MG = \sqrt{(a-15)(b-15)} = 15 \quad \rightarrow \quad ab = 15(a+b) \therefore MH(a,b) = \frac{2ab}{a+b} = 30$$

Rpta.: D

10. Marcos entrena corriendo 4 vueltas a todo el perímetro del estadio de la UNMSM, siempre a velocidades constantes de la siguiente manera, la primera vuelta con una velocidad de 15 km/h; la segunda, a 3 km/h; la tercera, a "x" km/h y la cuarta, a 5 km/h. Si la velocidad media con la que dio las 4 vueltas es 6 km/h, determine la suma de las cifras de "x".

A) 9 B) 5 C) 1 D) 3 E) 6

Solución:

La velocidad media = $MH(\text{velocidades}) = 6 = \dfrac{4}{\frac{1}{15}+\frac{1}{3}+\frac{1}{x}+\frac{1}{5}} \Rightarrow x = 15$

Por lo tanto: Suma de cifras= 1+5 = 6

Rpta.: E

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En los últimos cinco meses el precio por kilogramo de pollo registró incrementos mensuales del 2,5%; 1,6%, 2,5%; 1,6% y 2%. Determine el incremento mensual promedio durante ese tiempo.

A) 2% B) 1,9% C) 2,2% D) 1,8% E) 2,1%

Solución:

El promedio de las tasas viene a ser la media geométrica de dichas tasas.

$$MG = \sqrt[5]{2{,}5\% \text{ x } 1{,}6\% \text{ x } 2{,}5\% \text{ x } 1{,}6\% \text{ x } 2{,}0\%} = 2\%$$

Rpta.: A

2. En un hospital, 10 personas pasan por triaje y los pesos en kilogramos registrados son los siguientes.

Pesos(kg)	57	45	78	88	68	78	59	75	78	90

Determine el número de pacientes que están con un peso mayor, a la media de sus pesos incrementada en su desviación estándar.

A) 3 B) 2 C) 4 D) 5 E) 1

Solución:

Media de pesos: 71,6kg Desviación estándar de los pesos: 13,544…
Luego 71,6 + 13,544… = 85,144….

Pesos(kg)	57	45	78	**88**	68	78	59	75	78	**90**

Por lo tanto, hay 2 pacientes con un peso mayor, a la media de sus pesos incrementada en su desviación estándar.

Rpta.: B

3. El promedio de las cantidades de mototaxistas inscritos en cinco empresas autorizadas por la Municipalidad del Rímac es 53. Si en ninguna de las empresas hay más de 65 mototaxistas inscritos, determine la mínima cantidad de mototaxistas inscritos que puede tener una de estas empresas autorizadas.

A) 6 B) 7 C) 5 D) 4 E) 8

Solución

N° mototaxistas: $m_i \leq 65$, asumiendo que: $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 65$.

Entonces:

$$\frac{4(65)+m_5}{5} = 53 \Rightarrow m_5 = 5$$

Por lo tanto, la mínima cantidad de mototaxistas inscritos en una **empresa** es 5.

Rpta.: C

4. En el curso de Matemática, a Benjamín le tomaron 8 exámenes que fueron calificadas de 0 a 20. De las notas se sabe que la mediana es 16, hay dos modas 14 y 18; y la media aritmética es 15,5. Si en total obtuvo cuatro notas diferentes, determine la menor nota que obtuvo en uno de sus exámenes, sabiendo que fue lo mínimo posible.

A) 9 B) 7 C) 10 D) 8 E) 6

Solución:

Las notas de los exámenes son calificadas de 0 a 20. Así n = 8

$$\underset{\text{mínima}\leftarrow}{\mathbf{a = 08}} \quad \mathbf{14} \quad \mathbf{14} \quad \mathbf{14} \quad \mathbf{18} \quad \mathbf{18} \quad \mathbf{18} \quad \underset{\leftarrow\text{máx}}{\mathbf{b = 20;}}$$

$$\Uparrow$$

$$\mathbf{Me = 16}$$

Rpta.: D

5. Un granjero tiene en su corral 40 animales entre gallinas y conejos, y se da cuenta de que el promedio del número de todas las patas es 2,9. Si luego de un mes ha vendido cierto número de gallinas, pero han nacido igual número de conejos siendo ahora el nuevo promedio del número de patas 3,25; ¿cuántos conejos nacieron?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 9 E) 7

Solución:

#Gallinas: a, #Conejos: b, # Conejos que nacieron: x

Tenemos: $\frac{2a+4b}{40} = 2{,}9$ y $a+b=40 \Rightarrow a = 22, b = 18$

Además: $\frac{2(a-x)+4(b+x)}{40} = 3{,}25 \quad \therefore \; x = 7$

Rpta.: E

6. En una empresa se pagan los siguientes salarios (en soles)

Número de empleados	Salario en soles
5	1200
3	1300
6	1400
5	1500
4	1600
5	1700
4	1800

Determine el valor de verdad de las siguientes afirmaciones.

I. El salario promedio es menor que la mediana.
II. El salario promedio es mayor que la moda.
III. Si un empleado que gana S/1800 es cambiado a otra sede la mediana varía.
IV. Si el empleado trasladado es reemplazado por otro que gana S/1200 la mediana aumenta.

A) VVFF B) VFFV C) VFFF D) VFVV E) VVVF

Solución:

Tenemos que $55 = 17 + 19r \Rightarrow r = 2.$ $\overline{X}_{32} = \dfrac{\text{Suma de sueldos}}{32} = 1496{,}875$

Mediana = [redacted], Moda= 1400. Luego: VVFF

Rpta.: A

7. El promedio de los pesos, en kilogramos, de los alumnos de un aula del CEPRESM es 58. El promedio de pesos de los varones es 65 kilos y de las damas es 55 kilos. ¿Qué porcentaje representa el número de damas de esa aula, respecto del total de alumnos?

A) 40% B) 70% C) 58% D) 60% E) 30%

Solución:

Sea *V* el número de varones y *D* el número de damas,
luego el total de alumnos es *V*+*D*.

$$65V + 55D = 58(D + V) \Rightarrow D = 7k \wedge V = 3k \therefore D = \frac{7k}{10k}(100\%) = 70\%$$

Por lo tanto, el número de damas respecto al total de alumnos representa el 70%.

Rpta.: B

8. En una veterinaria se atendió a cinco perros, después de medir sus alturas en milímetros, se supo que las alturas de cuatro de ellos son 470, 170, 430 y 300. Si con respecto a la altura de los cinco perros el promedio es de 394mm y su varianza es de 21 704 mm^2, determine la altura restante en milimetros.

A) 600 B) 700 C) 580 D) 605 E) 300

Solución:

Sean las alturas de los 5 perros, en milímetros:

x, 470, 170, 430 y 300.

La media de las alturas es $394\,mm$

Además.

$$\text{Var(alturas)} = \frac{(x-394)^2+(470-394)^2+(170-394)^2+(430-394)^2+(300-394)^2}{5} = 21\,704\,mm$$

Entonces x = 600

Rpta.: A

9. El promedio de los cuadrados de los "n" primeros números enteros positivos es $\frac{248}{3}$. Halle el promedio de los cubos de estos números.

A) 975 B) 950 C) 920 D) 960 E) 946

Solución:

$\bar{x}_p = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6n} = \frac{248}{3} \rightarrow n = 15$. Luego $\bar{x}_{cubos} = \frac{1}{15}\left[\frac{15\,x\,16}{2}\right]^2 = 960$

Rpta.: D

10. En una empresa dedicada al ensamblaje de relojes, se sabe que el tiempo que demoran 3 de los mejores relojeros en ensamblar un reloj es:

$$1° \rightarrow 4 \text{ minutos}$$
$$2° \rightarrow 6 \text{ minutos}$$
$$3° \rightarrow x \text{ minutos}$$

Si el rendimiento promedio de los 3 relojeros es $\frac{72}{13}$, ¿cuántos minutos demora el tercer relojero en ensamblar un reloj?

A) 7 B) 9 C) 5 D) 3 E) 8

Solución:

El rendimiento promedio es $\text{MH(rendimientos)} = \frac{72}{13} = \frac{3}{\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{x}} \Rightarrow x = 8$

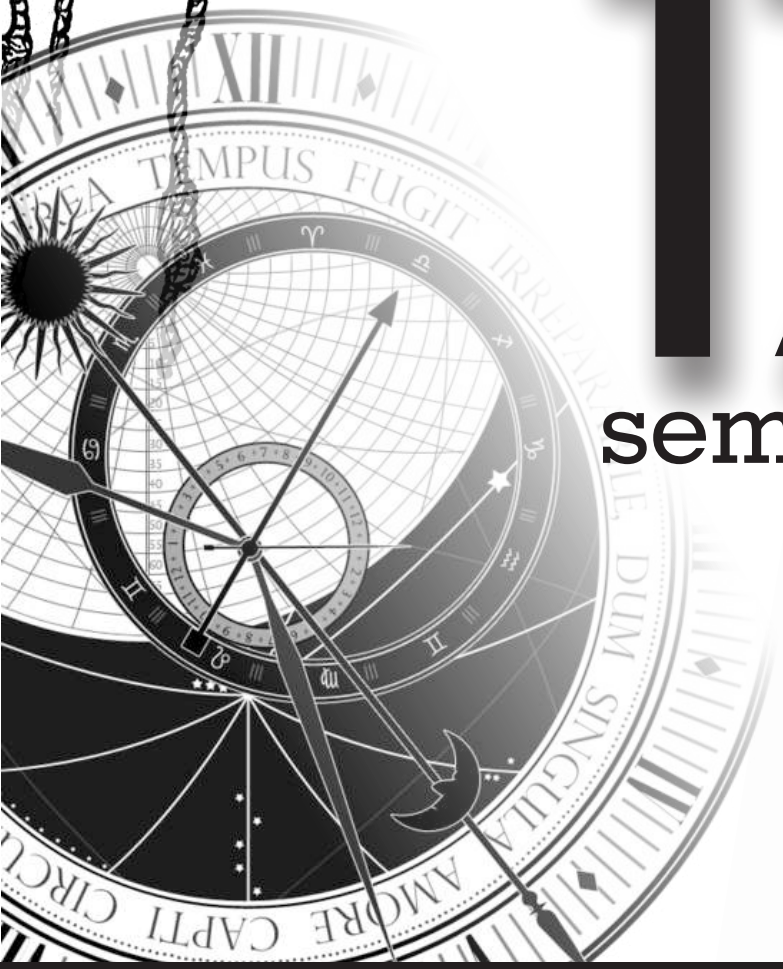
Rpta.: E

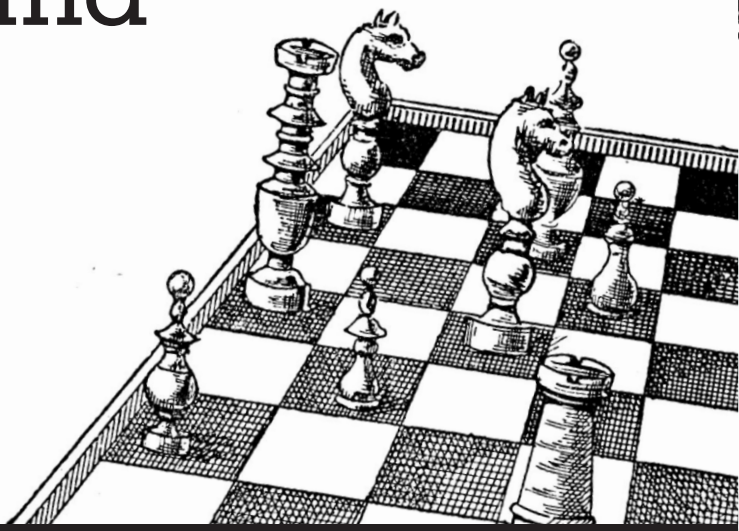
ARITMÉTICA

MANUAL DE PRACTICAS Y EJERCICIOS

17

semana





pre SAN MARCOS

Manhattan Editores

Aritmética

ANÁLISIS COMBINATORIO

FACTORIAL DE UN NÚMERO

El factorial de un número entero positivo se define como el producto de todos los números enteros y consecutivos desde la unidad hasta n inclusive. Si n es un entero positivo, el factorial de n se denota por n!, es decir:

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times (n-1) \times n$$

Observación.

- 0! = 1
- Si n! = 1 entonces n = 1 o n = 0.
- n! = n × (n – 1)!

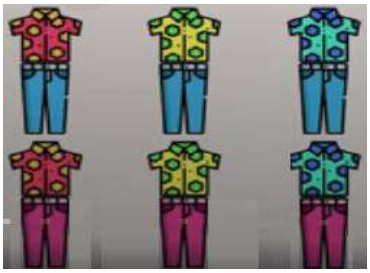
PRINCIPIOS FUNDAMENTALES

A) Principio de Multiplicación

Si un suceso A se puede realizar de m maneras diferentes y por cada una de estas un segundo suceso B se puede realizar de n maneras diferentes, entonces el suceso A y B se pueden realizar simultáneamente de m × n maneras diferentes.

Ejemplo:

¿De cuántas formas se puede vestir una persona, que tiene dos pantalones y tres camisas?



Pantalones: 2

Camisas: 3

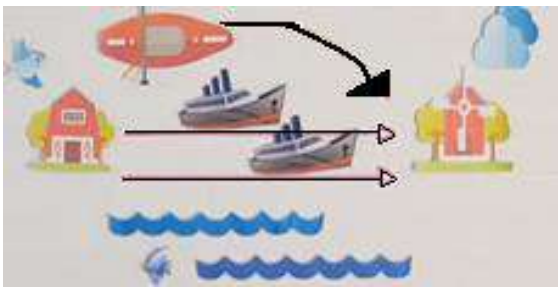
Total: 2 × 3 = 6

B) Principio de Adición

Si un suceso A se puede realizar de m maneras diferentes y otro suceso B se puede realizar de n maneras diferentes, y además ambos sucesos no pueden ocurrir a la vez, entonces el suceso A o B se puede realizar de m + n maneras diferentes.

Ejemplo:

¿De cuántas formas se puede cruzar el río una vez, si se cuenta con un bote y dos barcos?



Bote: 1

Barco: 2

Total: 1 + 2 = 3

C) Variaciones

Son los diferentes arreglos u ordenaciones que se pueden formar con una parte o con todos los elementos disponibles de un conjunto. La característica principal de una variación es el orden de sus elementos, es decir, dos ordenaciones son diferentes, cuando el orden de sus elementos es distinto.

- **Variaciones simples**

  Cuando se tienen n elementos diferentes y se quiere ordenarlos tomándolos de k en k ($k \leq n$), el número de variaciones se calcula como:

$$V_k^n = n(n-1)(n-2)...(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Ejemplo:++

¿De cuántas maneras diferentes se puede obtener números de tres cifras, a partir de los dígitos 1, 2, 3 y 4?

$$V_3^4 = \frac{4!}{(4-3)!} = 24$$

- **<u>Variaciones con repetición</u>**

Son todas las agrupaciones de k objetos, dispuestos linealmente, que se pueden formar a partir de n objetos distintos, donde cada uno de los elementos puede formar parte de la agrupación, tantas veces como sea posible.

El número de variaciones con repetición de k objetos a partir de n objetos distintos, es:

$$VR_k^n = \underbrace{(n)(n)...(n)}_{\text{k veces}} = n^k$$

Ejemplo:

¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener a partir del lanzamiento de dos dados de diferentes colores?

$$VR_2^6 = 6^2 = 36$$

D) <u>Permutaciones</u>

Se denominan permutaciones de n objetos a cada una de las variaciones de los n objetos distintos.

- **<u>Permutaciones simples o lineales</u>**

Se da cuando los elementos considerados son todos distintos y se arreglan u ordenan en línea recta. El número de permutaciones de n objetos distintos, denotado por P_n, es:

$$V_n^n = P^n = n \times (n-1) \times (n-2) \times ... \times 2 \times 1 = n!$$

Ejemplo:

¿De cuántas maneras diferentes se puede ordenar a tres mujeres y dos varones en una fila de 5 asientos si se deben sentar en forma intercalada?

$$P_3 \times P_2 = 3! \times 2! = 12$$

- **Permutaciones circulares**

Son las diferentes permutaciones que pueden formarse con n objetos distintos, donde no hay ni primero ni último objeto, es decir lo que importa es la posición relativa de los objetos entre sí; mientras que en la permutación lineal importa los lugares que los objetos ocupan.

El total de permutaciones "circulares" diferentes que pueden formarse con n objetos distintos, es: $P_n^c = (n-1)!$

Ejemplo:

¿De cuántas maneras diferentes David, Moisés, Lucas y sus padres Luis y Sandra se pueden sentar alrededor de una mesa circular de modo que los padres se sienten juntos?

$$P_4^c \times P_2 = 3! \times 2! = 12$$

- **Permutaciones con objetos repetidos**

Se da cuando los elementos a ordenar no son todos distintos. Entonces, el número de permutaciones de n objetos de los cuales n_1 son iguales entre sí, n_2 son iguales entre sí, … n_k son iguales entre sí, está dado por la expresión:

$$P_{n_1,n_2,\ldots,n_k}^n = \frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \ldots \times n_k!}; n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$$

E) Combinaciones

Una combinación es una selección o grupo de elementos que se pueden formar con parte o con todos los elementos disponibles de un conjunto.
En una combinación no interesa el orden de sus elementos, es decir una combinación es diferente de otra, si al menos tiene un elemento diferente.

- **Combinaciones simples**

Consideremos n elementos diferentes, los cuales se agrupan de k en k. el número de grupos diferentes con k elementos distintos, denotado por C_k^n, viene dado por:

$$C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Ejemplo:

A una reunión asisten 6 varones y 4 mujeres, se desea formar una junta directiva en donde siempre intervengan 3 mujeres y 2 varones. ¿De cuántas formas distintas se puede formar la junta directiva?

Formas distintas: $C_2^6 \times C_3^4 = \frac{6\times 5}{1\times 2}\times 4 = 60$

Propiedades

1) $C_0^n = C_n^n = 1$

2) $C_k^n = C_{n-k}^n$

3) $C_{k-1}^n + C_k^n = C_k^{n+1}$

4) $C_k^n = \frac{n-k+1}{k} C_{k-1}^n$

5) $\sum_{k=0}^{n} C_k^n = 2^n$

6) $\sum_{k=0}^{t} C_k^m C_{t-k}^n = C_t^{n+m}$

- **Combinaciones con repetición**

El número de combinaciones de k objetos tomados de n objetos, de manera que dos, tres, …, k objetos pueden ser uno mismo y que denotaremos por CR_k^n, está dado por la expresión

$$CR_k^n = C_k^{n+k-1} = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$$

Aritmética

EJERCICIOS

1. En una carrera de maratón, participan 3 ecuatorianos, 4 chilenos, 5 bolivianos y 6 peruanos. Si se asume que todos los corredores terminan la carrera, ¿cuántos podios distintos se pueden dar al acabar la carrera en los cuales no hay chilenos? Dar como respuesta la suma de las cifras.

A) 10 B) 7 C) 12 D) 15

Solución:

Total: 18 atletas.
No puede haber chilenos en los tres primeros lugares.
Luego, quedan 14 atletas.

Total de formas 14·13·12 = 2184. Por lo tanto, la suma de cifras es 15.

Rpta.: D

2. Cierta agrupación parlamentaria debe inscribir a 8 de sus representantes de un total de 13 sin embargo hay 2 de ellos que tienen discrepancias políticas y no podrían estar en la misma lista. ¿Cuántas listas podrían ser inscritas?

A) 875 B) 625 C) 825 D) 750

Solución:

De los 13: 2 discrepan y 11 no discrepan.
Habría 2 casos:

a) Uno de los que discrepan está en la lista:

$$C_1^2.C_7^{11} = 2.C_4^{11} = 2.\frac{11.10.9.8}{1.2.3.4} = 2.330 = 660$$

b) Ninguno de los que discrepan está en la lista.

$$C_8^{11} = C_3^{11} = \frac{11.10.9}{1.2.3} = 165$$

Total de formas: 660 + 165 = 825.

Rpta.: C

3. Los directivos de cierta empresa están formados por 5 personas ellos deben someter a votación la aprobación de un proyecto y ninguno puede abstenerse, pero si pueden votar en blanco considerando que se aprueba el proyecto con al menos 3 votos favorables. ¿Cuántos resultados aprueban el proyecto?

A) 5 B) 7 C) 6 D) 8

Solución:

Como se aprueba con 3 faltaría: 5 – 3 = 2

$CR_2^3 = C_2^{3+2-1} = C_2^4 = 6$. Por lo tanto, 6 aprueban el proyecto.

Rpta.: C

4. Luis es un bibliotecario y ha observado que existe $\overline{abcd}$ formas diferentes de colocar 7 libros en una sola fila de una estantería donde llene todo su espacio, de modo que tres libros determinados estén siempre separados entre sí. Según Luis, ¿cuánto es la suma las cifras de las distintas formas de colocar los libros?

A) 9 B) 7 C) 11 D) 8

Solución:

Libros: 1-2-3-4-5-6-7
Libros separados: 1-3-5, 1-3-6, 1-3-7, 1-4-6,
1-4-7, 1-5-7, 2-4-6, 2-4-7, 2-5-7 y 3-5-7. Hay 10 formas.
En total habrá: $10(3! \times 4!) = 10 \times 6 \times 24 = 1440$.

Por lo tanto, la suma de las cifras es 9. Luego, habrá 3! formas de permutar a dichos libros y al colocar los otros 4 libros habrá 4! formas de permutarlos.

Rpta.: A

5. Luego de terminar el primer semestre de estudios, diez amigos deciden viajar y acampar en Lunahuaná, para ello disponen de tres tiendas de campaña de diferentes capacidades. En una pueden dormir dos personas; en otra, tres, y en otra, cinco. ¿De cuantas formas diferentes se pueden organizar para dormir en las tres tiendas? Dar como respuesta el producto de las dos cifras de mayor orden.

A) 10 B) 15 C) 12 D) 8

Solución:

Se forman tres grupos de personas, por lo que existen

$C_2^{10} \times C_3^8 \times C_5^5 = \frac{10.9}{1.2} \times \frac{8.7.6}{1.2.3} \times 1 = 45 \times 56 = 2520$ formas diferentes de acampar.

Por lo tanto, el producto de las dos cifras de mayor orden: 2.5 = 10

Rpta.: A

6. Cinco padres de familia, cada uno con su respectivo hijo, se ubican alrededor de una fogata. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ubicar tal que cada padre esté al lado de su hijo? Dar como respuesta la suma de las cifras de dicha cantidad.

A) 21 B) 15 C) 18 D) 12

Solución:

$2!2!2!2!2!\times(5-1)! = 32.4! = 768$ Maneras Diferentes

Suma de cifras: 21

Rpta.: A

7. La familia Pérez conformada por 7 miembros desea toma una foto familiar para ello acuerdan que 4 deben estar sentadas y detrás de ellas los tres restantes y deben estar de pie. Luis que es el hijo mayor y es aficionado a la matemática desea saber de cuántas formas diferentes se podrá realizar la toma. Dar la suma de cifras.

A) 9 B) 10 C) 8 D) 11

Solución:

Primero debemos escoger a 4 personas luego serán ordenadas luego ordenamos a las 3 personas que quedan:

$C_3^7 \times P_4 \times P_3 = \frac{7.6.5}{1.2.3}.24.6 = 5040$ Maneras Diferentes

Piden la suma de cifras: 9

Rpta.: A

8. Se formará una comisión de Evaluación Docente en la UNMSM, la cual estará integrada por 3 matemáticos y 4 físicos. Si se cuentan con docentes disponibles para ello, 6 matemáticos y 6 físicos, ¿de cuántas maneras diferentes se podrá formar a dicha comisión si Luis como matemático puro debe conformar la comisión?

A) 150 B) 137 C) 142 D) 125

Solución:

Primero debemos fijar a Luis: $C_2^5 \times C_4^6 = \frac{5.4}{1.2} \times C_2^6 = 10 \times \frac{6.5}{1.2} = 150$ Comisiones

Rpta.: A

9. Jorge tiene diez sobrinos, seis mujeres y el resto varones. ¿De cuántas maneras diferentes los podrá llevar de paseo, si irá con dos mujeres y por lo menos un varón de dichos sobrinos?

A) 150 B) 240 C) 90 D) 225

Solución:

Sobrinos: $10\begin{cases}6 \text{ mujeres}\\4 \text{ varones}\end{cases}$

Casos: (2M; 1V) o (2M; 2V) o (2M; 3V) o (2M; 4V)

$$C_2^6\times C_1^4+C_2^6\times C_2^4+C_2^6\times C_3^4+C_2^6\times C_4^4=C_2^6\times\left(C_1^4+C_2^4+C_3^4+C_4^4\right)=C_2^6\times(2^4-1)=$$

$$\frac{6\times5}{1\times2}\times15=15\times15=225$$

Rpta.: D

10. En los supermercados está permitido usar las cajas rápidas si compramos no más de 9 productos. Si Giannina está interesada en la compra de 4 artículos distintos, ¿de cuántas maneras diferentes realizará la compra?

A) 192 B) 213 C) 165 D) 172

Solución:

Si x, y, z, w representan los cuatro artículos distintos que se van a comprar y que uno de ellos se puede repetir hasta 8 veces

El número total de maneras distintas: $CR_8^4=C_8^{4+8-1}=C_8^{11}=C_3^{11}=\dfrac{11\times10\times9}{1\times2\times3}=165$.

Por lo tanto, la compra se realiza de 165 maneras diferentes.

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Carmen desea comprar una lavadora de ropa, para lo cual ha pensado que puede seleccionar de entre las marcas Samsung y LG, cuando acude a hacer la compra se encuentra que la lavadora de la marca Samsung se presenta en dos tipos de carga (8 u 11 kilogramos), en cuatro colores diferentes y puede ser automática o semiautomática, mientras que la lavadora de la marca LG, se presenta en tres tipos de carga (8, 11 o 15 kilogramos), en dos colores diferentes y puede ser automática o semiautomática. ¿Cuántas maneras tiene esta persona de comprar una lavadora?

A) 12 B) 28 C) 32 D) 18

Solución:

M = Número de maneras de seleccionar una lavadora Samsung.
N = Número de maneras de seleccionar una lavadora de la marca LG.
M = $2\times4\times2$ = 16 maneras.
N = $3\times2\times2$ = 12 maneras.
Por lo tanto, 16 + 12 = 28.

Rpta.: B

2. De los 28 integrantes titulares de la comisión permanente del congreso 2020, 10 son damas. Si se debe elegir a una comisión formada con 6 miembros de los cuales 4 deben ser damas y, cada uno desempeñara cargos diferentes como: presidente, secretario, tesorero, vocal 1, vocal 2 y vocal 3. ¿De cuántas maneras se puede seleccionar a dicha comisión? Dar la suma de cifras.

A) 12 B) 15 C) 18 D) 21

Solución:

Total: 28 integrantes (10 damas y 18 varones)

Primero debemos seleccionar cuatro parlamentarias de las 10:

$$C_4^{10} = \frac{10.9.8.7}{1.2.3.4} = 210$$

Luego debemos seleccionar a dos parlamentarios de los 18:

$$C_2^{18} = \frac{18.17}{1.2} = 153$$

Finalmente, la cantidad de maneras será $210 \times 153 \times 6! = 23133600$

Por lo tanto, $2+3+1+3+3+6+0+0=18$.

Rpta.: C

3. Si David decide repartir 4 caramelos idénticos entre sus 3 sobrinos, ¿de cuántas formas diferentes puede hacer el reparto?

A) 15 B) 10 C) 12 D) 8

Solución:

El reparto puede ser: $004, 013, 022, 031, ...$

$$CR_4^3 = C_4^{3+4-1} = C_4^6 = C_2^6 = \frac{6.5}{1.2} = 15$$

Rpta.: A

4. Un padre tiene tres casas y piensa dejarlas como herencia a sus 2 hijos (no necesariamente todas). ¿De cuántas maneras diferentes puede hacer dicha distribución si es posible que ambos hijos reciban la misma una casa?

A) 2 B) 9 C) 5 D) 3

Solución:

Hijos: x, y

1° forma										2° forma
Casa A	–	–	–	–	x	x	y	y	xy	1° hijo $\rightarrow$ 3 opciones
Casa B	x	y	–	xy	y	–	x	–	–	2° hijo $\rightarrow$ 3 opciones
Casa C	y	x	xy	–	–	y	–	x	–	total $\rightarrow 3\times 3 = 9$ opciones

Rpta.: B

5. Júnior es un ingeniero eléctrico que le solicitan diseñar un circuito con 10 interruptores, que pueda generar 120 estados diferentes al colocar los interruptores en posición 1 o en posición 0. ¿Cuántos tendría que colocar en estado 1 y cuántos en estado 0? Dar la diferencia positiva de dichas cantidades.

A) 2 B) 4 C) 5 D) 3

Solución:

$P^{10}_{n,(10-n)} = 120$

$\dfrac{10!}{n!(10-n)!} = 120 \rightarrow \dfrac{3628800}{n!(10-n)!} = 120 \rightarrow 30240 = n!(10-n)!$

$1.2.3.4.5.6.7 \times 1.2.3 = n!(10-n)! \rightarrow 7!.3! = n!(10-n)! \rightarrow$

$n = 7 \ \vee \ n = 3$

Por lo tanto, 7 – 3 = 4

Rpta.: B

6. Ana y Betty invitarán a 8 de sus amigas a una cena que se llevará a cabo en casa de Ana y cada una de las invitadas asistirá con su respectivo esposo. ¿De cuántas formas se podrán sentar en una mesa redonda, si las parejas de esposos deben estar siempre juntos y además Ana y Betty también deben estar juntas?

A) $10! \times 2^9$ B) $8! \times 2^8$ C) $8! \times 2^7$ D) $8! \times 2^9$

Solución:

Ana y Betty forman un grupo, las 8 amigas con sus respectivos esposos forman 19 cuyos componentes no pueden separase.

La cantidad de formas será: $2^9 \times (9-1)! = 8! \times 2^9$

Rpta.: D

7. Patricia llega a un restaurante con su familia de 7 integrantes, pero solo queda una mesa circular con 5 asientos, para lo cual la familia decide aceptar que queden 2 integrantes parados. Si Patricia le comunica a su hermano Junnior la cantidad de maneras diferentes en que se podrían sentar y Junnior le confirma que dicha cantidad es la correcta, ¿cuál fue la cantidad calculada por Patricia? Dar como respuesta la suma de cifras.

A) 9 B) 11 C) 8 D) 10

Solución:

$N°\text{Personas}: 7$

Escojemos 5 y ordenamos circularmente

$C_5^7 \times P_5^C = \frac{7.6}{1.2} \times 24 = 21 \times 24 = 504$

$\sum \text{cifras} = 9$

Rpta.: A

8. En la institución educativa "Miguel Grau", la profesora Carolina desea premiar a sus 7 mejores alumnos entregándoles: 2 libros de aritmética, 3 de algebra y 2 de geometría. Si a cada alumno le tocó un libro, ¿de cuántas maneras diferentes la profesora puede entregar los premios?

A) 195 B) 200 C) 180 D) 210

Solución:

$N°$ de Formas:

$C_2^7 \times C_3^5 \times C_2^2 = \left(\frac{7.6}{1.2}\right)\left(\frac{5.4}{1.2}\right) = 210$

Rpta.: D

9. Ángel es un marino que dispone de 9 banderas del mismo tamaño, cada una de un solo color, pero diferentes entre ellas, las cuales izará en un mástil una a continuación de otra, para hacer señales a los barcos. Si cada señal está compuesta por 2 o 3 banderas, ¿cuántas señales diferentes puede hacer el Ángel?

A) 720 B) 648 C) 576 D) 504

Solución:

Como el orden en que se colocarán las banderas interesa y se empleará algunas de ellas, es una Variación.

$\#\ \text{Señales diferentes} = V_2^9 + V_3^9 = 72 + 504 = 576$

Rpta.: C

10. Un entrenador de fútbol tiene 10 pelotas idénticas y desea repartirlas entre 3 alumnos. Si puede darse el caso que uno o más alumnos no reciba pelota alguna, ¿de cuántas maneras diferentes podrá el entrenador hacer la repartición?

A) 96 B) 128 C) 66 D) 220

Solución:

$\#\ \text{maneras} = CR_{10}^3 = C_{10}^{3+10-1} = C_{10}^{12} = 66$

Rpta.: C

Aritmética

EJERCICIOS

1. ¿Cuántos números enteros positivos de 6 cifras, existen de manera que el producto de sus cifras sea igual a 16?

A) 120 B) 140 C) 450 D) 260

Solución:

$\overline{abcdef}$

821111

441111

422111

222211

$$P_4^6 + P_{2,4}^6 + P_{3,2}^6 + P_{4,2}{}^6 = 30 + 15 + 60 + 15 = 120$$

$$\therefore\ Cant.\ númer. = 120$$

Rpta.: A

2. Para la elaboración de un examen se reúnen 3 profesores de aritmética, 3 profesores de álgebra, 2 de trigonometría y 2 de geometría; todos ellos se ubican en una mesa circular de 10 asientos y se sabe que, los profesores de un mismo curso deben estar juntos. ¿De cuántas formas posibles se podrán ubicar?

A) 840 B) 812 C) 870 D) 864

Solución:

$\#\text{formas} = 3!3!3!2!2! = 864$

Rpta.: D

3. Se contrata una flota de nueve buses para llevar de excursión a tres lugares turísticos distintos, de tal forma que tres vayan al primer lugar, cuatro al segundo lugar y dos al tercer lugar. ¿De cuántas formas diferentes se puede lograr esta distribución?

A) 1260 B) 1284 C) 1280 D) 1720

Solución:

$\#\text{formas} = C_3^9 \times C_4^6 \times C_2^2 = 1260$

Rpta.: A

4. Pedro se olvidó la clave de acceso de su tarjeta de crédito, solo recuerda que consta de cuatro cifras impares y que la suma de las cifras que se ubican en los extremos y los que ocupan los dos lugares centrales es 10. ¿Cuántas tentativas como máximo debe realizar para dar con su clave?

A) 25 B) 24 C) 16 D) 18

Solución:

Cifras impares: 1, 3, 5, 7, 9 clave de acceso:

a	b	c	d

Donde a + d = 10 b + c = 10

1 + 9 = 10 1 + 9 = 10

3 + 7 = 10 3 + 7 = 10

5 + 5 = 10 5 + 5 = 10

7 + 3 = 10 7 + 3 = 10

9 + 1 = 10 9 + 1= 10

Número de tentativas = 5 x 5 = 25

Rpta: A

5. De un cuestionario de 12 preguntas, ¿de cuántas maneras se pueden responder 7 correctas, 3 incorrectas y 2 sin responder?

A) 7920 B) 8820 C) 7620 D) 6840

Solución:

$P_{7,3,2}^{12} = \frac{12!}{7! \times 3! \times 2!} = 7920$

Rpta.: A

6. De un grupo de siete personas, dos son hermanos y otros dos están enemistados, se disponen a ubicarse sentándose alrededor de una mesa circular con siete sillas. Si los hermanos se deben sentarse juntos, pero los dos enemistados no, ¿de cuántas maneras diferentes podrán ubicarse todos ellos?

A) 192 B) 216 C) 96 D) 144

Solución:

Enemistados A y B:

de maneras de hermanos = # de maneras que juntos – # de maneras hermanos juntos
juntos pero A y B separados solo hermanos juntos y A y B juntos

$$= P_6^c . P_2 - P_5^c . P_2 . P_2$$
$$= 5! . 2! - 4! . 2! . 2! = 144$$

Rpta.: D

7. En una panadería solo vende tres tipos de panes: francés, caracol y baguetino. ¿De cuántas maneras diferentes se podrá comprar ocho panes?

A) 30 B) 45 C) 35 D) 48

Solución:

$$CR_8^3 = C_8^{10} = 45$$

Rpta.: B

8. De un grupo de quince personas se eligen a seis para invitarles a una reunión. ¿De cuántas maneras se pueden cursar la invitación, si entre ellas hay tres hermanos y si se invita a uno de ellos se tiene que invitar a los otros dos?

A) 5225 B) 847 C) 2715 D) 1144

Solución:

$$\begin{aligned} \#\text{maneras} &= C_3^3 C_3^{12} + C_0^3 C_6^{12} \\ &= 220 + 924 \\ &= 1144 \end{aligned}$$

Rpta.: D

9. Con los dígitos: 1, 2, 3, 4, 5 y 6, ¿cuántos números pares diferentes de cinco cifras pueden formarse sin que se repita alguna cifra, y además cada uno de estos números debe tener al dígito 1?

A) 260 B) 288 C) 145 D) 336

Solución:
Total de números: $4(2.3.4.3) = 288$

Rpta.: B

10. Se tiene 7 libros de distintos autores, 3 de ellos son Geometría y 4 de Aritmética. ¿De cuántas formas diferentes se puede ordenar los libros en un estante que tiene espacio para esos 7 libros, si estos deben estar intercalados?

A) 120 B) 256 C) 144 D) 98

Solución:

Total de formas = 4!.3! =144

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. ¿De cuántas formas se puede hacer un equipo de fulbito (1 portero, 2 defensas, 1 volante y 2 delanteros) teniendo en la nómina 2 porteros, 3 defensas, 3 volantes y 4 delanteros ?

A) 336 B) 108 C) 64 D) 256

Solución:

$\#\text{formas} = C_1^2 \text{ x } C_2^3 \text{ x } C_1^3 C_2^4 = 108$

Rpta.:B

2. ¿Cuántos números de cuatro cifras distintas se pueden formar con los dígitos 2,4,6,8?

A) 16 B) 24 C) 36 D) 120

Solución:

4 x 3 x 2 x 1 = 24

Rpta.: B

3. De cinco varones y nueve damas. ¿De cuántas maneras se puede formar una comisión de seis miembros en la que participen por lo menos tres varones y por lo menos una dama?

A) 1260 B) 1089 C) 1045 D) 1029

Solución:

$C_3^5.C_3^9 + C_4^5 C_2^9 + C_5^5 C_1^9 = 10 \text{ x } 84 + 5 \text{ x } 36 + 9 = 1029$

Rpta.: D

4. A la Facultad de Ciencias Matemáticas de la UNMSM se presentan 25 candidatos para concursar en la carrera de docente, de los cuales 10 son extranjeros y 15 son peruanos. Si se ponen a concurso 6 plazas, ¿de cuántas maneras puede ocurrir que 3 de ellas sean ocupadas por extranjeros?

A) 52 400 B) 54 600 C) 54 500 D) 53 640

Solución:

$$\#\text{formas} = C_3^{10} \times C_3^{15} = 120 \times 455 = 54600$$

Rpta.: B

5. Diez atletas participan en una carrera de 100 metros planos. Si no hay empates, ¿de cuántas maneras diferentes pueden ubicarse en los cuatro primeros lugares?

A) 5040 B) 5030 C) 5990 D) 5720

Solución:

$$V_4^{10} = \frac{10!}{(10-4)!} = 5040$$

Rpta.: A

6. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden comprar tres unidades de frutas, si la bodega donde vende las frutas solo tiene plátanos, naranjas, manzanas, mandarinas, chirimoyas y lúcumas?

A) 28 B) 20 C) 48 D) 56

Solución:

$$CR_3^6 = C_3^8 = \frac{8!}{3! \times (8-3)!} = 56$$

Hay 56 maneras diferentes.

Rpta.: D

7. Seis amigos con sus respectivas parejas ingresan a un restaurante y solo encuentran una mesa circular de 12 asientos. ¿De cuántas maneras diferentes se podrán ubicar alrededor de mesa circular si cada persona debe estar al lado de su pareja?

A) 7180 B) 7680 C) 7540 D) 7320

Solución:

¡Total= 5!.2.2.2.2.2.2=7680

Rpta.: B

8. Una combi está con cinco pasajeros a bordo y se detiene en cinco paraderos diferentes. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden bajar los cinco pasajeros en los cinco paraderos?

A) 120 B) 720 C) 5005 D) 3125

Solución:

$\#\text{maneras} = 5.5.5.5.5. = 3125$

Rpta.: D

9. Se debe asignar la carga docente a diez profesores de matemática. ¿De cuántas maneras se puede repartir si se requiere seis para el curso de aritmética, 2 para geometría y 2 para algebra?

A) 1260 B) 2150 C) 1450 D) 2400

Solución:

$$\mathbf{C_6^{10}.C_2^4.C_2^2} = \frac{\mathbf{10.9.8.7}}{\mathbf{1.2.3.4}}.\frac{\mathbf{4.3}}{2}.\mathbf{1} = 1260$$

Rpta.: A

10. Diez alumnos participan en un simulacro de sismo. Si deben ubicarse en la zona de sismo, formando una ronda de cuatro personas y alrededor de ellas otra ronda de seis personas, ¿de cuántas maneras pueden ubicarse?

A) 151200 B) 151344 C) 150112 D) 503360

Solución:

$C_4^{10}\,x\,3!\,x\,C_6^6\,x\,5! = 151200$

Rpta.: A

Aritmética

EJERCICIOS

1. La línea 1 del Metro de Lima tiene 26 estaciones. Si se entregaran boletos que solo lleven impresas las estaciones de origen y destino, ¿cuántos tipos de boletos diferentes como máximo se tendrán que emitir?

A) 300 B) 325 C) 1300 D) 650 E) 351

Solución:

Dado que las estaciones de origen y destino no pueden coincidir, y además, dadas dos estaciones, es importante saber si corresponden al principio o al final del trayecto, hay un total de

$$V_2^{26} = 26X25 = 650 \quad boletos$$

Rpta.: D

2. En el hospital San Bartolomé se utiliza una serie de cinco caracteres para clasificar las historias clínicas de sus pacientes, de manera que los dos primeros son letras diferentes y los tres últimos son dígitos. Si solo se dispone de 25 letras diferentes, ¿cuántas series distintas como máximo podrán utilizarse?

A) 432 000 B) 625 000 C) 600 000 D) 12 096 E) 576 000

Solución:

$$\#(maneras) = 25X24X10X10X10 = 600000$$

Rpta.: C

3. En una kermés hay un juego de cuyes donde intervienen 4 de ellos y además hay una fila de 7 cajones con 2 orificios cada uno para que entren los cuyes. ¿De cuántas maneras diferentes pueden entrar los cuyes, si en cada cajón solo puede entrar un cuy?

A) 6720 B) 13440 C) 1920 D) 8960 E) 17920

Solución:

$$\#(maneras) = 7X2X6X2X5X2X4X2 = 13440$$

Rpta.: B

4. Hanna tiene 6 amigos y siempre va al cine acompañada por lo menos con tres de ellos. ¿Cuántas alternativas diferentes de compañía tiene Hanna para ir al cine?

A) 58 B) 57 C) 49 D) 63 E) 42

Solución:

$$C_0^6 + C_1^6 + C_2^6 + C_3^6 + C_4^6 + C_5^6 + C_6^6 = 2^6$$

$$\#(alternativas) = 64 - C_0^6 - C_1^6 - C_2^6 = 64 - 1 - 6 - 15 = 42$$

Rpta.: E

5. Si dos mujeres y tres varones desean sentarse alrededor de una mesa circular con seis asientos, considerando el asiento vacío sobrante junto y entre ambas mujeres, ¿de cuántas maneras diferentes pueden hacerlo?

A) 20 B) 24 C) 48 D) 12 E) 40

Solución:

$$\#(maneras) = 3!\,X\,2 = 12$$

Rpta.: D

6. Vanesa comienza a ordenar, al azar, en fila las letras de la palabra RAZONAR y siempre de forma distinta. ¿Después de cuántos ordenamientos, como mínimo, Vanesa estará segura que en uno de los ordenamientos todas las letras se ubicaron en orden alfabético?

A) 1440 B) 2520 C) 1259 D) 5039 E) 1260

Solución:

$$\#(total\ \ de\ \ ordenamientos) = P_{2,2}^{7} = \frac{7!}{2!X2!} = 1260$$

Las letras se ubican en orden alfabético en un único caso el cual es AANORRZ
Para que Vanesa esté segura de obtener AANORRZ tiene que realizar como mínimo 1260 ordenamientos.

Rpta.: E

7. Un hotel va a hospedar a siete médicos que asisten a un congreso de ginecología en Cartagena. Si solo hay disponible una habitación triple y dos dobles, ¿de cuántas maneras diferentes se les puede asignar a una habitación?

A) 120 B) 80 C) 210 D) 180 E) 100

Solución:

$$\#(maneras) = C_3^7 X C_2^4 X C_2^2 = 210$$

Rpta.: C

8. Cuatro estudiantes mujeres y 2 varones, se van a sentar en las carpetas A y B con asientos para tres personas cada una. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ubicar los 6 estudiantes, si en la carpeta A debe haber por lo menos un varón?

A) 924 B) 468 C) 432 D) 1008 E) 576

Solución:

$$\#(maneras) = C_1^2 X C_2^4 X 3! X C_1^1 X C_2^2 X 3! + C_2^2 X C_1^4 X 3! X C_3^3 X 3!$$
$$\#(maneras) = 2x6x6x6 + 4x6x6 = 576$$

Rpta.: E

9. En un bazar se ofrecen a la venta mochilas del mismo modelo pero de cinco colores diferentes. Si se desea comprar un total de cuatro mochilas y cualquier compra puede ser atendida, ¿de cuántas maneras diferentes se pueden adquirir dicho total?

A) 382 B) 56 C) 495 D) 525 E) 70

Solución:

$$CR_4^5 = \frac{(5+4-1)!}{4!4!} = \frac{8!}{4!4!} = \frac{5X6X7X8}{2X3X4} = 70$$

Rpta.: E

10. En una tienda solo se vende duraznos, peras y manzanas, por unidades. Si se desea comprar nueve unidades de estas frutas y se tiene la cantidad de fruta suficiente para atender cualquier pedido, ¿de cuántas maneras diferentes se puede realizar dicha compra?

A) 91 B) 110 C) 165 D) 55 E) 72

Solución:

$$CR_9^3 = \frac{11!}{9!2!} = \frac{11\,.\,10}{2\,.\,1} = 55$$

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En una competencia de canotaje, un bote tiene 4 asientos en cada lado y es tripulado por 6 hombres, de los cuales Arturo, José y Carlos reman solo en el lado izquierdo; Sergio, Alejandro y Roberto, solo en el lado derecho. ¿De cuántas maneras puede ordenarse la tripulación?

A) 36 B) 576 C) 144 D) 720 E) 768

Solución:

$$\#\left(maneras\right) = V_3^4 X V_3^4 = 576$$

Rpta.: B

2. En una librería solo tienen 68 juegos de escuadras (todos iguales), 30 cuadernos de 100 hojas (todos iguales), 20 cajas de colores (todas iguales) y 40 cuadernos de control (todos iguales). Si Gerardo, Sebastián, María y Jorge ingresan en la librería y cada uno compra un artículo de escritorio, ¿de cuántas maneras diferentes podrían escoger dichos artículos?

A) 256 B) 64 C) 1024 D) 512 E) 128

Solución:

$$\#\left(maneras\right) = 4X\,4X\,4X\,4 = 256$$

Rpta.: A

3. ¿Cuántos números de 6 cifras diferentes son múltiplos de 5 y tienen a 2 como cifra de centenas de millar?

A) 5208 B) 1736 C) 3360 D) 1680 E) 672

Solución:

$$\#(numeros) = 1X8X7X6X5X1 + 1X8X7X6X5X1 = 3360$$

Rpta.: C

4. Si contamos con un jardín que produce 5 flores de diferentes variedades, y la cantidad de flores de cada tipo en cada ramillete que se prepara para vender siempre es la misma, ¿cuántos ramilletes diferentes se pueden formar?

A) 32 B) 23 C) 15 D) 31 E) 25

Solución:

$$C_0^5 + C_1^5 + C_2^5 + C_3^5 + C_4^5 + C_5^5 = 2^5$$
$$\#(ramilletes) = 32 - 1 = 31$$

Rpta.: D

5. Cinco niños del I.E. Dionisio Manco Campos se van de campamento, y cada niño va acompañado de su padre y su madre. Deciden realizar una fogata en la noche. Si cada niño se sienta entre su padre y su madre a la hora de la fogata, ¿de cuántas maneras diferentes se podrán colocar alrededor de la fogata?

A) 960 B) 768 C) 600 D) 192 E) 1236

Solución:

$$\#(maneras) = 4!X2^5 = 768$$

Rpta.: B

6. El equipo de fútbol "San Sebastián" participa en 12 juegos en una temporada. ¿De cuántas maneras diferentes podrán obtener 7 victorias, 3 empates y el resto derrotas?

A) 6420 B) 8640 C) 11880 D) 7920 E) 6930

Solución:

$$\#(maneras) = \frac{12!}{7!3!2!} = 7920$$

Rpta.: D

7. Las diagonales de un polígono convexo se obtienen uniendo un par de vértices no adyacentes. ¿Cuántos lados tiene el polígono convexo, donde se cumple que su número de lados coincide con su número total de diagonales?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 5

Solución:

Para un polígono de n lados, podemos deducir que el número total de diagonales está dado por $C_2^n - n$

Luego operando $C_2^n - n = \dfrac{n(n-1)}{2} - n = \dfrac{n^2 - 3n}{2}$

Si existe algún polígono donde el número de lados es igual al número de diagonales se tiene

$$n = \frac{n^2 - 3n}{2}$$

$n = 5$ (el pentágono).

Rpta.: E

8. En el Club Deportivo Bujama Alta, practican 4 karatecas y 8 tenistas. ¿Cuántos grupos diferentes de 6 integrantes cada uno pueden formarse, de tal manera que en cada grupo esté por lo menos un karateca?

A) 896 B) 980 C) 868 D) 644 E) 840

Solución:

$$\#(grupos) = C_1^4 XC_5^8 + C_2^4 XC_4^8 + C_3^4 XC_3^8 + C_4^4 XC_2^8$$

$$\#(grupos) = 4x56 + 6x70 + 4x56 + 28 = 896$$

Rpta.: A

9. En el tren de Cusco a Machu Picchu, donde viajan solo pasajeros de Francia, China y Alemania, se elige al azar a 5 de ellos para realizar una encuesta. ¿De cuántas maneras diferentes pueden resultar las nacionalidades de los elegidos?

A) 24 B) 28 C) 21 D) 15 E) 32

Solución:

$$\mathbf{CR}_5^3 = \frac{(5+3-1)!}{5!\,(3-1)!} = \frac{7!}{5!\,2!} = 21$$

Rpta.: C

10. ¿Cuántos productos diferentes, cada uno de tres factores primos, puede obtenerse utilizando solo los números 2, 3, 5, 7?

A) 15 B) 20 C) 24 D) 64 E) 18

Solución:

$$CR_3^4 = \frac{(4+3-1)!}{3!(4-1)!} = \frac{6!}{3!3!} = 20$$

Rpta.: B

Aritmética

EJERCICIOS

1. Una familia se acaba de mudar a una nueva ciudad donde existen dos clínicas médicas fácilmente accesibles, cada una tiene dos ginecólogos y 3 pediatras. Si dicha familia requiere los servicios tanto de un ginecólogo como de un pediatra y decide atenderse en una misma clínica, ¿de cuántas maneras diferentes puede hacer su elección?

A) 6 B) 24 C) 3 D) 18 E) 12

Solución:

$$\#(\text{maneras de realizar la elección}) = \underset{\text{clínica1}}{2x3} + \underset{\text{clínica2}}{2x3} = 12$$

Rpta.: E

2. Cuatro varones y tres mujeres van al cine y se ubican en una misma fila de siete asientos adyacentes desocupados. Si los varones deciden no tomar asiento uno al lado del otro, ¿de cuántas maneras diferentes pueden tomar asiento las siete personas?

A) 840 B) 420 C) 5040 D) 240 E) 144

Solución:

$$\#(maneras) = 4!x3! = 144$$

Rpta.: E

3. En un partido de fútbol el árbitro cobró un penal; ante el reclamo de 5 jugadores el árbitro muestra, una tarjeta por jugador, donde 3 tarjetas son amarillas y 2 son rojas. ¿De cuántas maneras diferentes podría mostrar dicha sanción?

A) 6 B) 15 C) 25 D) 10 E) 20

Solución:

$$N^o\ maneras = P_{3,2}^{5} = \frac{5!}{(3!)2!} = 10$$

Rpta.: D

4. Cuatro médicos, acompañados cada uno por dos de sus hijos, ingresan a un restaurante para almorzar. ¿De cuántas maneras diferentes se podrán ubicar alrededor de una mesa circular con 12 sillas desocupadas, si cada médico se sienta siempre junto y entre sus hijos?

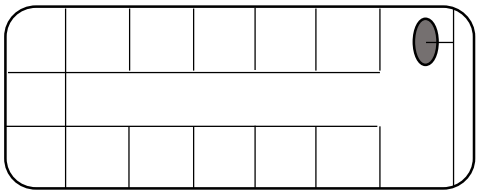
A) 384 B) 24 C) 96 D) 192 E) 1296

Solución:

#(Maneras que pueden ubicarse)= 3!x2x2x2x2= 96

Rpta.: C

5. Un minibús cuenta con un pasillo en el centro, cinco filas con un asiento a cada lado del pasillo y al final tres asientos juntos, como se muestra en el diagrama. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ubicar once pasajeros, si entre ellos viajan tres amigos que subieron primero que todos y decidieron viajar juntos en los últimos tres asientos?



A) $10!$ B) $20(9!)$ C) $720(3!)$ D) $11!$ E) $3(10!)$

Solución:

Maneras = $(3!)10x9x8x7x6x5x4x3 = 3(10!)$

Rpta.: E

6. Elisa preparó tres litros de chicha de jora y dos litros de chicha de maní. Ella dispone de doce jarras de colores diferentes de un litro de capacidad cada una. ¿De cuántas maneras diferentes puede escoger las jarras para llenarlas con las chichas preparadas?

A) 10560 B) 2534 C) 7920 D) 4840 E) 792

Solución:

$$\#(\text{maneras}) = C_3^{12} \mathbf{X} C_2^9 = 220 \mathbf{X} 36 = 7920$$

Rpta.: C

7. Ocho escolares llegan a un parque de atracciones donde hay dos juegos mecánicos de forma circular con capacidad para 5 personas cada uno. ¿De cuántas maneras diferentes podrán ubicarse, todos ellos, en los juegos si en cada uno debe haber igual cantidad de escolares y ninguna otra persona comparte con ellos los juegos?

A) 10 080 B) 576 C) 40 320 D) 20 160 E) 63 000

Solución:

$$\#(maneras) = C_4^8 . C_3^4 . (3!) . C_3^4 . (3!) = 40\ 320$$

Rpta.: C

8. César prepara una práctica de 8 ejercicios que debe contener ejercicios fáciles, intermedios y difíciles. Él tiene un grupo de 5 ejercicios fáciles, 5 intermedios y 5 difíciles. ¿De cuántas maneras diferentes podrá preparar la práctica si la cantidad de ejercicios fáciles debe ser mayor que la de los intermedios y esta debe ser mayor que la de los difíciles?

A) 250 B) 50 C) 125 D) 310 E) 300

Solución:

(maneras)= $C_5^5.C_2^5.C_1^5 + C_4^5.C_3^5.C_1^5 = 1.10.5 + 5.10.5 = 300$

Rpta.: E

9. Gustavo dispone de varias monedas alusivas a la "Estela de Raimondi", "Tumi de oro" y "Machu Picchu" que pertenecen a la serie numismática "Riqueza y Orgullo del Perú". ¿De cuántas maneras diferentes puede escoger 30 monedas para intercambiar con un coleccionista español?

A) 406 B) 528 C) 465 D) 435 E) 496

Solución:

$\#(\text{maneras}) = CR_{30}^{3} = C_{30}^{3+30-1} = C_{30}^{32} = 496$

Rpta.: E

10. Si m, n, p y q representan números enteros no negativos, ¿cuántas soluciones diferentes tiene la ecuación m + n + p + q = 11?

A) 364 B) 91 C) 1001 D) 715 E) 455

Solución:

$CR_{11}^{4} = C_{11}^{4+11-1} = C_{11}^{14} = 364$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Diez atletas participan en una competencia. Si al final no hubo empates, ¿de cuántas maneras podrían haber sido ocupados los cuatro primeros lugares?

A) 3450 B) 4850 C) 5630 D) 6240 E) 5040

Solución:

$\#(\text{maneras}) = V_4^{10} = 5040$

Rpta.: E

2. El propietario de una vivienda que va a llevar a cabo una remodelación requiere los servicios tanto de un contratista de electricidad como de un contratista de gasfitería y una tienda donde comprar los productos necesarios. Si existen 9 contratistas electricistas, 12 contratistas de gasfitería y 5 tiendas disponibles en el área, ¿de cuántas maneras pueden ser elegidos la tienda y los contratistas?

A) 1320 B) 105 C) 540 D) 1100 E) 405

Solución:

$\#(maneras\ de\ elegir\ 2\ contratistas\ y\ una\ tienda) = 9X12X5 = 540$

Rpta.: C

3. Ocho amigos practican canotaje en Lunahuaná. Si en cada lado del bote se ubican 4 personas y uno de los amigos no puede ir al lado derecho, ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ubicar los amigos en el bote?

A) 5040 B) 20160 C) 10080 D) 40320 E) 15120

Solución:

(Maneras que pueden ubicarse en el bote)= $\left(C_3^7 P_4\right) P_4$ = 4x7!=20160

Rpta.: B

4. Un equipo de seguridad que consta de 10 miembros debe distribuirse para el cuidado de tres bancos X, Y, Z a razón de 4, 4 y 2 miembros de seguridad respectivamente. ¿De cuántas formas diferentes se puede realizar la distribución?

A) 3150 B) 2450 C) 4260 D) 1860 E) 2880

Solución:

$$N^{\circ}\ maneras = P_{4,4,2}^{10} = \frac{10!}{(4!)(4!)2!} = 3150$$

Rpta.: A

5. Seis parejas de esposos se encuentran danzando en una pista de baile, de acuerdo a la coreografía deben formar una ronda de tal manera que varones y damas queden intercalados, ¿de cuántas maneras diferentes pueden formar la ronda?

A) 518 400 B) 14 400 C) 17 280 D) 720 E) 86 400

Solución:

$\#(rondas\ posibles) = 5!X6! = 86400$

Rpta.: E

6. Se tiene una colección de libros que cuenta con cierto número de tomos, todos diferentes, y se sabe que, tomando cada vez 7 tomos distintos se pueden obtener tantas combinaciones como tomando 5 a la vez. ¿Cuántos tomos tiene la colección?

A) 10 B) 25 C) 18 D) 15 E) 12

Solución:

$$C_5^n = C_7^n \rightarrow \frac{n!}{7!(n-7)!} = \frac{n!}{5!(n-5)!} \rightarrow (n-5)(n-6) = 42 \rightarrow n = 12$$

Por lo tanto el número de tomos de la colección es 12.

Rpta.: E

7. El profesor de Geometría entrega a Fernando, en calidad de préstamo, una hoja bond donde graficó 8 puntos de manera que a lo mas 2 de ellos son colineales y le indica que fotocopie la mencionada hoja y construya en cada fotocopia un polígono diferente. Si Fernando no comete errores, ¿cuántas fotocopias utilizará como máximo?

A) 36 B) 219 C) 242 D) 220 E) 247

Solución:

máximo # (fotocopias) = $C_3^8 + C_4^8 + C_5^8 + C_6^8 + C_7^8 + C_8^8 = 2^8 - \left(C_0^8 + C_1^8 + C_2^8\right) = 219$

Rpta.: B

8. Javier tiene 12 amigos e invitará a tres de ellos a su fiesta. ¿De cuántas maneras puede invitarlos si entre los 12 amigos hay tres parejas de novios los cuales cuando reciben una invitación cada novio o su respectiva novia siempre asisten juntos a su pareja?

A) 20 B) 18 C) 48 D) 38 E) 60

Solución:

i) Invita a 3 solteros ➔ $C_3^6 = 20$
ii) Invita 1 soltero y una pareja ➔ $C_1^6 \, x \, C_1^3 = 18$

En la fiesta de Alfredo habrá 3 invitados: (3 solteros) o (1 soltero y 1 pareja de novios) ➔ 20 + 18 = 38

Rpta.: D

9. Vanesa ingresa a una pastelería para comprar 7 pasteles y encuentra solo de 3 sabores: de fresa, de chocolate y de vainilla, ¿cuántas opciones diferentes de compra tiene Vanesa?

A) 21 B) 24 C) 48 D) 36 E) 28

Solución:

$CR_7^3 = C_7^{3+7-1} = C_7^9 = 36$

Rpta.: D

10. Luis es vendedor de chocotejas y como promoción ha decidido obsequiar 25 muestras de su producto a 7 clientes, con la condición de que todos reciban al menos dos muestras, ¿de cuántas maneras diferentes puede hacerlo?

A) 12 376 B) 12 356 C) 31 824 D) 5040 E) 6 188

Solución:

Si cada cliente recibe como obsequio 2 muestras entonces 14 muestras ya están destinadas, quedan por obsequiar solo 11 muestras.

$\mathbf{CR}_{11}^{7} = \mathrm{C}_{11}^{7+11-1} = \mathrm{C}_{11}^{17} = 12\ 376$

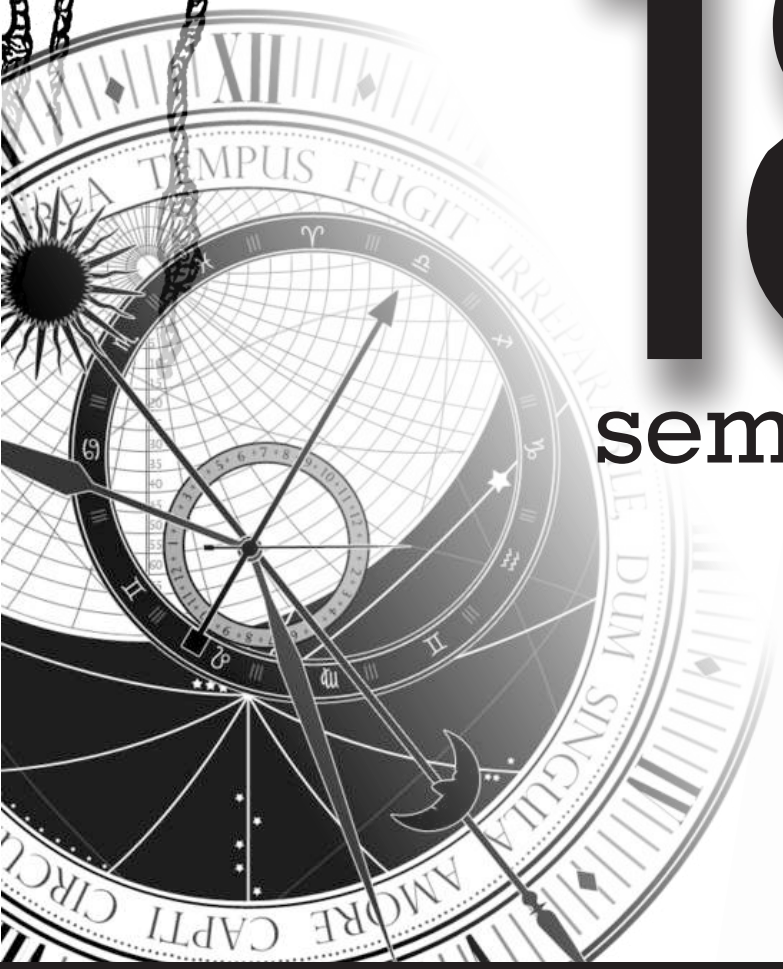
Rpta.: A

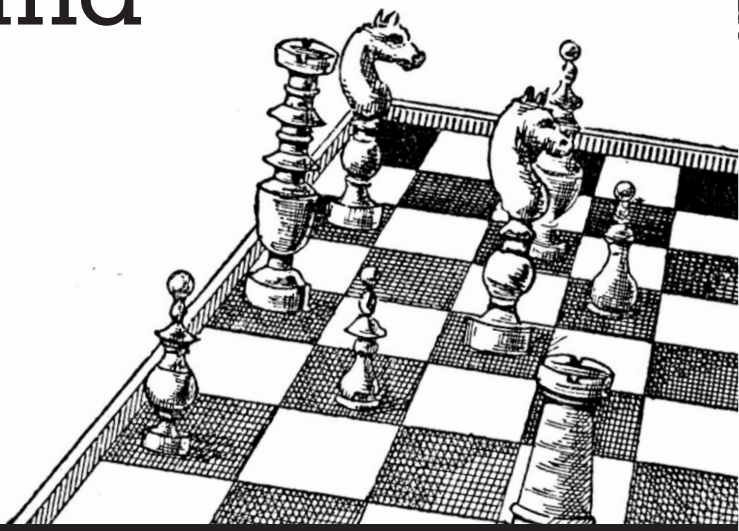
ARITMÉTICA

MANUAL DE PRACTICAS Y EJERCICIOS

18

semana





pre SAN MARCOS

Manhattan Editores

Aritmética

TEORÍA DE PROBABILIDAD

La Teoría de Probabilidad tiene como objetivo el estudio de las leyes que gobiernan los fenómenos aleatorios, es decir, trata con las propiedades de los fenómenos aleatorios que dependen esencialmente de la noción de aleatoriedad y no de otros aspectos del fenómeno considerado.

Caracterización de un fenómeno aleatorio

Tiene los siguientes rasgos:

1. Se podrían repetir indefinidamente las observaciones bajo condiciones esencialmente invariables.
2. Se es capaz de describir todos los posibles resultados de una observación, aun cuando no sea posible establecer lo que será un resultado particular.
3. Los resultados individuales de las observaciones repetidas pueden ocurrir de manera accidental.

Espacio Muestral (Ω) : Es el conjunto de todos los resultados posibles que se pueden obtener de una sola observación realizada, o más brevemente del experimento aleatorio.

Evento o Suceso (A) : Es cualquier subconjunto del espacio muestral.

Probabilidades de sucesos en espacios muestrales finitos equiprobables

Sea $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,...,\omega_n\}$ el espacio muestral asociado a un experimento aleatorio tal que todos los sucesos elementales ω_i tienen la misma probabilidad de ocurrir, entonces Ω es un espacio muestral finito equiprobable.

$$\text{Sea } A\subset\Omega \Rightarrow \quad P(A)=\frac{\lfloor \text{Número de elementos del suceso A} \rfloor}{\left[\text{Número de elementos del espacio muestral}\right]}=\frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Ejemplo: En el "BANQUITO LOS 11" hay cinco hombres y seis mujeres como candidatos para formar una comisión. Si se elige al azar cuatro personas, ¿cuál es la probabilidad de formar con ellas una comisión mixta?

Solución:

A:"Se forma una comisión mixta de 4 miembros"

$$P(A)=\frac{C_1^5xC_3^6+C_2^5xC_2^6+C_3^5xC_1^6}{C_4^{11}}=\frac{31}{33}$$

Propiedades

1. $0\le P(A)\le 1$
2. $P(A)+P(A^C)=1$, donde A^C es el sucesor contrario al suceso A.
3. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$, donde A y B son sucesos cualesquiera.

Sucesos Mutuamente Excluyentes

Dos sucesos A y B son mutuamente excluyentes, si no pueden ocurrir ambos simultáneamente.

$$A \cap B = \varnothing \rightarrow P(A \cap B) = 0 \rightarrow P(AUB) = P(A) + P(B)$$

Ejemplo: La distribución de tipos de sangre de los integrantes de raza blanca de una determinada ciudad es aproximadamente la siguiente:

Tipo de sangre	A	B	AB	O
Porcentaje	40%	11%	4%	45%

Tras un accidente automovilístico, un individuo de raza blanca es conducido de emergencia a una clínica. Si se le hace un análisis de sangre para establecer el grupo al que pertenece, ¿cuál es la probabilidad de que sea del tipo A, o del tipo B o del tipo AB?

Solución

Tenemos eventos mutuamente excluyentes

$$P(A \cup B \cup AB) = P(A) + P(B) + P(AB) = 0,40 + 0,11 + 0,04 = 0,55$$

Probabilidad Condicional

Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral Ω, donde $P(B) > 0$. La probabilidad de que ocurra el suceso A, dado que el suceso B ha ocurrido, que denotaremos por $P(A/B)$, está definido por

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Ejemplo: Al lanzar tres dados perfectos, la suma de los puntajes obtenidos en las caras superiores siempre es un número impar; ¿cuál es la probabilidad de que dicha suma sea mayor que 6?

Solución

Evento B: La suma de los puntajes obtenidos de las caras superiores siempre es un número impar.

$$B = \{3;5;7;9;11;13;15;17\} \rightarrow n(B) = 8$$
$$\Omega = \{3;4;5;6;7;8;9;10;11;12;13;14;15;16;17;18\} \rightarrow n(\Omega) = 16$$

Evento A: la suma es mayor que 6.

$$A = \{7;9;11;13;15;17\}$$
$$A \cap B = \{7;9;11;13;15;17\} \rightarrow n(A \cap B) = 6$$

$$P(A/B)=\frac{\frac{6}{16}}{\frac{8}{16}}=\frac{3}{4}$$

Ejemplo: En la tienda de "DON RAMONCITO", hay 60 tarros de leche chocolatada de la marca X y 40 tipo *light* de la misma marca, también hay 50 tarros de leche chocolatada de la marca Z y 30 tipo *light* de la misma marca. Si se vende un tarro de leche al azar, halle:

a) La probabilidad de que sea de la marca X, dado que es leche chocolatada.
b) La probabilidad de que sea leche chocolatada, dado que es de la marca X.

Solución

	Leche chocolatada (A)	**Leche *light* (B)**	
X	**60**	**40**	**100**
Z	**50**	**30**	**80**
	110	**70**	**180**

a) $P(X/A)=\dfrac{\frac{60}{180}}{\frac{110}{180}}=\dfrac{6}{11}$

b) $P(A/X)=\dfrac{\frac{60}{180}}{\frac{100}{180}}=\dfrac{3}{5}$

Regla de la Multiplicación

Dados dos sucesos A y B tal que $P(A)>0$, se tiene

$$P(A\cap B)=P(A)P(B/A)$$

Ejemplo: De un grupo de 180 turistas se sabe que 120 hablan inglés, 72 hablan francés y 24 hablan los dos idiomas. Si seleccionamos al azar a un turista del grupo ¿Cuál es la probabilidad de que hable francés sabiendo que habla inglés?

Solución:

Según los datos

	Habla inglés	**No habla inglés**	**Total**
Habla francés	24	48	72
No habla francés	96	12	108
Total	120	60	180

$$P(F \mid I) = \frac{P(F \cap I)}{P(I)} = \frac{24/180}{120/180} = 0{,}2$$

TEOREMA DE PROBABILIDAD TOTAL

Si $\{H_n\}$ es una colección contable de eventos incompatibles para la cual $P(H_n) > 0$ para todo n y $P\left(\bigcup_{n=1}^{N} H_n\right) = 1$, entonces para todo suceso A se cumple $P(A) = \sum_{n=1}^{N} P(H_n) P(A/H_n)$.

Ejemplo: Los porcentajes de votantes del partido "DIGNIDAD" en tres distritos electorales diferentes se reparten como sigue: En el primer distrito 21%; en el segundo distrito 45% y en el tercero 75%. Si un distrito se selecciona al azar y un votante del mismo se selecciona aleatoriamente, ¿cuál es la probabilidad que vote por el partido DIGNIDAD?

Solución:

A_i: "Se selecciona el i-ésimo distrito" $\Rightarrow P(A_i) = \frac{1}{3}$

B: "La persona seleccionada vota por el partido DIGNIDAD"

$$P(B) = \sum_{i=1}^{3} P(A_i) P(B/A_i) \Rightarrow P(B) = \frac{1}{3} x \left(\frac{21}{100} + \frac{45}{100} + \frac{75}{100} \right) = \frac{47}{100}$$

SUCESOS INDEPENDIENTES

Dos sucesos A y B se dicen independientes si se cumple

$$P(A \cap B) = P(A) P(B)$$

Ejemplo: Una urna contiene cuatro fichas de color azul y nueve fichas de color blanco. Si se extrae dos fichas sucesivamente y sin reemplazo, ¿cuál es la probabilidad de que las dos fichas resulten de color azul?

Solución:

A:" La primera ficha seleccionada es de color azul"

B:" La segunda ficha seleccionada es de color azul"

$$P(A \cap B) = \frac{4}{13} X \frac{3}{12} = \frac{1}{13}$$

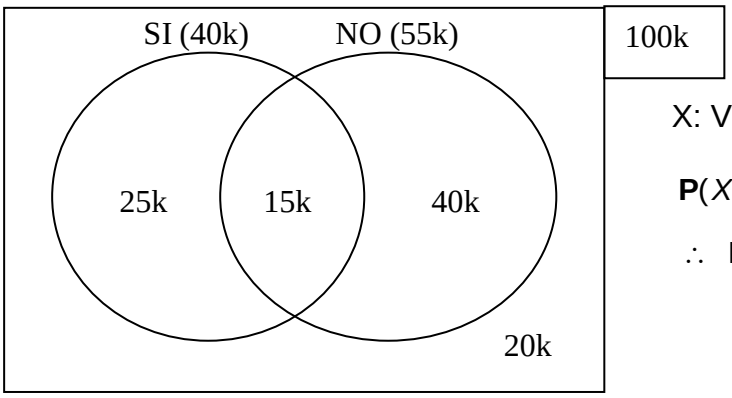
Aritmética

EJERCICIOS

1. Se sabe que en un cierto país se llevó acabó un referéndum para aprobar o desaprobar una reforma constitucional en el cual el 40% de los votantes marcó por el SI, el 55% votan por el NO y el 15% de los votantes vivían su voto marcando el SI y el NO. Si se escoge un voto al azar ¿Cuál es la probabilidad de que no esté marcado con ninguno de las dos opciones?

A) 0,25 B) 0,4 C) 0,02 D) 0,2

Solución:



X: Voto es en blanco

$$\mathbf{P}(X)=\frac{20k}{100k}=\frac{1}{5}$$

$$\therefore\ \mathbf{P}(X)=0.2$$

Rpta.: D

2. Ana, Betty, Carol y Dina participan en una carrera de 100 metros planos donde no existe empate. Si se sabe que la probabilidad de que gane Ana es el doble de Betty, la probabilidad de que Betty gane es la mitad de Carol y la probabilidad que gane Dina es el triple de Ana, ¿cuál es la probabilidad que no gane Dina?

A) $\frac{10}{22}$ B) $\frac{9}{22}$ C) $\frac{7}{22}$ D) $\frac{19}{22}$

Solución:

Por propiedad, sabemos:

$$P(A)+P(B)+P(C)+P(D)=1$$

$$2k+k+2k+6k=1\ \rightarrow k=\frac{1}{11}\quad\rightarrow\quad P(D)=\frac{6}{11}\quad\therefore\quad P'(D)=\frac{5}{11}=\frac{10}{22}$$

Rpta.: A

3. Ana, docente del CEPREUNMSM observa que en uno de sus aulas, el 30% de sus alumnos usan anteojos y de estos 80% son varones. Entre los que no usan anteojos, el 70% son mujeres. Si se elige un alumno al azar para que represente como delegado de aula, ¿cuál es la probabilidad de que sea varón que no use anteojos?

A) 0,49 B) 0,22 C) 0,21 D) 0,24

Solución:

	V	M	100k
A	24k	6k	30k
A'	21k	49k	70k

$VA = 80\%(30k) = 24k$

$MA' = 70\%(70K) = 49K$

X: Se elige una mujer que no use anteojos.

$$\therefore \quad P(X) = \frac{21k}{100k} = 0.21$$

Rpta.: C

4. El padre de Koki compra libros de aritmética, álgebra, geometría y trigonometría dos de cada curso y autores diferentes; lo cual encarga a su hijo colocar aleatoriamente en una fila de un estante destinada solo para el área de matemáticas. Calcule la probabilidad de que los libros de cada curso que haya colocado Koki, no estén juntos.

A) $\frac{209}{210}$ B) $\frac{159}{160}$ C) $\frac{104}{105}$ D) $\frac{1}{105}$

Solución:

Libros: A_1 A_2 X_1 X_2 G_1 G_2 T_1 T_2

X: Libros de cada curso no están colocados juntos.
X': Libros de cada curso están colocados juntos.

$$\mathbf{P}(X') = \frac{2!\times 2!\times 2!\times 2!\times 4!}{8!} = \frac{1}{105}. \text{ Por lo tanto } \mathbf{P}(X) = 1 - \frac{1}{105} = \frac{104}{105}$$

Rpta.: C

5. De los estudiantes que ingresaron este año a la Facultad de Ciencias Matemáticas, el 76% aprobaron Cálculo I y el 45% aprobaron Matemática Básica. Además, el 30% aprobaron Cálculo I y Matemática Básica. Si Camilo es uno de los ingresantes que aprobó Cálculo I, ¿qué probabilidad tiene de haber aprobado también Matemática Básica?

A) 0,3947 B) 0,4726 C) 0,6257 D) 0,5921

Solución:
Consideremos los siguientes eventos:

N: aprobaron Cálculo I
M: aprobaron Matemática Básica

$P(N) = 0.76,\ P(M) = 0.45$ y $P(M \cap N) = 0.30$

$$P(M/N) = \frac{P(N \cap M)}{P(N)} = \frac{0.30}{0.76} = 0.3947$$

Rpta.: A

6. A una reunión de docentes asisten 6 mujeres y 8 varones. Si de ellos se quiere seleccionar un comité mixto de 3 personas, ¿cuál es la probabilidad de que el comité esté integrado por al menos una mujer?

A) $\frac{7}{13}$ B) $\frac{24}{91}$ C) $\frac{72}{91}$ D) $\frac{24}{13}$

Solución:

Ω: Seleccionar un comité de tres personas de 6 mujeres y 8 varones
A: Comité de 3 personas integrado por al menos una mujer.

$$\#(\Omega) = C_3^{14} = \frac{14.13.12}{1.2.3} = 364 \rightarrow \quad \#(A) = C_1^8 C_2^6 + C_2^8 C_1^6 = 8\frac{6.5}{1.2} + \frac{8.7}{1.2}6 = 120 + 168 = 288$$

Por lo tanto $P(A) = \frac{\#(A)}{\#(\Omega)} = \frac{288}{364} = \frac{72}{91}$

Rpta.: C

7. Un agente de seguridad del CEPREUNMSM, observa que todos los lunes del primer mes de clases, pasan por el control de asistencia seis jóvenes allegados a él, uno tras otro y entre ellos hay dos mujeres. ¿Cuál es la probabilidad de que el siguiente lunes pasen por el control las dos mujeres juntas, una tras otra?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{3}{4}$

Solución:

Jóvenes: M_1 M_2 V_1 V_2 V_3 V_4

X: Las dos mujeres pasan juntas.

$n(\Omega) = 6!$; $n(X) = 5! \times 2!$

$\therefore \ \mathbf{P}(X) = \dfrac{5! \times 2!}{6!} = \dfrac{1}{3}$

Rpta.: B

8. Cierto día Ana y Julia juegan 10 partidas de ajedrez, de los cuales Ana gana 5 de ellas, Julia gana 3 y 2 terminan empatados. Al día siguiente, ellas acuerdan jugar un torneo consistente en tres partidas de ajedrez. Halle la probabilidad de que Ana y Julia ganen de forma alternada.

A) $\dfrac{3}{5^2}$ B) $\dfrac{1}{5^2}$ C) $\dfrac{2}{5^2}$ D) $\dfrac{4}{5^2}$

Solución:

de partidas: 10.

Cierto día:

A: Ana gana una partida de ajedrez $\rightarrow P(A) = \dfrac{5}{10} = \dfrac{1}{2}$

J: Julia gana una partida de ajedrez $\rightarrow P(J) = \dfrac{3}{10}$

E: La partida de ajedrez queda en empate $\rightarrow P(E) = \dfrac{2}{10} = \dfrac{1}{5}$

Al día siguiente:

A_1, A_2, A_3: Eventos donde Ana gana 1ra, 2da y 3ra partida respectivamente.

J_1, J_2, J_3: Eventos donde Julia gana 1ra, 2da y 3ra partida respectivamente.

X: Ana y Julia ganan de forma alternada

Casos:

Gana Ana, luego Julia y luego gana Ana ó Gana Julia, luego Ana y luego gana Julia

Por lo tanto,

$$P(X)=P(A_1J_2A_3\cup J_1A_2J_3)=P(A_1J_2A_3)+P(J_1A_2J_3)$$
$$=P(A_1)P(J_2)P(A_3)+P(J_1)P(A_2)P(J_3)$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{10}\cdot\frac{1}{2}+\frac{3}{10}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{10}=\frac{24}{200}=\frac{3}{25}$$

Rpta.: A

9. La probabilidad de que Ángel, Betty y Celia, finalistas de un concurso de matemáticas, resuelvan problemas de aritmética es $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$ y $\frac{1}{3}$ respectivamente. Si en dicho concurso se propone un problema de aritmética, ¿cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos resuelva dicho problema, siendo los sucesos independientes?

A) $\frac{23}{30}$ B) $\frac{29}{30}$ C) $\frac{1}{30}$ D) $\frac{7}{30}$

<u>Solución</u>:

R: Al menos uno de ellos resuelve el problema

R‘: Ninguno de ellos resuelve el problema

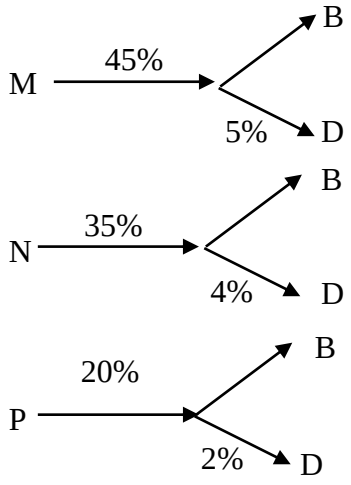
$$\mathbf{P}(A)=\frac{3}{4}\rightarrow\mathbf{P}(A')=\frac{1}{4}$$
$$\mathbf{P}(B)=\frac{4}{5}\rightarrow\mathbf{P}(B')=\frac{1}{5}$$
$$\mathbf{P}(C)=\frac{1}{3}\rightarrow\mathbf{P}(C')=\frac{2}{3}$$
$$\Rightarrow\ \mathbf{P}(R')=\mathbf{P}(A')\times\mathbf{P}(B')\times\mathbf{P}(C')=\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{30}$$
$$\therefore\ \mathbf{P}(R)=1-\mathbf{P}(R')=1-\frac{1}{30}=\frac{29}{30}$$

Rpta.: B

10. Maule, Nelson y Pedro fabrican el 40%, 35% y 20% del número total de ladrillos tipo adobe en una fábrica artesanal de ladrillos. Los porcentajes de ladrillos defectuosos producidos por estas personas son de 5%, 4% y 2% respectivamente. Si se selecciona al azar un ladrillo y éste resulta ser defectuoso, calcular la probabilidad de que haya sido fabricado por Manuel.

A) $\frac{5}{7}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{1}{9}$

Solución:



$$\mathbf{P}(M/D)=\frac{\mathbf{P}(M\cap D)}{\mathbf{P}(D)}$$

$$=\frac{45\%\times 5\%}{45\%\times 5\%+35\%\times 4\%+20\%\times 2\%}$$

$$\therefore\ \mathbf{P}(M/D)=\frac{5}{9}$$

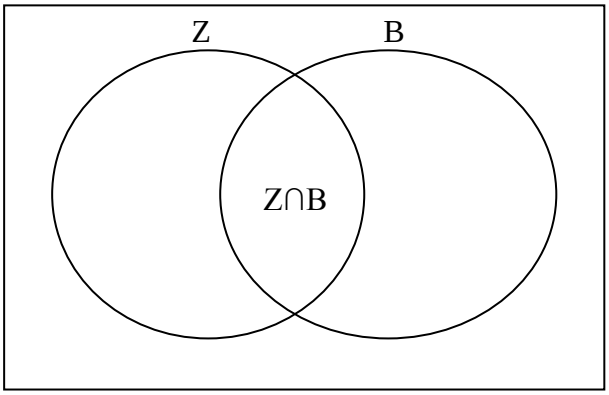
Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El dueño de una juguería, sabe que la probabilidad de que Noemí, su asiduo cliente pida un extracto de zanahoria es 0.3 y la probabilidad que elija extracto de betarraga es 0.2. Calcular la probabilidad de que elija solo uno de los dos tipos de extracto, si la probabilidad de que no elija ninguno de ellos es 0.6.

A) 0,6 B) 0,4 C) 0,7 D) 0,3

Solución:



(ZUB) ’

$\mathbf{P}(Z)=0.3$; $\mathbf{P}(B)=0.2$; $\mathbf{P}((Z\cup B)')=0.6$

$Sabemos: \mathbf{P}((Z\cup B)')=0.6 \Rightarrow \mathbf{P}((Z\cup B))=0.4$

$\Rightarrow \mathbf{P}((Z\cap B))=0.1 \therefore \mathbf{P}(Z\Delta B)=0.3$

Rpta.: D

2. Se pulsan cuatro teclas numéricas de una calculadora y forma un numeral de cuatro cifras. Calcule la probabilidad de que dicho número sea capicúa.

A) 0,5 B) 0,2 C) 0,01 D) 0,05

Solución:

Veamos la cantidad total de numerales de cuatro cifras que se pueden formar

$\Omega=\{1000,1001,.....9999\}$

$n(\Omega)=9999-999=9000$

Sea D: número de capicúas de cuatro cifras

Veamos cuantos elementos posee este evento

Sea $\overline{abba}$ un capicúa de cuatro cifras.

$\overline{a\ \ b\ b\ a}$

$\downarrow\ \downarrow$

$9x10 \quad =90$

Entonces $n(D)=90$

Por lo tanto $P(D)=\dfrac{90}{9000}=0.01$

Rpta.: C

3. El representante sindical de los trabajadores de una universidad, tiene como anteproyecto un conjunto de demandas salariales y de prestaciones que debe presentar al rectorado. Para tener una idea del apoyo de los trabajadores al paquete hizo un sondeo aleatorio a 30 varones y a 30 mujeres con los siguientes resultados:

Opinión del paquete	varones	mujeres
Apoyo fuerte	10	9
Apoyo moderado	3	11
Indecisión	2	2
Oposición moderada	8	4
Oposición fuerte	7	4
total	30	30

¿Cuál es la probabilidad de que una trabajadora o trabajador seleccionado al azar del grupo sondeado dé un apoyo fuerte o moderado al paquete?

A) $\dfrac{11}{20}$ B) $\dfrac{19}{30}$ C) $\dfrac{14}{30}$ D) $\dfrac{1}{20}$

Solución:

F: "El trabajador o trabajadora da un apoyo fuerte al paquete"
M: "El trabajador o trabajadora da un apoyo moderado al paquete"

$$P(F \cup M) = \frac{19+14}{60} \Rightarrow P(F \cup M) = \frac{11}{20}$$

Rpta.: A

4. Un mensaje consta de cinco unos y tres ceros. ¿Cuál es la probabilidad de que en el mensaje aparezcan al inicio solo tres unos seguidos?

A) 0,1071 B) 0,1171 C) 0,1710 D) 0,1017

Solución:

Ejemplo: 11101100

Rpta.: A

5. En la Facultad de Ingeniería de Sistemas el 25% de los estudiantes desaprobó Análisis de Sistemas de Información, el 15% desaprobó Estructura de Datos y el 10% desaprobó ambos cursos. Si se selecciona al azar un estudiante matriculado en ambos cursos, y se observa que desaprobó Estructura de Datos, ¿cuál es la probabilidad de que haya desaprobado Análisis de Sistemas de Información?

A) $\frac{7}{15}$ B) $\frac{5}{7}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{2}{3}$

Solución:
Consideremos los siguientes eventos:

A: desaprobó Análisis de Sistemas de Información.
E: desaprobó Estructura de Datos.

$P(A) = 0.25,\ P(E) = 0.15$ y $P(A \cap E) = 0.10$

$$P(A/E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{0.10}{0.15} = \frac{2}{3}$$

Rpta.: D

6. En una caja hay 30 llaves numeradas del 1 al 30. Si se eligen tres llaves al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su numeración sea consecutiva?

A) $\frac{1}{149}$ B) $\frac{3}{145}$ C) $\frac{1}{145}$ D) $\frac{1}{156}$

Solución:

Llaves: Del 1 al 30.

Ω: Se eligen 3 llaves al azar.

$$n(\Omega) = C_3^{30} = \frac{30.29.28}{1.2.3} = 4060$$

A: Las 3 llaves tienen números consecutivos.

$$\left.\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ . & . & . \\ . & . & . \\ 28 & 29 & 30 \end{array}\right\} \text{casos a favor} = 28$$

Por lo tanto $P(A) = \dfrac{28}{4096} = \dfrac{1}{145}$

Rpta.: C

7. Para la elaboración de una clave de una tarjeta de crédito, se tiene cinco vocales y 10 dígitos. Si se escoge al azar seis caracteres diferentes para elaborar una clave, ¿cuál es la probabilidad que los tres primeros sean vocales y las tres últimos sean dígitos?

A) $\dfrac{15}{143}$ B) $\dfrac{6}{1007}$ C) $\dfrac{12}{1001}$ D) $\dfrac{15}{902}$

Solución:

$$n(\Omega) = 15.14.13.12.11.10$$

$$n(A) = 5.4.3.10.9.8$$

$$P(A) = \frac{5.4.3.10.9.8}{15.14.13.12.11.10} = \frac{12}{1001}$$

Rpta.: C

8. Mathius acierta el 80% de sus disparos al arco en una final, mientras que Jozef acierta solo el 40% de sus disparos al arco. Si los disparos al arco son independientes y cada jugador hace dos disparos al arco, ¿cuál es la probabilidad de que Jozef acierte sus dos disparos y Mathius ninguno en la final del partido?

A) $\frac{1}{600}$ B) $\frac{1}{20}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{4}{625}$

Solución:

A: "Jozef acierta el primer disparo"
B: "Jozef acierta el segundo disparo"
C: "Mathius acierta el primer disparo"
D: "Mathius acierta el segundo disparo"

$$P\left(A \cap B \cap C' \cap D'\right) = \frac{2}{5} X \frac{2}{5} X \frac{1}{5} X \frac{1}{5} = \frac{4}{625}$$

Rpta.: D

9. Un juguete está compuesto por cuatro piezas diferentes. La probabilidad de que la primera, segunda, tercera y cuarta pieza sean defectuosas es 0,002; 0,004; 0,007 y 0,001 respectivamente. Si los sucesos son independientes, calcule la probabilidad de que dicho juguete tenga alguna pieza defectuosa.

A) 0,014 B) 0,017 C) 0,171 D) 0,101

Solución:
D: El juguete tiene alguna pieza defectuosa
D': El juguete no tiene piezas defectuosas
D1: Primera pieza defectuosa.
D2: Segunda pieza defectuosa.
D3: Tercera pieza defectuosa.
D4: Cuarta pieza defectuosa.

$$p(\overline{D1}) = 1 - p(D1) = 1 - 0.002 = 0.998$$

$$p(\overline{D2}) = 1 - p(D2) = 1 - 0.004 = 0.996$$

$$p(\overline{D3}) = 1 - p(D3) = 1 - 0.007 = 0.993$$

$$p(\overline{D4}) = 1 - p(D4) = 1 - 0.001 = 0.999$$

Por lo que:

$$p(\overline{D}) = p(\overline{D1} \cap \overline{D2} \cap \overline{D3} \cap \overline{D4}) = p(\overline{D1}).p(\overline{D2}).p(\overline{D3}).p(\overline{D4}) =$$
$$= (0.998)(0.996)(0.993)(0.999) = 0.986$$

Por lo tanto $p(D) = 1 - p(\overline{D}) = 1 - 0.986 = 0.014$.

Rpta.: A

10. La prevalencia de la tuberculosis es del 4%. La prueba TB ayuda a diagnosticar el 95% de los que tienen tuberculosis, pero da un 2% de falsos positivos. Diagnosticada una persona, ¿cuál es la probabilidad de que realmente sea tuberculosis?

A) 0,524 B) 0,664 C) 0,656 D) 0,675

Solución:
Sea T: Tiene tuberculosis.
$\sim T$: No tiene tuberculosis.
PTB: Positivo en la prueba de tuberculosis.

$$P(T)=0.04,\ P(\sim T)=0.96,\ P(TB/T)=0.95,\ P(TB/\sim T)=0.02$$

Luego

$$P(T/PTB)=\frac{P(PTB/T)P(T)}{P(PTB/T)P(T)+P(PTB/\sim T)P(\sim T)}=\frac{(0.95)(0.04)}{(0.95)(0.04)+(0.02)(0.96)}=$$

$$=\frac{0.038}{0.038+0.0192}=0.664$$

Rpta.: B

Aritmética

EJERCICIOS

1. En el supermercado "Rosa de América" la probabilidad de que una persona espere 5 minutos o más para pagar en la caja es de 0,2. El último domingo, Carlos y su esposa María deciden comprar por separado y cada uno pasa con un cajero distinto. Si los dos esposos llegan a las cajas al mismo tiempo, ¿cuál es la probabilidad de que al menos uno de los dos esposos espere 5 minutos o más? Asuma independencia.

A) 0,32 B) 0,44 C) 0,40 D) 0,36

Solución:

$C:$ "Carlos espera 5 minutos o más para pagar en caja".

$M:$ "María espera 5 minutos o más para pagar en caja".

$P(C \cap M) = P(C)P(M) = (0,2)(0,2) = 0,04$

$P(C \cup M) = 0,2 + 0,2 - 0,04 \rightarrow P(C \cup M) = 0,36$

Rpta.: D

2. En el CEI NIÑO JESÚS a la hora del recreo 8 niños forman una ronda tomados de la mano. Determine la probabilidad de que los trillizos Diana, Gely y Carlos no se encuentren juntos a la vez tomados de la mano en dicha ronda.

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{6}{7}$ D) $\frac{1}{7}$

Solución:

$A:$ "Los trillizos se encuentran juntos a la vez tomados de la mano en la ronda"

$A':$ "Los trillizos no se encuentran juntos a la vez en la ronda"

$\#(\Omega) = 7! \quad \#(A) = 5!3!$

$P(A) = \frac{5!3!}{7!} = \frac{1}{7} \rightarrow P(A') = 1 - \frac{1}{7} \rightarrow P(A') = \frac{6}{7}$

Rpta.: C

3. Arturo y José están practicando básquetbol lanzando un balón a la canasta; si se acierta el primer tiro, se puede repetir el lanzamiento, y si se falla, ya no se puede seguir lanzando. Por tanto, es posible conseguir 0 puntos (fallando el primer lanzamiento), 1 punto (acertando el primero y fallando el segundo) o 2 puntos (acertando los dos lanzamientos). Si Arturo puede acertar el 70% de sus lanzamientos, ¿cuál es la probabilidad de que Arturo consiga menos de 2 puntos? Asuma independencia.

A) 0,51 B) 0,49 C) 0,21 D) 0,79

Solución:

A:"Arturo consigue 2 puntos" (Acierta los dos lanzamientos).

$P(A) = (0,7)(0,7) = 0,49$

A': "Arturo consigue menos de 2 puntos" (No acierta los dos lanzamientos).

$P(A') = 1 - 0,49 = 0,51$

Rpta: A

1. De las computadoras que hay en los laboratorios de la FCM, 60 tienen instalado el paquete estadístico SPSS, 50 el Minitab y 20 tienen instalados los dos paquetes. Si se selecciona una computadora al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga instalado el paquete estadístico Minitab sabiendo que ya tiene instalado el SPSS?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{2}{11}$ D) $\frac{5}{6}$

Solución:

S: La computadora tiene instalado el paquete estadístico SPSS.

M: La computadora tiene instalado el paquete estadístico Minitab".

$$P(M/S) = \frac{\#(M \cap S)}{\#(S)} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$$

Rpta.: A

5. En el curso de Muestreo que se dicta en la FCM hoy asistieron a clase 12 varones y 8 mujeres. Si hoy la profesora de dicho curso escoge al azar a tres estudiantes para que resuelvan un problema en la pizarra, ¿cuál es la probabilidad de que al menos escoja a una mujer?

A) $\frac{44}{95}$ B) $\frac{46}{57}$ C) $\frac{28}{95}$ D) $\frac{14}{285}$

Solución:

ε:"*La profesora selecciona al azar* 3 *estudiantes*"

$\#(\Omega)=C_3^{20}=3x19x20$

A:"*La profesora selecciona por lo menos a una mujer*"

A':"*La profesora no selecciona mujeres*"

$\rightarrow \#(A')=C_0^8xC_3^{12}=2x10x11 \rightarrow P(A')=\dfrac{2x10x11}{3x19x20}=\dfrac{11}{57}$

$\rightarrow P(A)=1-P(A') \rightarrow P(A)=1-\dfrac{11}{57}=\dfrac{46}{57}$

Rpta.: B

6. De un grupo de docentes que se encuentra preparando su tesis de posgrado, la probabilidad de seleccionar aleatoriamente una comisión que tenga dos docentes es $\dfrac{10}{31}$. Si esta comisión se selecciona entre todas las comisiones posibles que se puedan formar con todos los docentes de ese grupo, ¿cuál es la probabilidad de seleccionar aleatoriamente una comisión que tenga por lo menos tres docentes?

A) 16/31 B) 3/5 C) 21/31 D) 32/63

Solución:

T: Es el conjunto formado por los docentes que se encuentran preparando la tesis de posgrado.

(T)=n

ε: Formar todas las comisiones posibles con los docentes de T.

$\#(\Omega)=2^n-1$

A: "Se elige una comisión formada por dos docentes".

$$\#(A)=1+2+3+...+n=\frac{n(n-1)}{2}$$

$$\rightarrow P(A)=\frac{\#(A)}{\#(\Omega)} \rightarrow P(A)=\frac{\frac{n(n-1)}{2}}{2^n-1}=\frac{10}{31} \rightarrow n=5 \rightarrow \#(M)=5$$

B:"*Elegir una comisión formada por lo menos por* 3 *docentes*"

$\#(B)=C_3^5+C_4^5+C_5^5=16$

$\therefore \quad P(B)=\dfrac{16}{31}$

Rpta.: A

7. Diana visita la sección de plantas ornamentales del vivero "Mi jardín" con la finalidad de comprar algunas de ellas, y encuentra 30 variedades de plantas de las cuales 18 no florecen. Si Diana elige al azar 4 plantas de diferentes variedades, ¿cuál es la probabilidad de que entre ellas se tenga por lo menos 3 plantas que florezcan?

A) $\frac{99}{406}$ B) $\frac{11}{609}$ C) $\frac{88}{609}$ D) $\frac{33}{203}$

Solución:

A:"Por lo menos 3 plantas florecen"

$$P(A)=\frac{C_3^{12}C_1^{18}+C_4^{12}C_0^{18}}{C_4^{30}}=\frac{5x11x81}{5x7x27x29}=\frac{33}{203}$$

Rpta.: D

8. En un banco la probabilidad de que una persona no pague a tiempo un préstamo es de 0,3. Si el 40% de los préstamos no pagados a tiempo fueron para financiar viajes de vacaciones y el 60% de los préstamos pagados a tiempo fueron para financiar viajes de vacaciones, ¿cuál es la probabilidad de que un préstamo que se haga para financiar un viaje de vacaciones no se pague a tiempo?

A) 14/23 B) 4/49 C) 5/6 D) 2/9

Solución:

C: "La persona cumple en los pagos de un préstamo".
F: "La persona no paga a tiempo un préstamo".
V: "La persona financia un viaje de vacaciones".

$$P(V)=P(C)xP(V/C)+P(F)xP(V/F)$$
$$P(V)=0,7x0,6+0,3x0,4=0,54$$
$$P(F/V)=\frac{P(F\cap V)}{P(V)}=\frac{0,3(0,40)}{0,54}=\frac{12}{54}=\frac{2}{9}$$

Rpta.: D

9. Un psicólogo de una compañía aérea, por experiencias anteriores, conoce que el 90% de los tripulantes de cabina que realizan un determinado entrenamiento técnico lo terminan con éxito. La proporción de tripulantes de cabina con entrenamiento y con experiencia previa es el 10% de entre los que completaron con éxito su entrenamiento, y es el 25% de entre aquellos que no terminaron con éxito su entrenamiento. ¿Cuál es la probabilidad de que un tripulante de cabina con experiencia previa supere el entrenamiento con éxito?

A) $\frac{18}{23}$ B) $\frac{13}{20}$ C) $\frac{16}{25}$ D) $\frac{9}{10}$

Solución:

S: "El tripulante de cabina supera el entrenamiento con éxito".
E: "El tripulante de cabina tiene entrenamiento y experiencia previa".

$$P(E)=0,9(0,1)+0,1(0,25)=0,115$$
$$P(S/E)=\frac{P(S\cap E)}{P(E)}=\frac{0,9(0,1)}{0,115}=\frac{0,090}{0,115}=\frac{18}{23}$$

Rpta.: A

10. Ignacio, Martín y Yamín en una competencia con escopeta hacen un disparo simultáneamente de tiro al blanco. Las probabilidades de hacer blanco son, 0,6; 0,5 y 0,4 respectivamente. Si los eventos son independientes, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente dos de ellos hagan blanco?

A) $\frac{29}{50}$ B) $\frac{19}{50}$ C) $\frac{39}{100}$ D) $\frac{9}{10}$

Solución:

I: "Ignacio acierta al blanco" D: "Martín cierta al blanco" Y: "Yamín acierta al blanco"

$$P(A)=P(IMY'\cup IM'Y\cup I'MY)$$
$$P(A)=(0,6)(0,5)(0,6)+(0,6)(0,5)(0,4)+(0,4)(0,5)(0,4)=0,38=\frac{19}{50}$$

Rpta: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. De los pacientes que ingresaron a la unidad de cuidados intensivos (UCI) del hospital Dos de Mayo, el 7% tiene una infección comunitaria, mientras que el 14% una infección intrahospitalaria. Si el 2% de los pacientes ingresados en dicha unidad presentan ambos tipos de infección, ¿cuál es la probabilidad de que un paciente seleccionado al azar presente infección comunitaria o intrahospitalaria en la UCI del hospital Dos de Mayo?

A) 0,02 B) 0,15 C) 0,19 D) 0,17

Solución:
C: "El paciente presenta infección comunitaria".

I: "El paciente presenta infección intrahospitalaria".

$$P(C \cup I) = P(C) + P(I) - P(C \cap I)$$
$$P(C \cup I) = 0,07 + 0,14 - 0,02 = 0,19$$

Rpta.: C

2. Sofía y Arturo son dos amigos que estudian en la sede central del CEPREUNMSM. La probabilidad de que Sofía se quede a estudiar en la biblioteca, luego de clases, un día cualquiera es de $\frac{1}{2}$, y la probabilidad de que Arturo se quede a estudiar en la biblioteca, dado que Sofía se queda es de $\frac{7}{10}$. ¿Cuál es la probabilidad de que ambos amigos se queden a estudiar en la biblioteca un día cualquiera, luego de clases?

A) 0,35 B) 0,20 C) 0,45 D) 0,30

Solución:
A: "Arturo se queda a estudiar en la biblioteca".
S: "Sofía se queda a estudiar en la biblioteca".

$$P(S \cap A) = P(S)P(A/S) \rightarrow P(S \cap A) = \frac{1}{2} x \frac{7}{10} = \frac{7}{20} = 0,35$$

Rpta.: A

3. Fernando, Gustavo, Daniel y César ingresan a un cine y encuentran una fila de 10 asientos juntos desocupados. Si Fernando nunca se sienta en los extremos y el resto en cualquier asiento de esa fila, ¿cuál es la probabilidad de que los dos asientos adyacentes al de Fernando estén desocupados?

A) $\frac{9}{10}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{24}$ D) $\frac{5}{12}$

Solución:

ε : "Fernando se ubica en una fila de 10 asientos dejando desocupados los asientos extremos y Gustavo, Daniel y César se ubican en la misma fila"

$\#(\Omega) = 8x9x8x7$

A:"Los dos asientos adyacentes al que ocupa Fernando se encuentran desocupados".

#(A)=8x7x6x5

$$P(A) = \frac{8x7x6x5}{8x9x8x7} = \frac{5}{12}$$

Rpta.: D

4. Todas las tardes del mes de febrero de 2016, Gely resolvió preguntas de razonamiento matemático o razonamiento verbal. Resolvió preguntas de razonamiento matemático 21 tardes y de razonamiento verbal 15 tardes. Si se elige al azar un día de dicho mes donde Gely resolvió preguntas de razonamiento matemático, ¿cuál es la probabilidad de que en ese día también haya resuelto preguntas de razonamiento verbal?

A) $\frac{2}{7}$ B) C) $\frac{5}{21}$ D) $\frac{7}{29}$

Solución:

M :"*Gely resuelve preguntas de razonamiento matematico*".

V :"*Gely resuelve preguntas de razonamiento verbal*".

$$P(V/M) = \frac{\#(V \cap M)}{\#(M)} = \frac{7}{21} \rightarrow P(V/M) = \frac{1}{3}$$

Rpta.: B

5. A un curso de Neurociencias asisten 66 profesionales, entre médicos e ingenieros, ninguno con ambas profesiones, de los cuales 45 son mujeres, los varones que son ingenieros son tantos como las mujeres que son médicos, y el número de mujeres que son ingenieros es el triple del número de varones que son médicos. Si se elige al azar a uno de los asistentes y resulta ser mujer, ¿cuál es la probabilidad de que también sea médico?

A) $\frac{4}{15}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{15}{22}$ D) $\frac{7}{22}$

Solución:

	Ingeniero	Médico	Total
Varón	a	b	21
Mujer	3b	a	45
Total			66

a+b =21 ; a+3b = 45 → b =12 ; a = 9

$D:"El\ profesional\ es\ mujer"$ $M:"El\ profesional\ es\ médico"$

$H:"El\ profesional\ es\ \text{varón}"$ $I:"El\ profesional\ es\ ingeniero"$

$$P(M/D)=\frac{\#(M\cap D)}{\#(D)}$$

$$P(M/D)=\frac{9}{45}\rightarrow P(M/D)=\frac{1}{5}$$

Rpta.: B

6. A la final de un concurso de Matemática solo llegaron 3 estudiantes del CE San Antonio de Padua y 3 estudiantes del CE Felipe Guamán Poma de Ayala. Si cualquiera de ellos puede ganar el concurso y en ningún caso hay empate, ¿cuál es la probabilidad de que los estudiantes del CE San Antonio de Padua ocupen los 3 primeros lugares y los estudiantes del CE Felipe Guamán Poma de Ayala ocupen los 3 últimos lugares?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{120}$ D) $\frac{1}{20}$

Solución:

ε: "6 estudiantes participan en la final de un concurso de Matemática"

$\#(\Omega)=6!$:

A: "Los 3 estudiantes del CE San Antonio ocupan los 3 primeros lugares y los del CE Felipe Guamán Poma de Ayala los 3 últimos lugares"

#(A) = (3x2x1) x (3x2x1)

$$P(A)=\frac{3x2x1x3x2x1}{6x5x4x3x2x1}=\frac{1}{20}$$

Rpta.: D

7. De una baraja clásica de 52 cartas, se extrae una carta al azar y sin devolverla a la baraja se extrae una segunda carta, ¿cuál es la probabilidad de obtener dos reinas?

A) $\frac{1}{169}$ B) $\frac{1}{221}$ C) $\frac{1}{289}$ D) $\frac{2}{169}$

Solución:
A: "La primera carta extraída es una reina".
B: "La segunda carta extraída es una reina".

$$P(A \cap B) = \frac{4}{52} x \frac{3}{51} = \frac{1}{13x17} = \frac{1}{221}$$

Rpta.: B

8. La empresa "NutriSalud" elabora "Maca Negra" en tres sedes ubicadas en Junín, Pasco y Huancavelica. El porcentaje de producción total que se procesa en cada sede es 50%, 30% y 20% respectivamente, y el porcentaje de frascos envasados defectuosamente en cada sede es 1%, 2% y 4% respectivamente. Si se elige al azar un frasco de "Maca Negra", ¿cuál es la probabilidad de que haya sido envasado con defectos?

A) 0,19 B) 0,019 C) 0,015 D) 0,15

Solución:
D: "El producto fue envasado con defectos"

$$P(D) = 0{,}5(0{,}01) + 0{,}3(0{,}02) + 0{,}2(0{,}04) \rightarrow P(D) = 0{,}019$$

Rpta.: B

9. La compañía de seguros Atlántico clasifica a sus afiliados en tres grupos: el 20% es de bajo riesgo, el 50% de mediano y el 30% restante es de alto riesgo. La probabilidad de que sufran accidentes en cada uno de los grupos es: 0,05; 0,15 y 0,30 respectivamente. Si se elige un asegurado al azar y no sufrió accidente alguno, ¿cuál es la probabilidad de que sea del grupo de bajo riesgo?

A) $\frac{19}{91}$ B) $\frac{17}{825}$ C) $\frac{23}{820}$ D) $\frac{19}{825}$

B: "La persona seleccionada está en el grupo de bajo riesgo".
M:"La persona seleccionada está en el grupo de mediano riesgo".
A: "La persona seleccionada está en el grupo de alto riesgo".
S: "La persona seleccionada sufrió accidente".
S': "La persona seleccionada no sufrió accidente".

$$P(B/S') = \frac{P(B \cap S')}{P(S')} = \frac{0{,}2(0{,}95)}{0{,}2(0{,}05) + 0{,}5(0{,}85) + 0{,}3(0{,}70)} = \frac{0{,}19}{0{,}825}$$

$$P(B/S') = \frac{19}{825}$$

.

Rpta.: D

10. En el curso de Lenguaje de programación R, que dicta el CEUPS de la FCM se matricularon 6 estudiantes mujeres y 6 varones. Si este grupo es dividido aleatoriamente en 2 grupos de 6 estudiantes cada uno, ¿cuál es la probabilidad de que ambos grupos tengan el mismo número de varones?

A) $\frac{20}{33}$ B) $\frac{400}{693}$ C) $\frac{100}{231}$ D) $\frac{20}{77}$

Solución:

ε: "Dividir al azar a 12 estudiantes en 2 grupos, 6 estudiantes por grupo"

$\#(\Omega) = C_6^{12} = 3x4x7x11$

A:"Los 2 grupos tienen el mismo número de varones"

$$\#(A) = [C_3^6 x C_3^6] x [C_3^3 x C_3^3] = 20x20x1x1 = 400$$

$$P(A) = \frac{\#(A)}{\#(\Omega)} = \frac{400}{3x4x7x11} = \frac{100}{231}$$

Rpta.: C

Aritmética

EJERCICIOS

1. Martín y José practican básquetbol. Martín encesta 2 de cada 5 lanzamientos y José 3 de cada 7. Si ambos lanzan a la canasta una sola vez y los dos eventos son independientes, ¿cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos enceste?

A) $\frac{29}{35}$ B) $\frac{6}{35}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{23}{35}$

Solución:

M: "Al realizar un lanzamiento, Martín encesta".
B: "Al realizar un lanzamiento, José encesta"
M y B son independientes

$$P(M\cup B)=P(M)+P(B)-P(M\cap B)$$
$$P(M\cup B)=\frac{2}{5}+\frac{3}{7}-\frac{2}{5}x\frac{3}{7}$$
$$\therefore P(M\cup B)=\frac{23}{35}$$

Rpta.: E

2. En el curso de Álgebra Lineal se evaluó un examen parcial y un examen final, del total de estudiantes el 80% aprobó al menos uno de los dos exámenes, el 60% aprobó el examen parcial y el 50% aprobó el examen final. Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que haya aprobado ambos exámenes?

A) 0,15 B) 0,20 C) 0,30 D) 0,25 E) 0,35

Solución:
E: "El estudiante aprueba el Examen Parcial"
F: "El estudiante aprueba el Examen Final"

$$P(E\cup F)=0{,}80\rightarrow P(E)+P(F)-P(E\cap F)=P(E\cup F)$$
$$O{,}60+0{,}50-0{,}80=P(E\cap F)\rightarrow P(E\cap F)=0{,}30$$

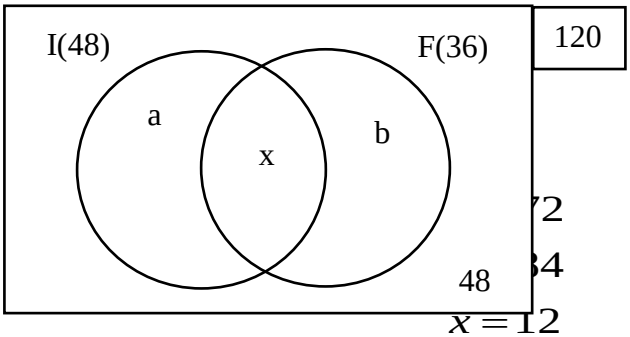
Rpta.: C

3. De 120 turistas que participan en un tour por Cusco, 48 de ellos hablan inglés, 36 hablan francés, y 48 no hablan los idiomas mencionados. Si se selecciona un turista al azar, ¿cuál es la probabilidad de que hable Inglés pero no Francés?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{4}{5}$

Solución:

I: "El turista habla Inglés"
F: "El turista habla Francés"



$$x = 12$$

$$a = 36$$

$$P(I \cap F') = \frac{36}{120} \Rightarrow P(I \cap F') = \frac{3}{10}$$

. **Rpta.: D**

4. Se tiene que enviar tres cartas diferentes con sus respectivos sobres a tres destinatarios diferentes. Si se introducen las tres cartas en los tres sobres vacíos aleatoriamente, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos una de las cartas sea introducida en el sobre que le corresponde?

.

A) B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

Solución:

Sean los sobres A, B y C tal que sus respectivas cartas son a, b y c. Así tenemos las siguientes posibilidades, donde la primera componente de la terna corresponde al sobre A; la segunda, al sobre B y la tercera componente al sobre C.

M: "Por lo menos una de las cartas es introducida en el sobre que le corresponde"

$$\Omega = \{(a,b,c),\ (a,c,b),\ (b,a,c),\ (b,c,a),\ (c,a,b),\ (c,b,a)\}$$

$$M = \{(a,b,c),\ (a,c,b),\ (b,a,c),\ (c,b,a)\}$$

$$P(M) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Rpta.: D

5. Un microbús tiene solo cuatro pasajeros cuando le faltan cinco paraderos para el final de la ruta. Si todos los pasajeros tienen la misma probabilidad de bajarse en cualquier paradero, ¿cuál es la probabilidad de que baje solo uno de los pasajeros en cada uno de los cuatro últimos paraderos?

A) $\frac{16}{125}$ B) $\frac{16}{125}$ C) $\frac{1}{625}$ D) $\frac{1}{125}$ E) $\frac{24}{625}$

Solución:

ε: "Cuatro pasajeros eligen al azar para bajar del microbús uno de los cinco paraderos"

$$\#(\Omega) = 5^4$$

A: "Un pasajero baja en cada uno de los cuatro últimos paraderos"

$$\#(A) = 4!$$

$$P(A) = \frac{24}{625}$$

Rpta.: E

6. Un grupo de estudiantes rinden cada uno el examen del curso de Ecuaciones Diferenciales y el examen del curso de Dibujo Lineal en un mismo día, pero en diferentes horarios. La probabilidad de que un estudiante apruebe el examen de Ecuaciones Diferenciales es 0,6 y de que apruebe ambos exámenes es de 0,5. Si un estudiante elegido al azar aprobó el examen de Ecuaciones Diferenciales, ¿cuál es la probabilidad de que apruebe el examen de Dibujo Lineal?

A) 5/6 B) 5/8 C) 3/4 D) 5/9 E) 3/7

Solución:
E: El estudiante aprueba Ecuaciones Diferenciales.
D: El estudiante aprueba Dibujo Lineal.

$$P(D/E)=\frac{\#(D\cap E)}{\#(E)}\Rightarrow P(D/E)=\frac{0,5}{0,6}\Rightarrow P(B/T)=\frac{5}{6}$$

Rpta.: A

7. Sean los sucesos A y B en el mismo espacio muestral Ω tales que $P(A)=0,4$; $P(B)=0,5$ y $P(A\cup B)=0,7$; halle el valor de verdad de las siguientes proposiciones en el orden en que aparecen:
i) A y B son dos sucesos mutuamente excluyentes.
ii) A y B son dos sucesos independientes
iii) $P(A\cap B')=\frac{1}{5}$

A) FFV B) FVF C) FVV D) VFF E) VVF

Solución:

i) $P(A\cup B)=0,4+0,5=0,9\neq 0,7\rightarrow A$ y no son mutuamente excluyentes. (F)

ii) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\rightarrow P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$

$P(A\cap B)=0,4+0,5-0,7\rightarrow P(A\cap B)=0,20$ pero $P(A)XP(B)=0,4X0,5=0,20$

$\rightarrow P(A\cap B)=P(A)XP(B)\rightarrow A$ y B son independientes. (V)

iii) $P(A\cap B')+P(B)=0,7\rightarrow P(A\cap B')=0,7-0,5\rightarrow P(A\cap B')=0,2=\frac{1}{5}$ (V)

Rpta.: C

8. El egresado César recibió un balotario con 50 temas para presentarse al examen de Suficiencia Profesional y optar el título profesional de Ingeniero. El jurado elige al azar dos temas y César debe responder correctamente uno de los dos para aprobar el examen. Si César sabe solo 35 temas, ¿cuál es la probabilidad de que apruebe el examen?

A) 17/35 B) 3/7 C) 32/35 D) 7/10 E) 3/10

Solución:

"El jurado elige al azar 2 de 50 temas"
A: "César aprueba el examen"

$$\#(\Omega) = C_2^{50} = \frac{50X49}{2} = 25X49$$

$$\#(A) = C_2^{35} + C_1^{35}XC_1^{15} \rightarrow \#(A) = 35X32$$

$$P(A) = \frac{35X32}{25X49} \rightarrow P(A) = \frac{32}{35}$$

Rpta.: C

9. En un club deportivo, el 52% de los socios son hombres. Entre los socios, el 35% de los hombres practica natación, así como el 60% de las mujeres. Si se elige un socio al azar, ¿cuál es la probabilidad de que practique natación?

A) 0,48 B) 0,47 C) 0,95 D) 0,182 E) 0,288

Solución:

N: "El socio practica natación"

$$P(N) = 0,52X0,35 + 0,48X0,6 = 0,47$$

Rpta.: B

10. El 20% de los empleados de una empresa son ingenieros y el 20% son economistas. El 75% de los ingenieros ocupan un puesto directivo y el 50% de los economistas también, mientras que de los no ingenieros y de los no economistas solamente un 20% ocupa un puesto directivo. Se selecciona un empleado al azar y este ocupa un puesto directivo, ¿cuál es la probabilidad de que sea un ingeniero?

A) 37/100 B) 3/20 C) 15/37 D) 3/5 E) 1/4

Solución

I: "El empleado es un ingeniero"
E: "El empleado es un economista"
D: "El empleado ocupa un puesto directivo"
N: "El empleado no es ingeniero ni economista"

$$P(D)=P(I)P(D/I)+P(E)P(D/E)+P(N)P(D/N)$$

$$P(D)=0{,}2X0{,}75+0{,}2X0{,}5+0{,}6X0{,}2 \Rightarrow P(D)=0{,}37$$

$$P(I/D)=\frac{P(I\cap D)}{P(D)} \Rightarrow P(I/D)=\frac{0{,}2X0{,}75}{0{,}37} \Rightarrow P(I/D)=\frac{0{,}15}{0{,}37} \Rightarrow P(I/D)=\frac{15}{37}$$

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Una alarma de seguridad tiene instalados dos indicadores. Ante una emergencia los indicadores se activan de forma independiente. La probabilidad de que se active el primer indicador es 0,95 y de que se active el segundo es 0,90. Halle la probabilidad que ante una emergencia se active solo uno de los indicadores.

A) 0,25 B) 0,17 C) 0,14 D) 0,35 E) 0,4

Solución:

A: "El primer indicador se activa"
B: "El segundo indicador se activa"

$$P(A\cap B)=0{,}95X0{,}90 \rightarrow P(A\cap B)=0{,}855$$

$$P(A\cap B')+P(B\cap A')=0{,}095+0{,}045=0{,}14$$

Rpta.: C

2. En una tienda por departamento trabajan 3 mujeres por cada 2 varones. El 20% de las mujeres y el 26% de los varones necesitan teléfono celular. Si se elige un trabajador al azar, halle la probabilidad de que sea mujer o necesite teléfono celular.

A) $\frac{103}{125}$ B) $\frac{88}{125}$ C) $\frac{6}{25}$ D) $\frac{13}{50}$ E) $\frac{353}{500}$

Solución:

Sin pérdida de generalidad podemos asumir que en la empresa hay 500 trabajadores.
M: "El trabajador es mujer"
H: "El trabajador es varón"
C: "El trabajador necesita celular"

$$\#(M)=300 \quad \#(H)=200$$

$$\#(\text{Mujeres que necesita telefono celular})=\frac{20}{100}x300=60$$

$$\#(\text{Hombres que necesita teléfono celular})=\frac{26}{100}x200=52$$

	Necesita celular	No necesita celular	Total
H	52	148	200
M	60	240	300
Total	112	388	500

$$P(M\cup C)=\frac{300}{500}+\frac{112}{500}-\frac{60}{500}\rightarrow P(M\cup C)=\frac{352}{500}\rightarrow P(M\cup C)=\frac{88}{125}$$

Rpta.: B

3. Por la mañana, ingresaron a un taller tres automóviles con problemas eléctricos, ocho con problemas mecánicos y tres con problemas de chapa, y por la tarde dos con problemas eléctricos, tres con problemas mecánicos y uno con problema de chapa. ¿Cuál es la probabilidad de que un automóvil con problemas eléctricos haya acudido por la mañana?

A) 1/3 B) 3/14 C) 3/4 D) /11 E) 3/5

Solución:

	Eléctricos	Mecánicos	Chapa
Mañana	3	8	3
Tarde	2	3	1
Total	5	11	4

M:"El automóvil acude al taller por la mañana"
E:"El automóvil que acude al taller tiene problemas eléctricos"

$$P(M/E)=\frac{\#(M\cap E)}{\#(E)}\Rightarrow P(M/E)=\frac{3}{5}$$

Rpta.: E

4. Sean A y B dos sucesos en el mismo espacio muestral Ω, tal que $P(A)=0{,}65$ y $P(B)=0{,}30$. Halle el valor de verdad de cada uno de los siguientes enunciados, en el orden en que aparecen.

I) Si A y B son mutuamente excluyentes entonces $P(A\cup B)=0{,}95$.

II) Si A y B son independientes entonces $P(A\cap B)=0$.

III)Si $P(A/B)=0{,}40$ entonces $P(A\cap B)=0{,}12$

A) VFV B) VVF C) VFF D) FVF E) FFV

Solución:

I) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) \Rightarrow P(A \cup B) = 0,65 + 0,30 = 0,95$

$P(AUB) = O,95 \quad (V)$

II) $P(A \cap B) = P(A) X P(B) \rightarrow P(A \cap B) = 0,65X0,30$

$P(A \cap B) = 0,195 \qquad (F)$

III) $P(A / B) = 0,40 \rightarrow \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0,40 \rightarrow \dfrac{P(A \cap B)}{0,30} = 0,40$

$P(A \cap B) = 0,12 \quad (V)$

Rpta.: A

5. En una caja hay 10 baterías de las cuales 4 están en buen estado. Se extrae tres baterías una por una y sin reemplazo, ¿cuál es la probabilidad de que las tres se encuentren en buen estado?

A) $\frac{2}{15}$ B) $\frac{1}{30}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{6}$

Solución:
A: "La primera batería se encuentra en buen estado"
B: "La segunda batería se encuentra en buen estado"
C: "La tercera batería se encuentra en buen estado

$P(A \cap B \cap C) = P(A) X P(B / A) X P(C / (A \cap B))$

$P(A \cap B \cap C) = \frac{4}{10} X \frac{3}{9} X \frac{2}{8} \Rightarrow P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{30}$;

Rpta.: B

6. Tres clientes dejan sus sombreros en el guardarropa al llegar a un restaurante y estos sombreros le son devueltos aleatoriamente cuando se retiran del lugar. ¿Cuál es la probabilidad de que ningún cliente reciba su propio sombrero?

A) B) C) D) E) $\frac{1}{2}$

Solución:

Sean los clientes A, B y C tal que sus respectivos sombreros son a, b y c. Así tenemos las siguientes posibilidades, donde la primera componente de la terna corresponde al cliente A; la segunda, al cliente B y la tercera componente al cliente C.

$$\Omega = \{(a,b,c),\ (a,c,b),\ (b,a,c),\ (b,c,a),\ (c,a,b),\ (c,b,a)\}$$

$$N = \{(b,c,a),\ (c,a,b)\}$$

$$P(N) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

ε: **Rpta.: A**

7. El centro Pre San Marcos convoca a un concurso de docentes de Aritmética. El temario del curso tiene 18 temas, de los cuales 3 son de Estadística y el resto de Matemática. Si cada postulante elige al azar dos temas, ¿cuál es la probabilidad de que los dos temas elegidos por Teresa por lo menos uno de ellos sea de Estadística?

A) $\frac{5}{17}$ B) $\frac{16}{51}$ C) $\frac{1}{51}$ D) $\frac{15}{17}$ E)

<u>Solución</u>:

Seleccionar al azar 2 entre 18 temas"

$$\#(\Omega) = C_2^{18} = \frac{18X17}{2} = 9X17$$

E: "Por lo menos uno de los dos temas es de Estadística"

$$\#(A) = C_1^3 x C_1^{15} + C_2^3 = 48$$

ε: $P(A) = \frac{48}{9X17} \Rightarrow P(A) = \frac{16}{51}$

Rpta.: B

8. Para representar al CE Dionisio Manco Campos en las Olimpiadas de Matemática se han preseleccionado a 10 estudiantes mujeres y 5 varones. El comité organizador del evento decide que cada centro educativo envíe solo tres representantes. ¿Cuál es la probabilidad de que el CE Dionisio Manco Campos envíe a todos sus estudiantes del mismo sexo?

A) $\frac{24}{91}$ B) $\frac{2}{91}$ C) $\frac{7}{13}$ D) $\frac{13}{45}$ E) $\frac{2}{7}$

<u>Solución</u>:

"Seleccionar 3 entre 15 estudiantes

$$\#(\Omega) = C_3^{15} = 455$$

A: "Seleccionar 3 estudiantes del mismo sexo"

$$\#(A) = C_3^{10} + C_3^5 \rightarrow \#(A) = 130$$

$$P(A) = \frac{130}{455} \rightarrow P(A) = \frac{2}{7}$$

Rpta.: E

9. En una casa hay tres llaveros; el primero con cinco llaves, el segundo con siete y el tercero con ocho, de las que solo una de cada llavero abre la puerta de ingreso a la casa. Se selecciona al azar un llavero y, de él, se selecciona al azar una llave con la que se intenta abrir la puerta de ingreso a la casa, ¿cuál es la probabilidad de que se acierte con la llave?

A) $\frac{131}{280}$ B) $\frac{21}{25}$ C) $\frac{3}{40}$ D) $\frac{131}{840}$ E) $\frac{1}{24}$

Solución:

B: "Se selecciona el primer llavero" C: "Se selecciona el segundo llavero"
D: "Se selecciona el tercer llavero A: "La llave abre la puerta"

$$P(A)=\frac{1}{3}X\frac{1}{5}+\frac{1}{3}X\frac{1}{7}+\frac{1}{3}X\frac{1}{8}\rightarrow P(A)=\frac{1}{15}+\frac{1}{21}+\frac{1}{24}\rightarrow P(A)=\frac{131}{840}$$

. **Rpta.: D**

10. La enfermera del doctor Beltrán no se puede confiar, pues durante la ausencia del médico la probabilidad de que no le inyecte el medicamento a un enfermo grave es de 0,6. Se sabe que si a un enfermo grave se le inyecta el medicamento tiene igual probabilidad de mejorar que de empeorar, pero si no se le inyecta entonces la probabilidad de que mejore es de 0,25. A su regreso, el doctor Beltrán se encuentra con que un enfermo grave ha empeorado, ¿cuál es la probabilidad de que la enfermera olvidara inyectar el medicamento a este paciente?

A) $\frac{13}{20}$ B) $\frac{9}{13}$ C) $\frac{9}{20}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{5}{13}$

Solución:

I: "La enfermera inyecta el medicamento a un paciente grave"
M: "El paciente mejora"

$$P(M')=0,4X0,5+0,6X0,75\rightarrow P(M')=0,65$$

$$P(I'/M')=\frac{P(I'\cap M')}{P(M')}\Rightarrow P(I'\cap M')=\frac{0,6X0,75}{0,65}\Rightarrow P(I'\cap M')=\frac{9}{13}$$

Rpta.: B

Aritmética

EJERCICIOS

1. El gerente de una tienda comercial desea evaluar las compras que se realizaron según el método de pago y el distrito donde se realizó. Los resultados se muestran en la tabla adjunta.

	Método de pago (Tarjetas de crédito)		
Distrito	Visaq	MisterCard	Peruvian Express
Santiago de Surco	7	11	5
Barranco	6	6	9
Chorrillos	5	7	6
Miraflores	8	9	7

Si se selecciona al azar una compra, ¿cuál es la probabilidad de que esta se haya realizado en Barranco o pagado con MisterCard?

A) $\frac{24}{43}$ B) $\frac{3}{43}$ C) $\frac{33}{86}$ D) $\frac{21}{86}$ E) $\frac{18}{43}$

Solución:

M: "La tarjeta se paga con tarjeta Mistercard".
B: "La compra se realiza en Barranco"

$$P(M\cup B)=P(M)+P(B)-P(M\cap B)$$
$$P(M\cup B)=\frac{33}{86}+\frac{21}{86}-\frac{6}{86}$$
$$\therefore P(M\cup B)=\frac{24}{43}$$

Rpta.: A

2. Considere dos sucesos A y B en el mismo espacio muestral Ω con P(A) = 0,4 y P(B) = 0,7. Determine los posibles valores máximo y mínimo de $P(A\cap B)$, en ese orden respectivamente.

A) 2/5 y 0 B) 2/5 y 1/10 C) 7/10 y 0 D) 7/10 y 2/5 E) 3/5 y 1/10

Solución:

Si $A\subset B\Rightarrow A\cap B=A\Rightarrow P(A\cap B)=0{,}4\Rightarrow P(A\cap B)=\frac{2}{5}$: Valor máximo

Si $A\cup B=\Omega\Rightarrow P(A\cap B)=0{,}1\Rightarrow P(A\cap B)=1/10$: Valor mínimo

Rpta.: B

3. El ingeniero encargado del área de Logística de una empresa, considera que la probabilidad de que un trabajador cometa un error por falta de capacitación es de 0,35; por irresponsabilidad en el trabajo es de 0,45; siendo estos eventos independientes. Si se selecciona al azar un trabajador que cometió un error, ¿cuál es la probabilidad de que el error se haya producido debido a por lo menos uno de los motivos especificados?

A) $\frac{237}{250}$ B) $\frac{283}{500}$ C) $\frac{153}{200}$ D) $\frac{257}{400}$ E) $\frac{4}{5}$

Solución:
C: "El trabajador comete error por falta de capacitación"
I: "El trabajador comete error por irresponsabilidad en el trabajo"
Dado que C e I son independientes, entonces

$$P(C \cap I) = P(C) X P(I)$$

$$P(C \cap I) = 0,35X0,45 = 0,1575 \Rightarrow P(C \cup I) = P(C) + P(I) - P(C \cap I)$$

$$P(C \cup I) = 0,35 + 0,45 - 0,1575$$

$$P(C \cup I) = 0,6425 \Rightarrow P(C \cup I) = \frac{257}{400}$$

Rpta.: D

4. El jefe de personal de una compañía minera asignó a los ingenieros Raúl, Natalia, Pedro y Rebeca las oficinas 1, 2, 3 y 4 respectivamente, para que realicen entrevistas de trabajo, en su local de Miraflores. El secretario no estaba enterado de esta distribución por lo que en ausencia del jefe de personal asignará las oficinas de manera aleatoria. ¿Cuál es la probabilidad de que los cuatro ingenieros sean asignados a las oficinas correctas?

.

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{64}$ D) $\frac{1}{24}$ E) $\frac{1}{256}$

Solución:
A: "Los 4 ingenieros son asignados a las oficinas correctas"

$$\#(\Omega) = 4X3X2X1 = 24$$

$$P(A) = \frac{1}{24}$$

Rpta.: D

5. En la Facultad de Ciencias Matemáticas, los profesores Fernando y Geraldine son distribuidos al azar en tres oficinas numeradas con 309, 209 y 109. Si ambos pueden ser asignados a la misma oficina, ¿cuál es la probabilidad de que a ninguno de ellos le corresponda la oficina 209?

A) $\frac{4}{27}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{8}{27}$ E) $\frac{4}{9}$

Solución:
A: "Fernando y Geraldine son asignados a las oficinas 109 o 309"
Fernando puede ser asignado a cualquiera de las 2 oficinas y Geraldine puede ser asignada a cualquiera de las 2 oficinas.
#(A)=2X2

$$\#(\Omega)=3x3 \Rightarrow P(A)=\frac{2X2}{3x3} \Rightarrow P(A)=\frac{4}{9}$$

Rpta.: E

6. Una organización de defensa del consumidor estudió los servicios, dentro del periodo de garantía, que ofrecen las 30 distribuidoras de automóviles en la ciudad de Lima, sus hallazgos se resumen en la siguiente tabla:

	Buen servicio dentro del periodo de garantía	Mal servicio dentro del periodo de garantía
10 años o más en el negocio	16	4
Menos de 10 años en el negocio	10	20

Si se selecciona aleatoriamente a uno de los distribuidores en la ciudad de Lima y este ha permanecido 10 años o más en el negocio, ¿cuál es la probabilidad de que ofrezca buen servicio de garantía?

A) 0,80 B) 0,50 C) 0,40 D) 0,20 E) 0,60

Solución:
B: El distribuidor ofrece buen servicio de garantía.
T: El distribuidor ha permanecido 10 años o más en el negocio.

$$P(B/T)=\frac{\#(B\cap T)}{\#(T)} \Rightarrow P(B/T)=\frac{16}{20} \Rightarrow P(B/T)=0{,}80$$

Rpta.: A

7. Mario se compromete a enviar por correo una encomienda a Susana. La probabilidad de que Mario envíe la encomienda por correo es 0,8, la probabilidad de que el correo pierda la encomienda es 0,1 y la probabilidad de que el encargado no entregue la encomienda es 0,9. Si Susana no recibe la encomienda, ¿cuál es la probabilidad de que Mario no la haya enviado por correo?

A) $\frac{25}{106}$ B) $\frac{106}{125}$ C) $\frac{25}{116}$ D) $\frac{116}{125}$ E) $\frac{1}{5}$

Solución:

L: "Susana recibe la encomienda"

N: "Mario no envió la encomienda por correo"

$$P(L') = 0,2 + 0,8(0,1) + 0,8(0,9)(0,9) = \frac{116}{125}$$

$$P(N/L') = \frac{P(N \cap L')}{P(L')} \Rightarrow P(N/L') = \frac{P(N)XP(L'/N)}{P(L')}$$

$$P(N/L') = \frac{0,2X1}{\frac{116}{125}} \Rightarrow P(N/L') = \frac{25}{116}$$

Rpta.: C

8. Ocho amigos, entre ellos Martha y Eloy, asisten a una reunión y solo encuentran una fila de 6 asientos adyacentes desocupados. ¿Cuál es la probabilidad de que al sentarse al azar, Martha y Eloy estén sentados juntos?

A) 1/84 B) 5/7 C) 5/28 D) 5/24 E) 1/3

Solución:

$$P(A) = \frac{C_2^2.C_4^6.5!(2!)}{C_6^8.6!} \Rightarrow P(A) = \frac{3x5x2}{4x7x6} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{28}$$

Rpta.: C

9. En una estación se servicio el 40% de los clientes compran gasolina regular, el 35% compran gasolina plus y 25% compran gasolina premium. De los clientes que compran gasolina regular solo el 30% llenan sus tanques; de los que compran plus el 60% llenan sus tanques, mientras que de los que compran premium el 50% llenan sus tanques. ¿Cuál es la probabilidad de que el siguiente cliente llene su tanque?

A) 33/100 B) 91/200 C) 49/200 D) 67/200 E) 63/200

Solución:
L: "El cliente llena su tanque de gasolina"

$$P(L) = 0,4X0,3 + 0,35X0,6 + 0,25X0,5 = \frac{91}{200}$$

Rpta.: B

10. En cierto país, el 70% de las aeronaves ligeras que desaparecen en vuelo son posteriormente localizadas. De las aeronaves que son localizadas, el 60% cuentan con un localizador de emergencia, mientras que 90% de las aeronaves no localizadas no cuentan con dicho localizador. Una nave que tiene localizador de emergencia ha desaparecido, ¿cuál es la probabilidad de que no sea localizada?

A) 14/15 B) 14/23 C) 1/15 D) 9/20 E) 2/3

Solución:
N: La nave no es localizada.
S: La nave tiene localizador de emergencia
L: La nave es localizada

$$P(S)=P(L)P(S/L)+P(N)P(S/N)$$

$$P(S) = 0,7X0,6 + 0,3X0,1 \Rightarrow P(S) = 0,45$$

$$P(N/S) = \frac{P(N \cap S)}{P(S)} \Rightarrow P(N/S) = \frac{0,3X0,1}{0,45} \Rightarrow P(N/S) = \frac{1}{15}$$

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Sean F y G dos sucesos independientes asociados a un experimento aleatorio. Si la probabilidad de que F o G ocurra es igual a 0,6, mientras que la probabilidad de que F ocurra es 0,4, determine la probabilidad de que G ocurra.

A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

Solución:

$$P(F \cap G) = 0,4P(G)$$

$$P(F \cup G) = P(F) + P(G) - P(F \cap G)$$

$$0,6 = 0,4 + P(G) - O,4P(G)$$

$$P(G) = \frac{1}{3}$$

Rpta.: C

2. Una organización de la sociedad civil realiza una encuesta a 150 personas en la ciudad de Arequipa acerca de censurar los programas de televisión que distorsionan el nivel cultural de los niños y jóvenes. Los resultados se muestran en la tabla de contingencia adjunta.

	A favor	En contra
casado	60	20
soltero	40	30

Si se selecciona una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que esté a favor de censurar los programas de televisión que distorsionan el nivel cultural de los niños y jóvenes dado que la persona es casada?

A) 1/4 B) 2/5 C) 4/5 D) 3/5 E) 3/4

Solución:
F:"La persona está a favor"
C:"La persona es casada"

$$P(F/C)=\frac{\#(F\cap C)}{\#(C)}\Rightarrow P(F/C)=\frac{60}{80}\Rightarrow P(F/C)=\frac{3}{4}$$

Rpta.: E

3. Determine el valor de verdad de cada uno de los siguientes enunciados en el orden en que aparecen.

I) Si la probabilidad de que María obtenga calificación A en cierta prueba es 0,22 y la probabilidad de que obtenga B es 0,37, entonces la probabilidad de que obtenga A o B es 0,61.
II) Si la probabilidad de que un experimento diera como resultado un éxito es 0,73, entonces la probabilidad de que diera como resultado un fracaso es 0,42.
III) Como Nancy estudió con dedicación para su examen, entonces la probabilidad de que apruebe es cuando menos 2.

A) FFF B) FVF C) VFF D) FVF E) FFV

Solución:

A: "María obtiene calificación A en el examen"

B: "María obtiene calificación B en el examen"

A y B son eventos mutuamente excluyentes

I) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)\Rightarrow P(A\cup B)=0,22+0,37=0,59\Rightarrow$
$P(AUB)=O,61\ \ (F)$

II) $P(\text{éxito}) = 0{,}73 \rightarrow P(\text{fracaso}) = 0{,}42$ pero éxito y fracaso son dos sucesos complementarios $\Rightarrow P(\text{éxito}) + P(\text{fracaso}) = 1$ pero $0{,}73 + 0{,}42 = 1{,}15$ (F)

III) La probabilidad de un suceso es ≤ 1 luego III) es Falso

Rpta.: A

4. La probabilidad de que un turista estando en Cusco visite Machu Picchu, una de las nuevas siete maravillas del mundo moderno, la fortaleza ceremonial inca Sacsayhuamán y ambas son 0,92; 0,33 y 0,29 respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad de que un turista estando en Cusco visite por lo menos uno de los lugares turísticos mencionados?

A) 13/20 B) 24/25 C) 17/20 D) 23/25 E) 21/25

Solución:

M: "El turista visita Machu Picchu"

B: "El turista visita Sacsayhuamán"

$$P(M \cup S) = P(M) + P(S) - P(M \cap S)$$

$$P(M \cup S) = 0{,}92 + 0{,}33 - 0{,}29 \Rightarrow P(M \cup S) = 0{,}96 = \frac{24}{25}$$

Rpta.: B

5. Al regresar de vacaciones Eugenia encuentra en su casa 11 cartas. De estas 6 son del banco, 3 de la Sociedad de Ginecología y 2 de publicidad. Si Eugenia elige al azar 2 cartas para leerlas, ¿cuál es la probabilidad de que sean del mismo tipo?

A) $\frac{19}{55}$ B) $\frac{13}{45}$ C) $\frac{17}{50}$ D) $\frac{19}{45}$ E) $\frac{17}{55}$

Solución:

C: "Las 2 cartas son del mismo tipo"

$$P(C) = \frac{C_2^6 X C_0^5 + C_2^3 C_0^8 + C_2^2 X C_0^9}{C_2^{11}}$$

$$P(C) = \frac{15 + 3 + 1}{5X11} \Rightarrow P(C) = \frac{19}{55}$$

Rpta.: A

6. Una empresa tiene tres playas de estacionamientos: A, B y C. Si ocho trabajadores de la empresa llegan diariamente en automóvil y cada uno selecciona al azar una playa para estacionarse, calcule la probabilidad de que un día determinado de los ocho automóviles mencionados, 4 de ellos estacionen en la playa A, 2 en la playa B y 2 en la playa C.

A) $\frac{70}{3^8}$ B) $\frac{140}{3^7}$ C) $\frac{3^5}{312}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{8}{35}$

Solución:

ε: Seleccionar al azar una playa entre 3 para estacionar 8 automóviles

$\#(\Omega) = 3^8$

F: "4 automóviles estacionan en la playa A, 2 en B y 2 en C"

$\#(F) = C_4^8 x C_2^4 x C_2^2 = 70x6$

$$P(F) = \frac{70x6}{3x3^7} \Rightarrow P(F) = \frac{140}{3^7}$$

Rpta.: B

7. En una sección de 50 estudiantes se desea formar una comisión de tres miembros. ¿Cuál es la probabilidad de que la delegada Carmen Reyes integre la comisión?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{49}{100}$ D) $\frac{24}{25}$ E) $\frac{3}{50}$

Solución:

C: Carmen Reyes integra la comisión"

$$P(C) = \frac{C_1^1 X C_2^{49}}{C_3^{50}} \Rightarrow P(C) = \frac{3}{50}$$

Rpta.: E

8. La compañía Presta Fácil, utiliza tres métodos para conminar a pagar a los clientes morosos. El 70% de los deudores son visitados personalmente, al 20% se les sugiere que paguen vía telefónica y al restante 10% se les envía una carta. Las probabilidades de recibir algún pago como consecuencia de los métodos mencionados son 0,75; 0,60 y 0,65; respectivamente. Si la compañía acaba de recibir el pago de una de las cuentas vencidas, ¿cuál es la probabilidad de que la petición de pago se haya hecho por correo?

A) 71/100 B) 13/142 C) 42/71 D) 12/71 E) 105/142

Solución:

S: "La compañía recibió el pago de una de las cuentas vencidas"

C: "La petición de pago de hizo por correo"

$P(S) = 0,7X0,75 + 0,2X0,6 + 0,1X0,65 = 0,71$

$$P(C/S) = \frac{P(C \cap S)}{P(S)} = \frac{P(C)P(S/C)}{P(S)} = \frac{0,1X0,65}{0,71} = \frac{13}{142}$$

Rpta.: B

9. Cierta compañía satisface el 40% de los pedidos entregándolos personalmente, el 50% de los pedidos vía un servicio de correo Express y el 10% restante vía transporte Courier. De los paquetes entregados solo el 2%, el 1% y el 5% respectivamente llegan después del tiempo de entrega garantizado. Si un paquete seleccionado al azar llegó a tiempo, ¿cuál es la probabilidad de que no fue entregado personalmente?

A) $\frac{491}{500}$ B) $\frac{523}{1000}$ C) $\frac{196}{500}$ D) $\frac{295}{491}$ E) $\frac{49}{125}$

Solución:

E: "El paquete se entrega personalmente" T: "El paquete se entrega a tiempo"

$$P(E/T)=\frac{0,4X0,98}{0,4X0,98+0,5X0,99+0,1X0,95}=\frac{392}{982}=\frac{196}{491}$$

$$P(E'/T)=1-\frac{196}{491}\Rightarrow P(E'/T)=\frac{295}{491}$$

Rpta.: D

10. Al realizar las ventas, uno de los problemas encontrados es la devolución y entre las causas está la de tratarse de un producto defectuoso. La probabilidad de que la devolución sea del área de cocina es de 0,20, del área de muebles es de 0,50 y del área de electricidad es de 0,30. Las probabilidades de que el producto devuelto sea defectuoso si el producto proviene del área de cocina, muebles y electricidad; son respectivamente 0,10; 0,12 y 0,20. Si se elige al azar un producto devuelto, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?

A) $\frac{3}{20}$ B) $\frac{7}{50}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{4}{25}$ E) $\frac{7}{10}$

Solución:

D: "El producto es defectuoso"

$$P(D)=0,2X0,10+0,5X0,12+0,3X0,2$$

$$P(D)=0,14\Rightarrow P(D)=\frac{7}{50}$$

Rpta.: B